

Projeto de um controlador adaptativo para robôs manipuladores no espaço de juntas

Nardênio Almeida Martins

*Departamento de Informática, Universidade Estadual de Maringá, Av. Colombo, 5790, 87020-900, Maringá, Paraná, Brasil.
e-mail: namartin@din.uem.br*

RESUMO. Este artigo apresenta o projeto de um controlador adaptativo de robôs manipuladores no espaço de juntas. Uma nova lei de controle adaptativa composta, que usa o erro de predição e os erros de seguimento para direcionar a estimação de parâmetros, é baseada na passividade e no método direto de *Lyapunov*. A convergência e a estabilidade global são mostradas para o algoritmo de controle adaptativo. O algoritmo tem as vantagens de não necessitar da “medição” de aceleração nas juntas e de não necessitar que a inversa da matriz de inércia estimada seja limitada. Exemplos de simulação são fornecidos para demonstrar o desempenho do algoritmo proposto.

Palavras-chave: controle adaptativo, espaço de juntas, robô manipulador.

ABSTRACT. *Adaptive control design for robot manipulators in joint space.* Adaptive control design for robot manipulators in joint space coordinates is analyzed. A new composite adaptive control law, which uses prediction and tracking error to drive parameter estimation, is developed, based on passivity and direct *Lyapunov* method. Global stability and convergence may be achieved for adaptive control algorithm which has the advantage that measurement of joint acceleration and bounded inverse of estimated inertia matrix are not required. Simulation examples are provided to demonstrate the performance of the proposed algorithm.

Key words: adaptive control, joint space, robot manipulator.

Para a execução de qualquer tarefa utilizando um robô manipulador, é necessário posicioná-lo com precisão num lugar do espaço e num determinado instante de tempo, para que se possa, a partir deste estado inicial, se ter o controle de sua posição com o decorrer do tempo. Se a tarefa a ser desenvolvida exigir o deslocamento contínuo do robô manipulador por uma determinada trajetória, fazê-lo se deslocar nesta trajetória desejada é um outro problema básico no controle de robôs manipuladores.

Pelo fato de os robôs manipuladores serem sistemas dinâmicos passivos, os parâmetros de inércia da carga no robô manipulador não podem ser medidos previamente e, portanto, seus efeitos não podem ser compensados (Ortega e Spong, 1989). Conseqüentemente, a utilização de controladores PD descentralizados, com ganhos fixos, resultam em erros de regime e no seguimento de trajetórias (Tomei, 1991). Com o emprego do torque calculado, técnica na qual se exige o conhecimento preciso dos parâmetros de inércia do robô manipulador, é possível diminuir, mas não eliminar

os erros (Lewis *et al.*, 1993). Estes erros são tão maiores quanto maiores são as cargas e as velocidades no robô manipulador.

A eliminação dos erros de regime e a minimização dos erros de seguimento podem ser conseguidas utilizando algoritmos adaptativos (Slotine e Li, 1987, 1988; Lewis *et al.*, 1993; Sciavicco e Siciliano, 1996).

Neste trabalho, é proposto um novo algoritmo de controle adaptativo no espaço de juntas, o qual utiliza o erro de predição e o erro de seguimento para realizar a estimativa de parâmetros, considerando-se dois elos do robô manipulador PUMA 560.

O algoritmo proposto não necessita da inversão da matriz de inércia estimada, nem da medição das acelerações nas juntas para sua implementação.

Como o método de controle é realizado no espaço de juntas, impõe-se que o movimento desejado correspondente neste espaço seja calculado através da cinemática inversa, após o planejamento da tarefa (e do movimento desejado) no espaço de tarefa. O uso da cinemática inversa introduz as

dificuldades intrínsecas à inversão de um mapeamento não-linear como, por exemplo, a necessidade de tratar do problema de redundância do robô manipulador em relação à tarefa e as singularidades da matriz jacobiana (Canudas de Wit *et al.*, 1996). O movimento desejado no espaço de juntas é, então, a referência para o algoritmo de controle. Esta estratégia de controle é denominada controle cinemático (Figura 1).

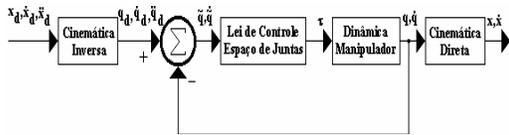


Figura 1. Método de controle direto no espaço de juntas usando cinemáticas inversa e direta - Controle Cinemático

Este artigo é organizado como segue. Na seção 2, é apresentada a dinâmica dos robôs manipuladores no espaço de juntas. O modelo dinâmico para os elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560 é desenvolvido na seção 3. A seção 4 mostra o algoritmo de controle no espaço de juntas proposto, sendo realizada a análise de estabilidade e convergência através do método direto de *Lyapunov*. Para avaliar o desempenho do algoritmo de controle proposto, na seção 5, são apresentados os resultados a partir das simulações numéricas realizadas.

Dinâmica dos robôs manipuladores no espaço de juntas

A dinâmica de um robô manipulador (Craig, 1988; Spong e Vidyasagar, 1989) com n juntas pode ser descrita por:

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (1)$$

onde q é o vetor dos deslocamentos nas juntas, τ é o vetor dos torques (ou forças) de entrada aplicados nas juntas, $H(q)$ é a matriz de inércia do robô, $C(q, \dot{q})$ é o vetor de torques de Coriolis e Centrífugos e $G(q)$ é o vetor de torques gravitacionais.

Independentemente do nível de complexidade do robô manipulador, as equações que modelam o seu movimento, (eq. 2.1), são equações não-lineares complexas. Estas equações possuem propriedades fundamentais que podem ser exploradas para facilitar o projeto do sistema de controle. Algumas destas propriedades, necessárias ao desenvolvimento do projeto do controlador, são declaradas como segue (Ortega e Spong, 1989; Spong e Vidyasagar,

1989; Lewis *et al.*, 1993; Canudas de Wit *et al.*, 1996; Spong, 1996):

1. A matriz de inércia $H(q)$ é simétrica, positiva definida e, $H(q)$ e $H(q)^{-1}$ são uniformemente limitadas (limites superior e inferior) como uma função de q .
2. A matriz $S(q, \dot{q}) = \dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})$ é anti-simétrica para uma escolha particular de $C(q, \dot{q})$ (que é sempre possível).
3. Existe uma entrada de controle τ independente para cada grau de liberdade.
4. A equação de *Euler-Lagrange* para o robô é linear nos parâmetros desconhecidos. Todos os parâmetros são constantes (por exemplo, as massas dos elos, comprimentos dos elos, os momentos de inércia, etc.) e aparecem como coeficientes de funções conhecidas das coordenadas generalizadas. Definindo cada coeficiente ou uma combinação linear destes coeficientes como um parâmetro separado, a equação dinâmica, (eq. 2.1) pode ser expressa como uma relação linear (Lewis *et al.*, 1993) da forma:

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (2)$$

onde $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ é a matriz de funções conhecidas do robô manipulador (denominada regressor) cujos elementos são algumas funções não-lineares em q , \dot{q} e \ddot{q} ; e θ é um vetor de parâmetros dinâmicos (constantes) que depende das características físicas do robô manipulador e da carga. Deve ser ressaltado que a escolha dos parâmetros na representação acima não é única e que esta escolha particular determina a dimensão de θ no espaço R^m , onde m é o número de parâmetros escolhidos. Também, deve ser levado em consideração que nem todos parâmetros no sistema podem ser desconhecidos e/ou podem ser desejados de modo a ter que estimar somente um subconjunto destes parâmetros. Neste caso, pode-se escrever a eq. 2.2 como:

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})(\theta + \hat{\theta}) \quad (3)$$

onde θ contém somente parâmetros conhecidos e/ou desejados e $\hat{\theta}$ contém aqueles parâmetros a serem estimados.

