

Técnicas de controle adaptativo direto para robôs manipuladores no espaço da tarefa: um estudo comparativo

Nardênio Almeida Martins

*Departamento de Informática, Universidade Estadual de Maringá, Av. Colombo, 5790, 87020-900, Maringá, Paraná, Brasil.
e-mail: namartin@din.uem.br*

RESUMO. Este artigo compara técnicas de controle adaptativo direto propostas para robôs manipuladores no espaço da tarefa. Considera-se o controle de seguimento de alta precisão de robôs manipuladores cuja carga é desconhecida. Faz-se a comparação, no espaço da tarefa, de um controlador adaptativo proposto com as técnicas de controle adaptativo direto apresentadas por *Craig* e por *Slotine e Li* (Spong, 1996). Cada técnica de controle adaptativo direto no espaço da tarefa tem sido simulada com trajetórias iguais e o desempenho é avaliado baseando-se no comportamento dos erros de seguimento (de posição e de velocidade), na precisão do seguimento de trajetória e na estimação de parâmetros desconhecidos.

Palavras-chave: robô manipulador, seguimento de trajetória, controle adaptativo, espaço da tarefa.

ABSTRACT. Direct adaptive control techniques for robot manipulators in task space: a comparative study. This paper compares proposed direct adaptive control techniques for robot manipulators in task space coordinates. High precision tracking control of robot manipulators with unknown load has been analyzed. In task space coordinates, a proposed adaptive controller is compared to direct adaptive techniques presented by *Craig* and *Slotine and Li* (Spong, 1996). Each direct adaptive control technique in task space coordinates has been simulated on the same trajectories. Performance, based on tracking errors (position and velocity), trajectory tracking accuracy and unknown parameter estimation is evaluated.

Key words: robot manipulator, trajectory tracking, adaptive control, task space.

O seguimento de trajetória é um dos problemas clássicos de controle que pode ser definido como sendo o projeto de controladores que forneçam sinais de comando para fazer a posição do efetuador final seguir uma trajetória desejada.

De acordo com *Slotine e Li* (1991), qualquer robô manipulador constitui um sistema com incertezas nos parâmetros de inércia. Estas incertezas provocam erros de seguimento (de posição e de velocidade) e de regime, que podem ser significativos, dependendo respectivamente, da velocidade do movimento do robô manipulador e do grau de incerteza nos efeitos da gravidade (*Sciavicco e Siciliano*, 1996).

Uma tentativa de resolver este problema é a utilização de técnicas de controle adaptativo. Estas técnicas de controle reduzem significativamente os erros de seguimento e eliminam o erro de regime, permitindo robôs manipuladores moverem cargas de parâmetros desconhecidos com alta velocidade e precisão (*Slotine e Li*, 1991).

As técnicas de controle para o seguimento de trajetórias de robôs manipuladores encontram-se em uma das duas categorias seguintes: técnicas de controle no espaço de juntas e técnicas de controle no espaço da tarefa.

As técnicas de controle no espaço da tarefa operam com medições de quantidades no espaço da tarefa. O mecanismo de controle encontra-se no espaço da tarefa.

No caso de técnicas de controle no espaço de juntas, os valores das posições das juntas (e possivelmente suas derivadas) são medidos. O mecanismo de controle encontra-se no espaço de juntas. Isto requer, entretanto, que a trajetória desejada seja dada no espaço de juntas. Portanto, uma transformação da trajetória do espaço da tarefa para o espaço de juntas, chamada de cinemática inversa, tem que ser realizada. O movimento desejado no espaço de juntas é, então, a referência para o algoritmo de controle.

Este procedimento tem como inconveniente a necessidade do uso da cinemática inversa, o que introduz as dificuldades intrínsecas à inversão de um mapeamento não-linear, tais como: as singularidades (direções em que o robô manipulador não consegue se movimentar, ou seja, o robô manipulador perde um ou mais grau de liberdade) e a redundância (que ocorre quando a dimensão do espaço da tarefa é menor do que a dimensão do espaço de juntas). Esta estratégia de controle é conhecida como controle cinemático (Canudas de Wit *et al.*, 1996).