Modelo dinâmico para simulação

O modelo dinâmico de um robô manipulador é obtido utilizando as equações de *Euler-Lagrange*. A dinâmica do robô manipulador é parametrizada para

ser descrita pela sua matriz regressora e por um vetor de parâmetros escolhido de forma a possibilitar a simulação de uma carga na extremidade do efetuador final do robô manipulador.

Para a realização das simulações, é utilizado o robô manipulador PUMA 560. Este robô manipulador desloca-se no plano vertical e sofre influência dos efeitos gravitacionais.

Assim, para os elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560 (ver Figura 2), considera-se como uma massa concentrada no final do elo 3 o punho (o qual corresponde aos elos 4, 5 e 6) deste robô manipulador, cujo valor acrescido da massa da carga acoplada no efetuador final (m_c) é m_3 .

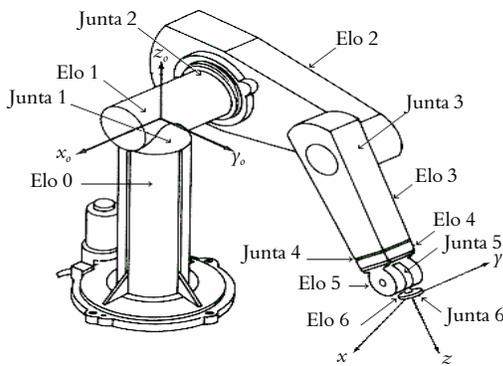


Figura 2. Elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560

A partir destas considerações, para este robô manipulador de dois elos, o modelo dinâmico no espaço de juntas, (eq. 2.1), é então especificado pelas seguintes matrizes:

- Matriz de Inércia:

$$H(q) = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$$

onde:

$$\begin{aligned} H_{11} &= a_{01} + 2a_{02}c_2 + (p_{01} + 2p_{02}c_2)a_{09} \\ H_{12} &= H_{21} = a_{03} + a_{02}c_2 + (p_{03} + p_{02}c_2)a_{09} \\ H_{22} &= a_{07} + p_{03}a_{09} \end{aligned}$$

- Matriz de Torques de Coriolis e Centrífugos:

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

onde:

$$C_{11} = -s_2(a_{02} + p_{02}a_{09})\dot{q}_2$$

$$\begin{aligned} C_{12} &= -s_2(a_{02} + p_{02}a_{09})(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ C_{21} &= s_2(a_{02} + p_{02}a_{09})\dot{q}_1 \\ C_{22} &= 0 \end{aligned}$$

- Vetor de Torques Gravitacionais:

$$G(q) = \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \end{bmatrix}$$

onde:

$$\begin{aligned} G_{11} &= a_{05}c_1 + a_{06}c_{12} + (p_{04}c_1 + p_{05}c_{12})a_{09} \\ G_{21} &= a_{06}c_{12} + (p_{05}c_{12})a_{09} \end{aligned}$$

Nas expressões acima, utilizou-se a seguinte notação $s_1 = \text{sen}(q_1)$, $s_2 = \text{sen}(q_2)$, $s_{12} = \text{sen}(q_1 + q_2)$, $c_1 = \text{cos}(q_1)$, $c_2 = \text{cos}(q_2)$, $c_{12} = \text{cos}(q_1 + q_2)$. Os valores dos termos a_{0i} e p_{0i} são determinados a partir dos dados de Erlic e Lu (Erlic e Lu, 1993). Os quais, para este estudo, são $a_{01} = 6.33$, $a_{02} = 0.14$, $a_{03} = 0.11$, $a_{04} = 27.6$, $a_{05} = 31.9$, $a_{06} = 3.30$, $a_{07} = 0.94$, $a_{08} = 4.54$, $a_{09} = 1.25$, $p_{01} = 0.37$, $p_{02} = 0.18$, $p_{03} = 0.18$, $p_{04} = 4.23$, $p_{05} = 4.15$. Como o atrito nas juntas não foi considerado, para efeito de simulação os valores dos termos a_{04} e a_{08} foram tomados como nulos.

A partir destes parâmetros do modelo dinâmico do robô manipulador PUMA 560 de dois elos, desenvolve-se a parametrização linear correspondente. Assim, determina-se o vetor de parâmetros θ como:

$$\theta = [a_{01} \ a_{02} \ a_{03} \ a_{04} \ a_{05} \ a_{06} \ a_{07} \ a_{08} \ a_{09}]^T \quad (1)$$

tal que os termos a_{0i} são independentes de m_3 , e $a_{09} = m_3$. Desta forma, determina-se a matriz regressora $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ correspondente à parametrização como:

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & Y_{17} & Y_{18} & Y_{19} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} & Y_{29} \end{bmatrix} \quad (2)$$

com

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \ddot{q}_1 \\ Y_{12} &= c_2(2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - s_2[\dot{q}_2\dot{q}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2] \\ Y_{13} &= \ddot{q}_2 \\ Y_{14} &= \dot{q}_1 \\ Y_{15} &= c_1 \\ Y_{16} &= c_{12} \\ Y_{17} &= 0 \\ Y_{18} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{19} &= (p_{01} + 2p_{02}c_2)\ddot{q}_1 + p_{02}(1+c_2)\ddot{q}_2 - p_{02}s_2[\dot{q}_2\dot{q}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2] \\
&\quad + p_{04}c_1 + p_{05}c_{12} \\
Y_{21} &= 0 \\
Y_{22} &= c_2\ddot{q}_1 + s_2\dot{q}_1\dot{q}_1 \\
Y_{23} &= \dot{q}_1 \\
Y_{24} &= 0 \\
Y_{25} &= 0 \\
Y_{26} &= c_{12} \\
Y_{27} &= \dot{q}_2 \\
Y_{28} &= \dot{q}_2 \\
Y_{29} &= p_{02}[(1+c_2)\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + s_2\dot{q}_1\dot{q}_1] + p_{05}c_{12}
\end{aligned}$$

Algoritmo de controle proposto

Nesta seção, analisa-se a aplicação do método de controle proposto no espaço de juntas, o qual é baseado na estrutura passiva e não no cancelamento das não-linearidades da dinâmica do robô manipulador.

O método de controle proposto é apresentado para o caso dos parâmetros conhecidos, para o caso dos parâmetros com incertezas e para o caso adaptativo.

Caso dos parâmetros conhecidos

Considere a dinâmica do robô manipulador no espaço de juntas, (eq. 2.1), e seja a seguinte lei de controle:

$$\tau = \tau_0 + \hat{\tau} \quad (1)$$

com

$$\tau_0 = H_0(q)\ddot{q}_r + C_0(q, \dot{q})\dot{q}_r + G_0(q) - (K_v + K_a\|\tilde{q}\|^2)r - K_p\tilde{q} \quad (2)$$

$$\hat{\tau} = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) \quad (3)$$

sendo as matrizes K_v , K_a e K_p simétricas, diagonais, positivas definidas ($K_v = K_v^T > 0$, $K_a = K_a^T > 0$ e $K_p = K_p^T > 0$) e o termo $\|\tilde{q}\|^2$ definido como:

$$\|\tilde{q}\|^2 = \sum_{i=1}^n \tilde{q}_i^2 \quad (4)$$

onde n corresponde ao grau de liberdade ou número de juntas de um robô manipulador.

Os sinais \ddot{q}_r , \dot{q}_r , r e \tilde{q} são definidos, respectivamente, como a seguir.

- Aceleração de referência:

$$\ddot{q}_r = \ddot{q}_d - \Lambda\dot{\tilde{q}} \quad (5)$$

onde \ddot{q}_d é a aceleração desejada no espaço de juntas; a matriz Λ é simétrica, diagonal e positiva definida ($\Lambda = \Lambda^T > 0$) e; \tilde{q} é o erro de seguimento de velocidade definido por:

$$\dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}_d \quad (6)$$

- Velocidade de referência:

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda\tilde{q} \quad (7)$$

- Variável de seguimento:

$$r = \dot{q} - \dot{q}_r = \dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q} \quad (8)$$

sendo a derivada de r igual a:

$$\dot{r} = \ddot{q} - \ddot{q}_r = \ddot{\tilde{q}} + \Lambda\dot{\tilde{q}} \quad (9)$$

- Erro de seguimento de posição:

$$\tilde{q} = q - q_d \quad (10)$$

Fazendo a parametrização linear das eq. 4.2 e 4.3, o controlador proposto, (eq. 4.1), fica:

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)[\theta_0 + \Delta\hat{\theta}] - (K_v + K_a\|\tilde{q}\|^2)r - K_p\tilde{q} \quad (11)$$

com θ_0 , sendo o vetor de parâmetros fixos estimados a priori e $\Delta\hat{\theta}$ o vetor de parâmetros estimados *on-line* ou variantes no tempo.

Como os parâmetros nominais são verdadeiramente conhecidos (θ), pode-se concluir que na eq. 4.3 $\hat{\tau} = \tau$ e que na eq. 4.2 $H_0(q) = H(q)$, $C_0(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})$ e $G_0(q) = G(q)$, ou seja, $\theta_0 = \theta$. A partir destas conclusões, igualando a lei de controle proposta (eq. 4.1, 4.2 e 4.3) com a dinâmica do robô manipulador, (eq. 2.1), obtém-se a equação da dinâmica de erro do sistema em malha fechada:

$$H(q)[\ddot{\tilde{q}} - \ddot{q}_r] + C(q, \dot{q})[\dot{\tilde{q}} - \dot{q}_r] + (K_v + K_a\|\tilde{q}\|^2)r + K_p\tilde{q} = 0 \quad (12)$$

A partir da definição de r (eq. 4.8) e \dot{r} , (eq. 4.9), a dinâmica de erro (eq. 4.12) resulta em:

$$H(q)\dot{r} + [C(q, \dot{q}) + K_v + K_a\|\tilde{q}\|^2]r + K_p\tilde{q} = 0 \quad (13)$$

A análise de estabilidade é realizada pela escolha da função de *Lyapunov*:

$$V(t) = \frac{1}{2} r^T H(q) r + \frac{1}{2} \tilde{q}^T K_p \tilde{q} \quad (14)$$

onde a matriz K_p é simétrica, diagonal e positiva definida ($K_p = K_p^T > 0$).

Diferenciando esta função ao longo das trajetórias da dinâmica de erro do sistema em malha fechada, (eq. 4.13) tem-se:

$$\dot{V}(t) = -r^T (K_v + K_a \|\tilde{q}\|^2) r - \tilde{q}^T K_p A \tilde{q} \leq 0 \quad (15)$$

Usando o teorema de Rayleigh-Ritz (Lewis et al., 1993), pode-se escrever a eq. 4.15 como:

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\min}\{K_v\} \|r\|^2 - \lambda_{\min}\{K_a\} \|\tilde{q}\|^2 \|r\|^2 - \lambda_{\min}\{K_p A\} \|\tilde{q}\|^2 \quad (16)$$

Observando que $V > 0$ (eq. 4.14) e $\dot{V} \leq 0$ (eq. 4.15 e 4.16) isto implica que r (eq. 4.8) é uma função L^2_2 limitada (função quadrática integrável limitada), a qual deve convergir para 0 quando $t \rightarrow \infty$. Desta definição de r segue que \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$ são limitados e, de fato, $\tilde{q} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Da dinâmica de erro do sistema em malha fechada (eq. 4.13) \dot{r} é então limitada, permitindo assim que r e \dot{r} sejam uniformemente contínuos. Portanto, r converge a 0, implicando que $\dot{\tilde{q}}$ convirja a 0.

Caso dos parâmetros desconhecidos

O conhecimento exato da dinâmica do robô manipulador não é possível na prática, quer seja pelas dificuldades de avaliar as grandezas geométricas e de inércia, quer seja pela impossibilidade de conhecer a carga acoplada ao efetuador final. Assim, o sistema dinâmico (eq. 2.1) é constituído de incertezas.

Neste caso, a lei de controle é representada pelas eq. 4.1, 4.2 e 4.3. A parametrização linear deste controlador resulta na eq. 4.11, onde θ_0 é o vetor de parâmetros onde nem todos os parâmetros do sistema são desconhecidos ou são desejados de modo a ter que estimar somente um subconjunto destes parâmetros e $\Delta\hat{\theta}$ é o vetor de parâmetros fixos estimados a priori.

A dinâmica de erro do sistema em malha fechada é obtida da substituição da lei de controle (eq. 4.1, 4.2 e 4.3) na dinâmica do robô manipulador (eq. 2.1). Das eq. 4.8 e 4.9, pode-se definir que $\dot{q} = r + \dot{q}_r$ e $\ddot{q} = \dot{r} + \ddot{q}_r$, de modo que a dinâmica de erro fica:

$$H(q)\dot{r} + C(q,\dot{q})r = \tilde{H}(q)\ddot{q}_r + \tilde{C}(q,\dot{q})\dot{q}_r + \tilde{G}(q) + \dot{\tau} - (K_v + K_a \|\tilde{q}\|^2) r - K_p \tilde{q} \quad (17)$$

onde $\tilde{H}(q) = H_0(q) - H(q)$, $\tilde{C}(q,\dot{q}) = C_0(q,\dot{q}) - C(q,\dot{q})$ e $\tilde{G}(q) = G_0(q) - G(q)$.

Realizando as seguintes parametrizações lineares,

$$Y(q,\dot{q},\ddot{q}_r,\dot{q}_r,\ddot{q}_r)\Delta\theta = \tilde{H}(q)\ddot{q}_r + \tilde{C}(q,\dot{q})\dot{q}_r + \tilde{G}(q) \quad (18)$$

com $\Delta\theta = \theta_0 - \theta$ e

$$\dot{\tau} = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) = Y(q,\dot{q},\ddot{q}_r,\dot{q}_r,\ddot{q}_r)\Delta\hat{\theta},$$

a dinâmica de erro resulta em:

$$H(q)\dot{r} + C(q,\dot{q})r = Y(q,\dot{q},\ddot{q}_r,\dot{q}_r,\ddot{q}_r)[\Delta\theta + \Delta\hat{\theta}] - (K_v + K_a \|\tilde{q}\|^2) r - K_p \tilde{q} \quad (19)$$

Fazendo $\Delta\theta = \theta - \theta_0$, a equação final para representar a dinâmica de erro é como segue:

$$H(q)\dot{r} + [C(q,\dot{q}) + K_v + K_a \|\tilde{q}\|^2] r + K_p \tilde{q} = Y(q,\dot{q},\ddot{q}_r,\dot{q}_r,\ddot{q}_r)\Delta\tilde{\theta} \quad (20)$$

onde $\Delta\tilde{\theta} = \Delta\hat{\theta} - \Delta\theta$ é o vetor de erro nos parâmetros.

A análise de estabilidade é estabelecida pela função candidata de Lyapunov (eq. 4.14). Diferenciando esta função ao longo de trajetórias da dinâmica de erro do sistema em malha fechada, (eq. 4.20), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -r^T [K_v + K_a \|\tilde{q}\|^2] r - \tilde{q}^T K_p A \tilde{q} + r^T Y(q,\dot{q},\ddot{q}_r,\dot{q}_r,\ddot{q}_r)\Delta\tilde{\theta} \quad (21)$$

Aplicando o teorema de Rayleigh-Ritz (Lewis et al., 1993), pode-se escrever a eq. (4.21) como:

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda_{\min}\{K_v\} \|r\|^2 - \lambda_{\min}\{K_a\} \|\tilde{q}\|^2 \|r\|^2 - \lambda_{\min}\{K_p A\} \|\tilde{q}\|^2 + \|\Delta\tilde{\theta}^T Y(\cdot)^T r\| \quad (22)$$

com $Y(\cdot) = Y(q,\dot{q},\ddot{q}_r,\dot{q}_r,\ddot{q}_r)$.