Uma forma de contornar estas dificuldades é efetuar o controle diretamente no espaço da tarefa, já que, em aplicações no mundo real, as trajetórias desejadas são planejadas no espaço da tarefa e assim métodos de controle no espaço da tarefa são necessários.

Para obter um controle no espaço da tarefa (ver Figura 1), pode-se utilizar a transformação das variáveis medidas no espaço de juntas, através da cinemática direta, nas variáveis do espaço da tarefa. A grande vantagem é que se opera diretamente sobre as variáveis de espaço da tarefa, entretanto, não permite um fácil gerenciamento dos efeitos de singularidades e de redundância (cabe ressaltar que um robô manipulador pode ser redundante para uma determinada tarefa mas para outras, não). Esta vantagem é uma característica fundamental quando se deseja estudar a interação do robô manipulador com o ambiente, por exemplo, em problemas de controle de força.

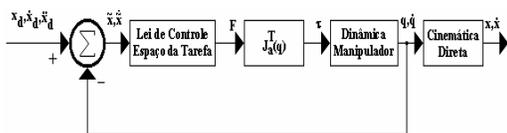


Figura 1. Técnica de controle direto no espaço da tarefa usando cinemática direta

O objetivo deste trabalho é comparar as técnicas de controle adaptativo direto (de Craig e de Slotine e Li) com o controlador adaptativo proposto para robôs manipuladores no espaço da tarefa, em termos do comportamento dos erros de seguimento (de posição e de velocidade).

Para tanto, na seção 2, é apresentada a dinâmica dos robôs manipuladores no espaço da tarefa. Na seção 3, são tratadas as técnicas de controle adaptativo direto no espaço da tarefa, baseados na dinâmica inversa (Controlador de Craig) e na passividade (Controlador de Slotine e Li e o controlador adaptativo proposto) Ainda nesta seção, a convergência e estabilidade global destes controladores adaptativos diretos são mostradas

utilizando-se o método direto de Lyapunov. Considerando-se os elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560, na seção 4, comparam-se os resultados de simulações das técnicas de controle adaptativo direto abordadas.

Dinâmica dos robôs manipuladores no espaço da tarefa

A dinâmica de um robô manipulador (Spong, 1996) com n juntas pode ser descrita por:

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (1)$$

onde q é o vetor dos deslocamentos nas juntas, τ é o vetor dos torques (ou forças) de entrada aplicados nas juntas, $H(q)$ é a matriz de inércia do robô, $C(q, \dot{q})$ é o vetor de torques de Coriolis e Centrífugos e $G(q)$ é o vetor de torques gravitacionais.

A equação dinâmica, (eq. 2.1), pode ser expressa como uma relação linear da forma:

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (2)$$

onde a matriz $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ é chamada de regressor, sendo seus elementos funções conhecidas do robô manipulador e θ é o vetor de parâmetros (constantes) que depende das características físicas do robô manipulador e da carga (por exemplo, massa e momento de inércia dos elos).

Geralmente, o movimento do robô manipulador é definido pelo movimento de seu efetuador final, isto é, o movimento desejado do robô manipulador é realmente definido no espaço da tarefa ou espaço cartesiano. A posição do efetuador final x está relacionada com o vetor de espaço de juntas q como:

$$x = k(q) \quad (3)$$

onde $k(q)$, em geral, é uma transformação não-linear que permite o cálculo das variáveis do espaço da tarefa através do conhecimento das variáveis do espaço de juntas.

Diferenciando duplamente a eq. 2.3, tem-se:

$$\dot{x} = J_a(q)\dot{q} \quad (4)$$

$$\ddot{x} = J_a(q)\ddot{q} + \dot{J}_a(q)\dot{q}$$

onde $J_a(q) = \left[\frac{\partial k}{\partial q} \right]$ é a matriz jacobiana analítica ou simplesmente o jacobiano analítico.