Da eq. 4.22, pode ser obtida uma condição suficiente para que \dot{V} seja negativa ($\dot{V} < 0$). Isto é, \dot{V} é negativa se:

$$\|r\| > \frac{\|\Delta\tilde{\theta}^T Y(\cdot)^T\| \pm \sqrt{\|\Delta\tilde{\theta}^T Y(\cdot)^T\|^2 - 4\Phi\lambda_{\min}\{K_p A\} \|\tilde{q}\|^2}}{2\Phi} \quad (23)$$

com $\Phi = \lambda_{\min}\{K_v\} + \lambda_{\min}\{K_a\} \|\tilde{q}\|^2$.

Se a eq. 4.23 é satisfeita, \dot{V} é negativa e V decrescerá. Se V decresce, então pela definição da função de Lyapunov (eq. 4.14), r decresce. Isto ocorre até que

$$\|r\| \leq \frac{\|\Delta\tilde{\theta}^T Y(\cdot)^T\| \pm \sqrt{\|\Delta\tilde{\theta}^T Y(\cdot)^T\|^2 - 4\Phi\lambda_{\min}\{K_p A\} \|\tilde{q}\|^2}}{2\Phi} \quad (24)$$

de modo que \dot{V} torna-se positiva definida ($\dot{V} > 0$). Portanto, $\|r\|$ permanece limitada.

Da definição de r , (eq. 4.8), conclui-se que os erros de seguimento \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$ permanecem limitados. Assim, a existência de incertezas na estimação de parâmetros faz com que existam erros de seguimento quando $t \rightarrow \infty$.

Uma forma de eliminar estes erros de seguimento \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$ é mediante o emprego de controladores adaptativos.

Caso dos parâmetros adaptativos

Uma maneira de estabelecer a estabilidade assintótica dos erros de seguimento \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$, quando todos ou alguns parâmetros são desconhecidos, é substituindo a dinâmica com os parâmetros fixos estimados a priori ($\Delta\hat{\theta}$) por uma dinâmica com os parâmetros variantes no tempo, baseada numa lei de adaptação de parâmetros.

Logo, o controlador para este caso é igual à lei de controle proposta (eq. 4.1, 4.2 e 4.3), com a inclusão de uma lei de adaptação de parâmetros para ajustar a estimação de parâmetros. Esta estimação, depois de calculada, é utilizada nesta lei de controle (eq. 4.1, 4.2 e 4.3) para cálculo dos torques de controle necessários.

A dinâmica de erro do sistema em malha fechada é a mesma definida pela eq. 4.20.

A estabilidade é mostrada a partir da seguinte função candidata de *Lyapunov*:

$$V(t) = \frac{1}{2} r^T H(q) r + \frac{1}{2} \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \frac{1}{2} \Delta\hat{\theta}^T \Gamma^{-1} \Delta\tilde{\theta} \tag{25}$$

onde a matriz Γ é simétrica, diagonal e positiva definida ($\Gamma = \Gamma^T > 0$). Esta matriz corresponde aos ganhos de adaptação e sua magnitude não afeta a estabilidade global do sistema, mas afeta diretamente a velocidade de adaptação e, portanto, o desempenho do sistema (Slotine e Li, 1988, 1991), ou seja, quanto maiores são os ganhos de adaptação mais rápida é a adaptação dos parâmetros e com isso mais rapidamente os erros de seguimento convergem a zero.

Diferenciando esta função $V(t)$ ao longo das trajetórias da dinâmica de erro do sistema em malha fechada (eq. 4.20), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -r^T [K_v + K_a \|\tilde{q}\|^2] r - \tilde{q}^T K_p \Delta\tilde{q} + r^T Y(\cdot) \Delta\tilde{\theta} + \Delta\hat{\theta}^T \Gamma^{-1} \Delta\dot{\tilde{\theta}} \tag{26}$$

Escolhendo a lei de adaptação de parâmetros como:

$$\Delta\dot{\tilde{\theta}} = -[\Gamma Y(\cdot)^T r + \beta \Gamma Y(\cdot)^T \varepsilon] \tag{27}$$

com a matriz β sendo simétrica, diagonal, positiva definida ($\beta = \beta^T > 0$) e ε sendo o erro de predição dos torques de controle definido da seguinte forma:

$$\varepsilon = \hat{\tau} - \tau = Y(\cdot) [\theta_0 + \Delta\hat{\theta}] - Y(\cdot) \theta = Y(\cdot) [\theta_0 + \Delta\hat{\theta} - \theta] = Y(\cdot) \Delta\tilde{\theta} \tag{28}$$

Como $\Delta\dot{\tilde{\theta}} = \Delta\hat{\theta}$ se pode usar a lei de adaptação de parâmetros (eq. 4.27), de modo que:

$$\dot{V}(t) = -r^T [K_v + K_a \|\tilde{q}\|^2] r - \tilde{q}^T K_p \Delta\tilde{q} - \beta \varepsilon^T \varepsilon \leq 0 \tag{29}$$

Sabe-se que \dot{V} (eq. 4.29) é negativa semi-definida ($\dot{V} \leq 0$). Assim, conclui-se que V (eq. 4.25) é superiormente limitada já que V é positiva definida ($V > 0$). Usando esta conclusão e a propriedade 1, segundo a qual a matriz $H(q)$ é simétrica, positiva definida e a sua inversa existe e é limitada, afirma-se que r , ε e $\Delta\hat{\theta}$ são limitados. Da definição de r (eq. 4.8), afirma-se também que \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$ (e, portanto, q e \dot{q}) são limitados. Visto que \tilde{q} , $\dot{\tilde{q}}$, r e $\Delta\hat{\theta}$ são limitados, pode-se usar a equação da dinâmica de erro do sistema em malha fechada (eq. 4.20), para mostrar que \dot{r} (e, portanto, \ddot{V} obtida por diferenciação de \dot{V}) é limitado. Como a matriz $H(q)$ é inferiormente limitada, pode-se dizer que V é inferiormente limitada e, lembrando que \dot{V} é negativa semi-definida e \ddot{V} é limitada, pode-se aplicar o *lema de Barbalat* (Lewis et al., 1993), de modo que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0 \tag{30}$$

o que significa, pelo *teorema de Rayleigh-Ritz*, que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{\min}\{K_v\} \|r\|^2 = 0 \text{ ou } \lim_{t \rightarrow \infty} r = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{\min}\{K_a\} \|\tilde{q}\|^2 \|r\|^2 = 0 \text{ ou } \lim_{t \rightarrow \infty} r = 0 \text{ e } \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q} = 0 \tag{31}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{\min}\{K_p A\} \|\tilde{q}\|^2 = 0 \text{ ou } \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q} = 0$$

Observando que a eq. 4.8 resulta numa equação diferencial de 1ª. ordem estável direcionada pela entrada r , portanto, da eq. 4.31, pode-se escrever que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q} = 0 \text{ e } \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{q}} = 0 \tag{32}$$

Este resultado nos informa que $r \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, implicando que ambos $\tilde{q} \rightarrow 0$ e $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Nada se pode concluir em relação à convergência do vetor de erro nos parâmetros $\Delta\tilde{\theta}$ e do erro de predição ε a zero. Entretanto, estes permanecem limitados, pois os parâmetros estimados não convergem para os parâmetros verdadeiros. Porém, os parâmetros convergem assintoticamente para os valores verdadeiros, se a trajetória for “persistentemente excitante” (Slotine e Li, 1988, 1991). Logo, a análise de estabilidade está comprovada.

Resultados das simulações

O objetivo destas simulações é avaliar e validar o algoritmo de controle proposto quanto ao desempenho do sistema em malha fechada. Para tanto, realizaram-se simulações para cada um dos seguintes casos:

- em que os parâmetros são considerados verdadeiramente conhecidos;
- não-adaptativo ou em que todos ou alguns dos parâmetros nominais do robô manipulador são desconhecidos;
- adaptativo, em que todos ou alguns dos parâmetros nominais desconhecidos do robô manipulador são utilizados como condições iniciais.

Nas simulações de cada caso, foi verificado o comportamento dos erros de seguimento (de posição e de velocidade), dos torques de controle e das trajetórias desejadas em relação às trajetórias realizadas pelo robô manipulador. No caso adaptativo, também foi verificado o comportamento dos parâmetros estimados.

As simulações foram realizadas considerando que o robô manipulador deve rastrear as seguintes trajetórias:

- A trajetória 01: descrita em termos das posições no espaço da tarefa. Esta trajetória é realizada por dois polinômios de 3ª. ordem para a velocidade, sendo a posição e a aceleração especificadas pela integração e diferenciação destes polinômios, respectivamente. A trajetória 01 é uma trajetória retilínea, onde os valores iniciais e finais das posições desejadas no espaço da tarefa são, respectivamente:

$$x_d(0) = y_d(0) = 0.2 \text{ m.}$$

$$x_d(3) = y_d(3) = 0.5 \text{ m.}$$

sendo que as velocidades e acelerações desejadas no espaço da tarefa, iniciais e finais, são iguais a zero. A posição final é atingida em 3 segundos, a partir do que o robô manipulador deve permanecer em regulação.

- A trajetória 02: descrita em termos das posições no espaço da tarefa. Esta trajetória é uma trajetória circular, onde os valores de raio e de centro do círculo são, respectivamente:

$$\text{raio} = 0.15 \text{ m.}$$

$$\text{centro} = 0.35 \text{ m.}$$

Para o caso dos parâmetros desconhecidos e para o caso dos parâmetros adaptativos, nas simulações, considerou-se que a incerteza na inércia foi ocasionada apenas pela massa do punho e pela massa da carga acopladas ao final do elo 3 do robô manipulador PUMA 560. Da parametrização linear (eq. 4.11), pode-se verificar que esta incerteza na inércia considera os termos $a_{0_i}, i = 1, \dots, 8$ conhecidos e o termo a_{0_9} desconhecido.

O valor atribuído ao termo a_{0_9} foi tomado como um valor nulo. Com isto, o vetor de parâmetros nominais foi definido como na eq. 3.1, onde os termos $a_{0_i}, i = 1, \dots, 8$ são fornecidos como anteriormente no modelo dinâmico para simulação da seção 3 e o termo $a_{0_9} = 0$ (0% de 1.25).

As matrizes de ganhos foram obtidas mediante simulações, nas quais se buscou encontrar valores de erros de seguimento aceitáveis. Assim, os valores de ganhos são: $K_v = 17$, $\Lambda = 4.25$, $K_p = 50$, $K_a = 20$, $\beta = 0.7$, $\Gamma_{99} = 300$ (para a trajetória 01) e $\Gamma_{99} = 30$ (para a trajetória 02).

Observando as Figuras (3.a, 3.b, 5.a, 5.b, 6.a, 6.b, 8.a e 8.b), pode-se verificar que os comportamentos dos erros de seguimento (de posição e de velocidade) tendem a convergir para zero ou convergem assintoticamente a zero, tanto para o seguimento da trajetória 01 como para o seguimento da trajetória 02. Para o caso dos parâmetros desconhecidos, estes erros de seguimento (de posição e de velocidade) permanecem limitados (ver Figuras 4.a, 4.b, 7.a e 7.b), não havendo convergência a zero devido aos efeitos dos torques gravitacionais e à incerteza na inércia não terem sido compensados.