Assumindo que J_a seja uma matriz quadrada e que o robô manipulador se encontra distante das singularidades no espaço da tarefa, ou seja, $|J_a| \neq 0$, a partir da eq. 2.4, pode-se escrever que:

$$\dot{q} = J_a^{-1} \dot{x} \quad (5)$$

$$\ddot{q} = J_a^{-1} \ddot{x} - J_a^{-1} \dot{J}_a \dot{q}$$

A dinâmica no espaço da tarefa pode ser obtida a partir da dinâmica desenvolvida no espaço de juntas. Assim, substituindo as relações, (eq. 2.5), na dinâmica do robô manipulador, (eq. 2.1) e pré-multiplicando por $J_a^{-T} = (J_a^{-1})^T$, obtém-se:

$$J_a^{-T} H(q) J_a^{-1} \ddot{x} + [J_a^{-T} C(q, \dot{q}) J_a^{-1} + J_a^{-T} H(q) \dot{J}_a^{-1}] \dot{x} + J_a^{-T} G(q) = J_a^{-T} \tau \quad (6)$$

Fazendo

$$\bar{H}(q) = J_a^{-T} H(q) J_a^{-1}$$

$$\bar{C}(q, \dot{q}) = (J_a^{-T} C(q, \dot{q}) J_a^{-1} + J_a^{-T} H(q) \dot{J}_a^{-1}) \quad (7)$$

$$\bar{G}(q) = J_a^{-T} G(q)$$

$$F = J_a^{-T} \tau$$

resulta a equação dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa (Lewis *et al.*, 1993):

$$\bar{H}(q) \ddot{x} + \bar{C}(q, \dot{q}) \dot{x} + \bar{G}(q) = F \quad (8)$$

Pode-se observar que \bar{H} , \bar{C} e \bar{G} dependem de q e \dot{q} de modo que a dinâmica no espaço da tarefa não é completamente expressa em termos das variáveis do espaço da tarefa. Entretanto, pode-se usar a cinemática inversa, $q = k^{-1}(x)$ e a relação da eq. 2.5 para calcular \bar{H} , \bar{C} e \bar{G} em função de x e \dot{x} . Esta forma muitas vezes não se justifica, visto que comumente medem-se as posições e velocidades nas juntas.

As técnicas de controle a serem abordados baseiam-se em algumas propriedades da dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa, (eq. 2.8). Para facilitar sua análise, algumas destas propriedades são apresentadas a seguir (Lewis *et al.*, 1993).

1: A matriz $\bar{H}(q)$ é simétrica e positiva definida. Além disto, esta matriz possui limites superior e inferior, e a sua inversa existe e também é limitada, pois $J_a^{-T} H(q) J_a^{-1}$ é uma transformação de similaridade que preserva as propriedades de $H(q)$, visto que a matriz jacobiana analítica J_a é não-singular.

2: A matriz $\bar{S}(q, \dot{q}) = \dot{\bar{H}}(q) - 2\bar{C}(q, \dot{q})$ é anti-simétrica para uma escolha particular de $\bar{C}(q, \dot{q})$ (o que é sempre possível).

3: Existe uma entrada de controle τ independente para cada grau de liberdade, isto é, $\tau = J_a^T F$, (eq. 2.7).

4: O vetor de gravidade $\bar{G}(q)$ no espaço da tarefa, $\bar{G} = J_a^{-T} G(q)$, é limitado visto que $G(q)$ é limitado e que a matriz jacobiana analítica J_a é não-singular e limitada.