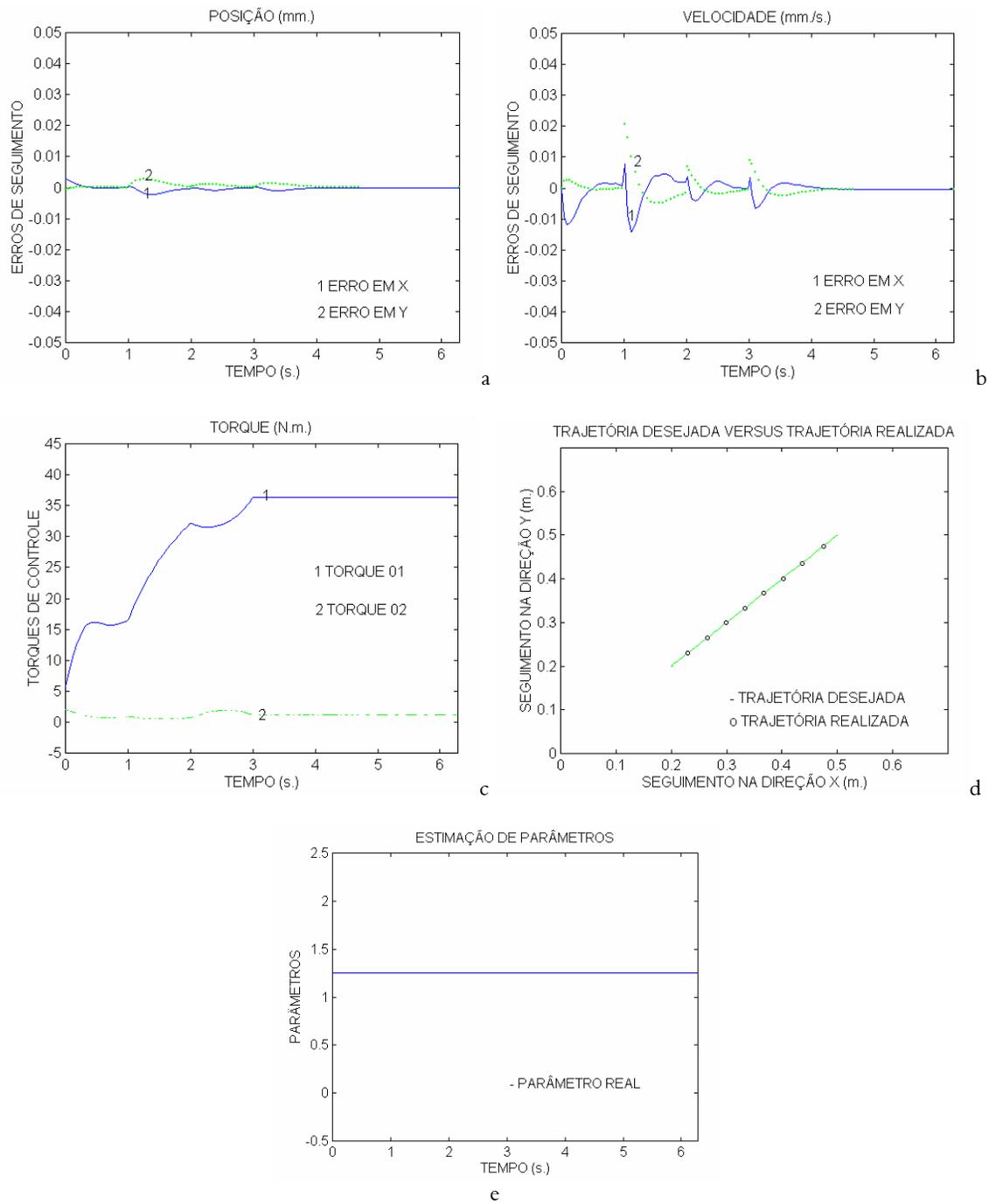


Figura 3. Caso dos parâmetros conhecidos - trajetória 01

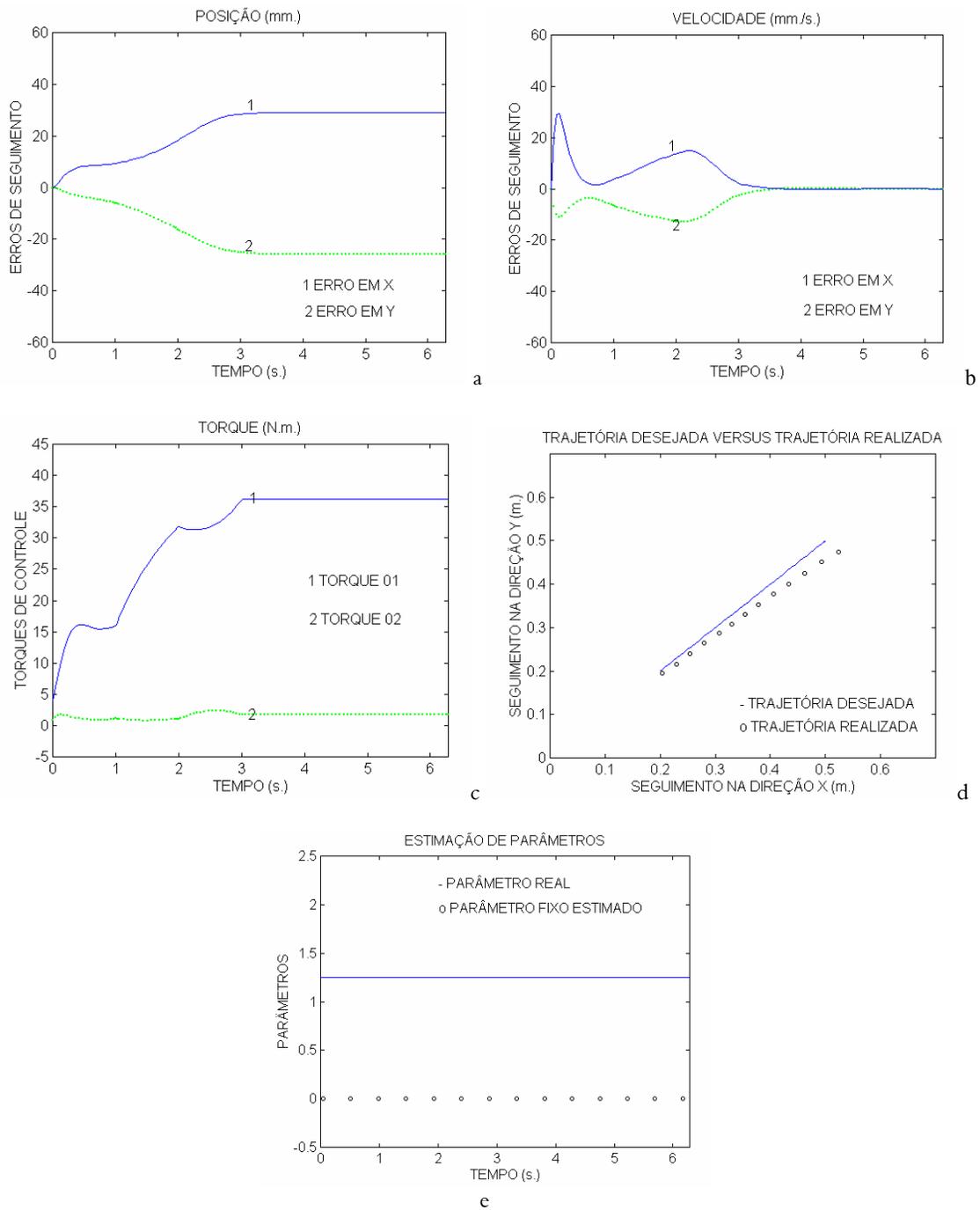


Figura 4. Caso dos parâmetros desconhecidos - trajetória 01

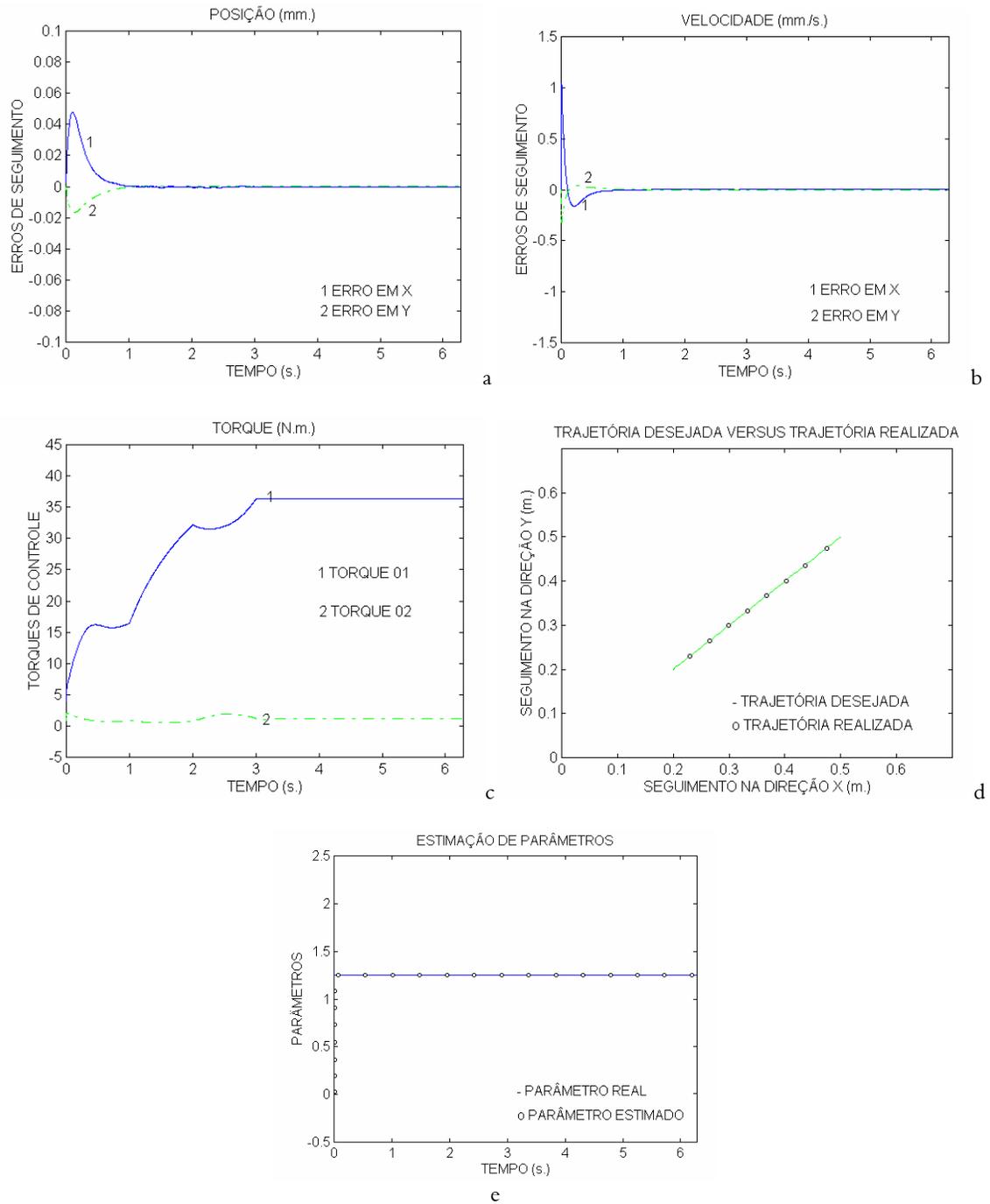


Figura 5. Caso dos parâmetros adaptativos - trajetória 01

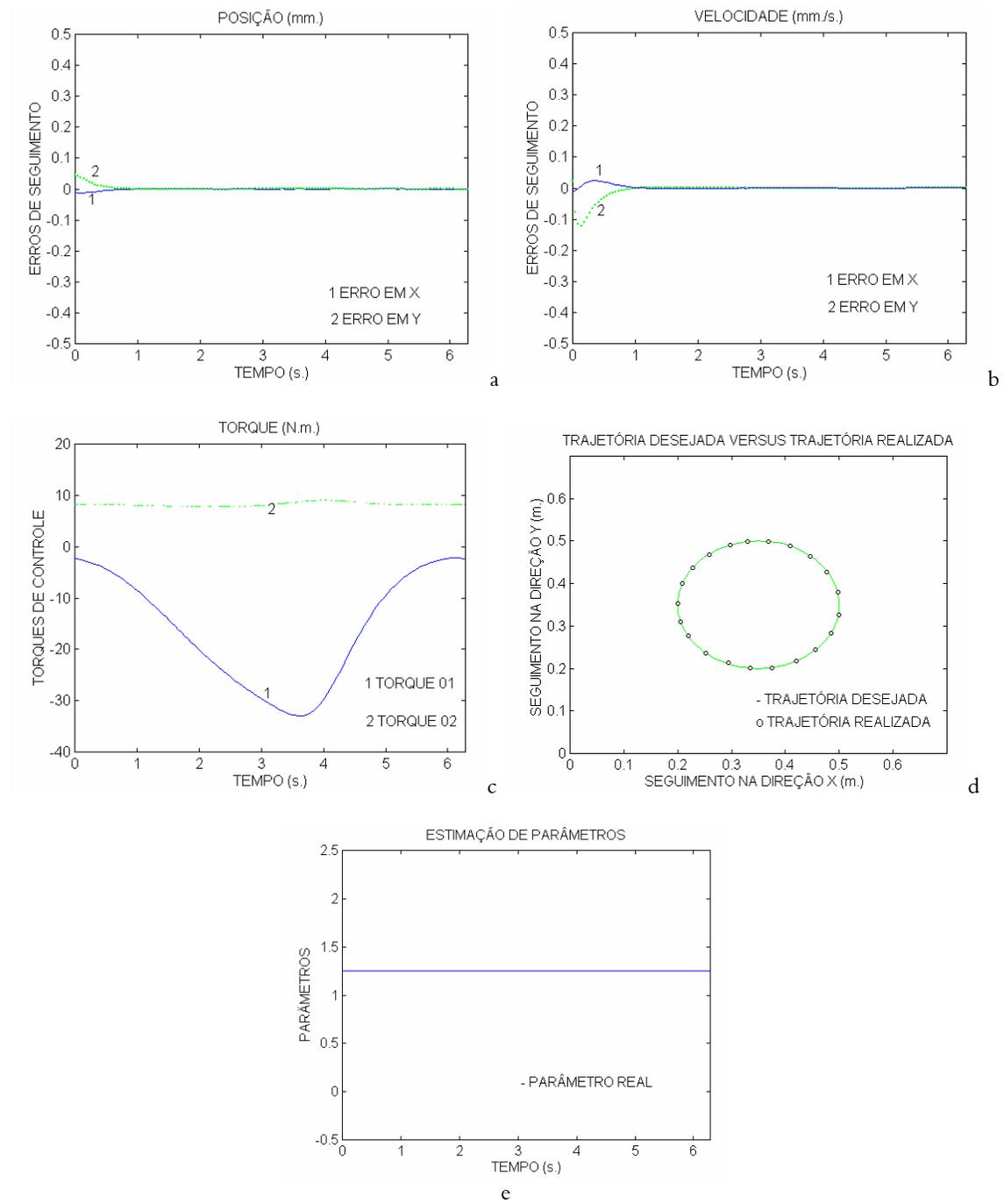


Figura 6. Caso dos parâmetros conhecidos - trajetória 02

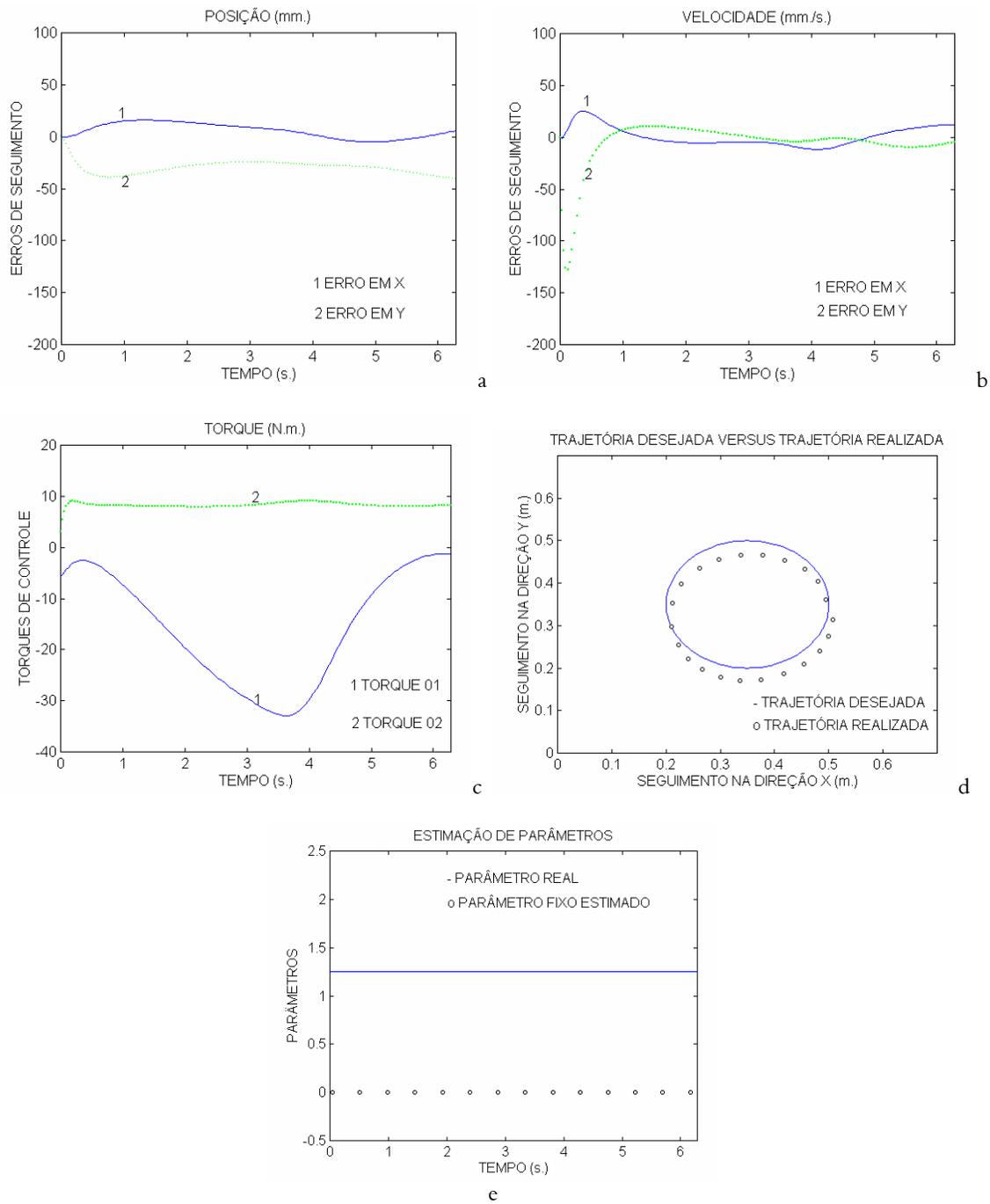


Figura 7. Caso dos parâmetros desconhecidos - trajetória 02

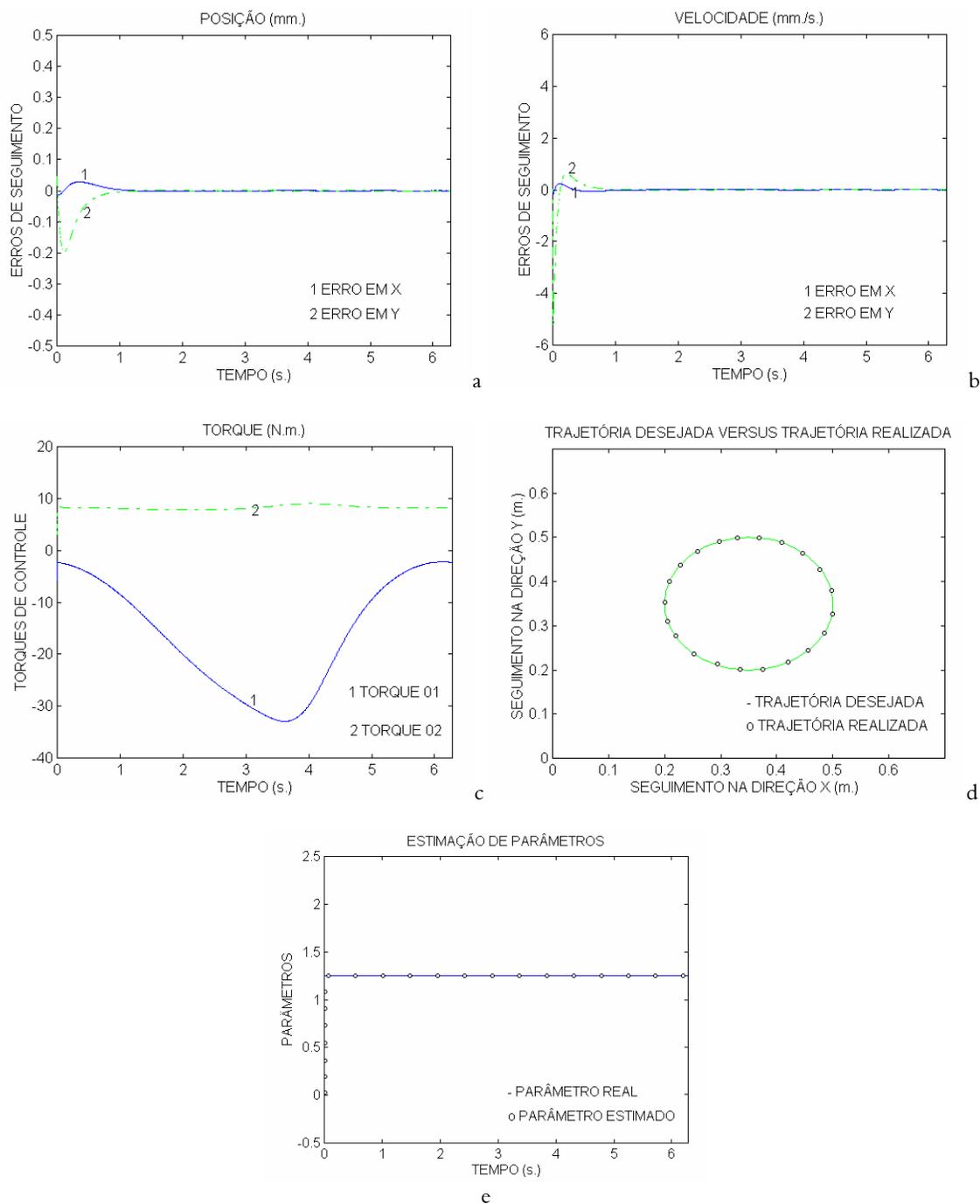


Figura 8. Caso dos parâmetros adaptativos - trajetória 02

Em relação aos torques de entrada gerados pelo seguimento das trajetórias 01 e 02 (ver Figuras 3.c, 4.c, 5.c, 6.c, 7.c e 8.c), pode-se observar que estes torques apresentam comportamentos suaves e de magnitudes parecidas.

Quanto ao seguimento das trajetórias desejadas, pode-se verificar que os erros de seguimento (de posição e de velocidade) convergem a zero. Então, através das Figuras (3.d, 5.d, 6.d e 8.d), observa-se que as trajetórias 01 e 02 são seguidas pelo efetuador final do robô manipulador, o que não ocorre para o

caso dos parâmetros desconhecidos (ver Figuras 4.d e 7.d).