5: A propriedade de linearidade nos parâmetros mantém-se e é expressa como:

$$\bar{H}(q) \ddot{x} + \bar{C}(q, \dot{q}) \dot{x} + \bar{G}(q) = \bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{x}) \theta = F \quad (9)$$

Usando a relação $F = J_a^{-T} \tau$, (eq. 2.7), na parametrização linear da dinâmica do robô manipulador no espaço de juntas, (eq. 2.2), obtém-se:

$$J_a^{-T} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \theta = F \quad (10)$$

Em vista disto, comparando a eq. 2.9 com a eq. 2.10, tem-se a seguinte relação:

$$\bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{x}) \theta = J_a^{-T} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \theta \quad (11)$$

Como θ pode ser escolhido livremente, esta escolha é feita de tal forma que os parâmetros desconhecidos do robô manipulador e da carga são iguais. Neste caso, pode-se concluir que:

$$\bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{x}) = J_a^{-T} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (12)$$

Deve-se ressaltar que as variáveis do espaço da tarefa \dot{x} e \ddot{x} da matriz regressora $\bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{x})$ estão implícitas na matriz regressora $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$, visto que a matriz jacobiana analítica J_a (como também a sua derivada, \dot{J}_a) é em função de q .

Deve ser ressaltado, também, que a escolha dos parâmetros na representação acima não é única e que esta escolha, particular, determina a dimensão de θ no espaço R^m , onde m é o número de parâmetros escolhidos. Ainda, deve ser levado em consideração que nem todos parâmetros no sistema podem ser desconhecidos e/ou podem ser desejados de modo a ter que estimar somente um subconjunto destes parâmetros. Neste caso, pode-se escrever a eq. 2.11 como:

$$\bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{x}) [\theta + \hat{\theta}] = J_a^{-T} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) [\theta + \hat{\theta}] \quad (13)$$

onde θ contém somente parâmetros conhecidos e/ou desejados e $\hat{\theta}$ contém aqueles parâmetros a serem estimados.

Métodos de controle adaptativo direto no espaço de tarefa

Nesta seção, analisam-se as estratégias de controle adaptativo direto no espaço da tarefa, as quais são baseadas na técnica do torque calculado ou dinâmica inversa (Método de *Craig*), ou na passividade (Método de *Slotine e Li* e o Método de controle proposto).

Estratégia de controle adaptativo de *Craig*

Na prática, não é possível conhecer com exatidão os parâmetros geométricos e inerciais do robô manipulador bem como a carga a ser manipulada. Assim, o sistema dinâmico, (eq. 2.8), é constituído de incertezas. Se o seguimento desejado de uma trajetória variante no tempo $x_d(t)$ for almejado, uma lei de controle linearizante no espaço da tarefa pode ser projetada como no espaço de juntas (Spong, 1996), isto é:

$$F = \hat{H}(q)u_t + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{x} + \hat{G}(q) = \bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{x}, u_t)\hat{\theta} \quad (1)$$

onde o (\cdot) denota a dinâmica com os parâmetros adaptados a partir dos erros de seguimento $(\tilde{x}$ e $\dot{\tilde{x}}$).

O sinal u_t é interpretado com um sinal de entrada expresso no espaço da tarefa e especificado em termos da aceleração, sendo tipicamente escolhido como:

$$u_t = \ddot{x}_d - K_{v_t}\dot{\tilde{x}} - K_{p_t}\tilde{x} \quad (2)$$

onde $\tilde{x} = x - x_d$ é o erro de seguimento de posição no espaço da tarefa e K_{v_t} e K_{p_t} representam as matrizes positivas definidas que definem os ganhos de velocidade e proporcional no espaço da tarefa, respectivamente.

A equação dinâmica de erro do sistema em malha fechada é obtida combinando a lei controle linearizante, (eq. 3.1 e 3.2), com a dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa, (eq. 2.8). Assim,

$$\ddot{\tilde{x}} + K_{v_t}\dot{\tilde{x}} + K_{p_t}\tilde{x} = \hat{H}(q)^{-1}[\ddot{\tilde{H}}(q)\ddot{x} + \ddot{C}(q, \dot{q})\dot{\tilde{x}} + \ddot{G}(q)] = \hat{H}(q)^{-1}\bar{Y}(\tilde{\theta}) \quad (3)$$

onde $(\cdot) = (\cdot) - (\cdot)$, $\bar{Y}(\cdot) = \bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{x}, \tilde{x})$ e $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ é o vetor de erro nos parâmetros.

Esta equação, (eq. 3.3), pode ser expressa na forma de equações de estado como:

$$\dot{\xi}_t = A_t \xi_t + B_t \bar{\varphi} \tilde{\theta} \quad (4)$$

$$z_t = C_t \xi_t$$

onde $\bar{\varphi} = \bar{H}(q)^{-1}\bar{Y}(\cdot)$, z_t é o vetor de erro filtrado de seguimento no espaço da tarefa e ξ_t é o vetor de erros de seguimento no espaço da tarefa definido como:

$$\xi_t = \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \dot{\tilde{x}} \end{bmatrix}; e \quad A_t = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -K_{p_t} & -K_{v_t} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$B_t = \begin{bmatrix} 0_n \\ I_n \end{bmatrix}, \quad C_t = [\alpha_t I_n \quad I_n]$$

com K_{v_t} e K_{p_t} sendo definidas como anteriormente para assegurar que A_t seja uma matriz de *Hurwitz*, 0_n sendo a matriz zero, I_n sendo a matriz de identidade e $\alpha_t I_n$ sendo uma matriz diagonal e positiva, isto é, $\alpha_t > 0$.

Para este caso, é assumido que \tilde{x} é mensurável e que a estimação da matriz de inércia e de sua inversa são limitadas. Para garantir que a matriz de inércia seja limitada, é necessário o uso do método de redefinição na lei de adaptação, para garantir que os parâmetros permaneçam limitados, isto é, especificamente os parâmetros estimados são forçados a permanecer dentro de alguma região conhecida.

A análise de estabilidade é estabelecida a partir da escolha da seguinte função de *Lyapunov*:

$$V(t) = \xi_t^T P_t \xi_t + \tilde{\theta}^T \Gamma_t^{-1} \tilde{\theta} \quad (6)$$

onde $\Gamma_t = \Gamma_t^T > 0$ é a matriz simétrica, diagonal, positiva definida correspondente aos ganhos de adaptação e P_t é a matriz simétrica e positiva definida da equação de *Lyapunov*:

$$A_t^T P_t + P_t A_t = -Q_t \quad (7)$$

sendo Q_t uma matriz simétrica, positiva definida. A matriz Q_t é escolhida de modo que a equação de *Lyapunov*, (eq. 3.7), possa ter uma solução única, simétrica e positiva definida e que a matriz P_t satisfaça a relação:

$$B_t^T P_t = C_t \quad (8)$$

Diferenciando esta função $V(t)$ ao longo das trajetórias da dinâmica de erro do sistema em malha fechada, (eq. 3.4), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -\xi_t^T Q_t \xi_t + 2\tilde{\theta}^T (\bar{Y}(\cdot))^T \hat{H}(q)^{-1} z_t + \Gamma_t^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (9)$$

Definindo a lei de adaptação de parâmetros como:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma_1^{-1} \bar{Y}(\cdot)^T \hat{H}(q)^{-1} B_1^T P_1 \varepsilon_t \quad (10)$$

Como $\dot{\hat{\theta}} = \dot{\theta}$, pode-se usar a lei de adaptação de parâmetros, (eq. 3.10), de modo que:

$$\dot{V}(t) = -\varepsilon_t^T Q_1 \varepsilon_t \leq 0 \quad (11)$$

Como $\dot{V}(t)$ é negativa semi-definida com Q_1 sendo uma matriz positiva definida, implica que V é uma função positiva definida, decrescente e inferiormente limitada por zero. Por conseqüência, os vetores ξ_t e $\hat{\theta}$ são limitados e $\xi_t \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Como ξ_t é um vetor formado por \tilde{x} e $\tilde{\dot{x}}$ permite-nos dizer que $\tilde{x} \rightarrow 0$ e $\tilde{\dot{x}} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Estratégia de controle adaptativo de Slotine e Li