Em relação à estimação de parâmetros, via lei de adaptação, para a realização do seguimento das trajetórias 01 e 02 (ver Figuras 5.e e 8.e), estes parâmetros estimados convergiram para os seus valores verdadeiros (ou nominais), mesmo sabendo que as trajetórias não são persistentemente excitadas.

Concluiu-se que o algoritmo de controle proposto apresenta-se como uma alternativa para o problema de seguimento de trajetória (ou controle de seguimento), onde um alto grau de desempenho e precisão são exigidos.

Conclusão

Com os resultados das simulações realizadas, pode-se concluir, também, que o algoritmo de controle proposto é aplicável a robôs manipuladores. Esta justificativa é reforçada e constatada com a avaliação e validação do algoritmo de controle proposto quanto ao desempenho do sistema em malha fechada para os casos dos parâmetros conhecidos, dos parâmetros desconhecidos e dos parâmetros adaptativos. Estes resultados das simulações também comprovam o estudo de análise de convergência e estabilidade realizada para cada um dos casos abordados.

Referências

CANUDAS DE WIT, C. *et al.* *Theory of robot control*. New York: Springer-Verlag, 1996.

CRAIG, J. J. *Adaptive control of mechanical manipulators*. USA: Addison-Wesley Reading, 1988.

ERLIC, M.; LU, W.-S. A reduced-order adaptive velocity observer for manipulator. *Control. Proc. IEEE Conf. Robot. Autom.*, New York, v. 2, p. 328-332, 1993.

LEWIS, F. L. *et al.* *Control of robot manipulators*. New York: Macmillan, 1993.

ORTEGA, R.; SPONG, M. W. Adaptive motion control of rigid robots: a tutorial. *Automatica*, v. 25, n. 6, p. 877-888, 1989.

SCIAVICCO, L.; SICILIANO, B. *Modeling and control of robot manipulators*. Chicago: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1996.

SLOTINE, J. J.; LI, W. On the adaptive control of robot manipulators. *Int. J. Robotics Res.*, v. 6, n. 3, p. 147-157, 1987.

SLOTINE, J. J.; LI, W. Adaptive manipulator control: a case study. *IEEE Trans. Automatic Control*, New York, v. 33, n. 11, p. 995-1003, 1988.

SLOTINE, J. J.; LI, W. *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs: Prentice Hall International, Inc., 1991.

SPONG, M. W.; VIDYASAGAR, M. *Robot dynamics and control*. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1989.

SPONG, M. W. *The control handbook*. New York: CRC Press, Inc., 1996.

TOMEI, P. Adaptive PD Controller for robot manipulators. *IEEE Trans. Robotics Autom.*, New York, v. 7, n. 4, p. 565-570, 1991.

Received on August 20, 2001.

Accepted on November 22, 2001.