Para realizar a análise de estabilidade do sistema em malha fechada, é escolhida a seguinte função candidata de Lyapunov (Slotine e Li, 1991):

$$V(t) = \frac{1}{2} r_t^T \bar{H}(q) r_t + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\theta} \quad (12)$$

onde $\tilde{\theta}$ e Γ_1 são definidas como nas eq. 3.3 e 3.6, respectivamente. A variável de seguimento r_t é definida como sendo:

$$r_t = \tilde{\dot{x}}_r = \dot{x} - \dot{x}_r = \tilde{\dot{x}} + A_t \tilde{x} \quad (13)$$

e a sua diferenciação resulta em:

$$\dot{r}_t = \ddot{\tilde{x}}_r = \ddot{x} - \ddot{x}_r = \ddot{\tilde{x}} + A_t \dot{\tilde{x}} \quad (14)$$

onde

$$\dot{x}_r = \dot{x}_d - A_t \tilde{x} \quad (15)$$

$$\ddot{x}_r = \ddot{x}_d - A_t \dot{\tilde{x}}$$

com \tilde{x} , definido na eq. 3.2, representando o erro de seguimento de posição no espaço da tarefa, $\dot{\tilde{x}}$ representando o erro de seguimento de velocidade no espaço da tarefa e A_t é uma matriz simétrica, diagonal e positiva definida ($A_t = A_t^T > 0$). O vetor \dot{x}_r é denominado de velocidade de referência no espaço da tarefa, enquanto, o vetor \ddot{x}_r é denominado de aceleração de referência no espaço da tarefa.

Tomando a lei de controle como sendo:

$$F = \hat{H}(q)\ddot{x}_r + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{x}_r + \hat{G}(q) - K_{v_r} r_t = \bar{Y}(q,\dot{q},\ddot{x}_r)\hat{\theta} - K_{v_r} r_t \quad (16)$$

e substituindo-a, (eq. 3.16), na dinâmica do robô manipulador, (eq. 2.8), resulta-se na dinâmica de erro do sistema em malha fechada:

$$\bar{H}(q)r_t + [\bar{C}(q,\dot{q}) + K_{v_r}]r_t = \bar{Y}(q)\tilde{\theta} \quad (17)$$

onde $\bar{Y}(\cdot) = \bar{Y}(q,\dot{q},\ddot{x}_r)$ e $(\cdot) = (\cdot) - (\cdot)$.

Diferenciando esta função em relação ao tempo e usando (3.17), $\dot{V}(t)$ resulta em:

$$\dot{V}(t) = -r_t^T K_{v_r} r_t + \tilde{\theta}^T \bar{Y}(\cdot)^T r_t + \tilde{\theta}^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (18)$$

Lembrando que $\dot{\hat{\theta}} = \dot{\theta}$, escolhe-se a lei de adaptação de parâmetros como:

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}} = -\Gamma_1^{-1} \bar{Y}(\cdot)^T r_t \quad (19)$$

obtendo-se:

$$\dot{V}(t) = -r_t^T K_{v_r} r_t \leq 0 \quad (20)$$

Como $V(t) > 0$ e $\dot{V}(t) \leq 0$, a estabilidade global da malha fechada é garantida. Pelo lema de Barbalat, $r_t \rightarrow 0$ assintoticamente com $t \rightarrow \infty$ e que $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$ e $\tilde{x} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Em relação a $\tilde{\theta}$, pode-se dizer apenas que este é limitado (Lewis et al., 1993).

Estratégia de controle adaptativo proposto

Considere a dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa, (eq. 2.8), e seja a seguinte lei de controle:

$$F = F_0 + \hat{F} \quad (21)$$

com

$$F_0 = \bar{H}_0(q)\ddot{x}_r + \bar{C}_0(q,\dot{q})\dot{x}_r + \bar{G}_0(q) - (K_{v_r} + K_{a_r} \|\tilde{x}\|^2)r_t - K_{p_r} \tilde{x} \quad (22)$$

$$\hat{F} = \hat{H}(q)\ddot{x}_r + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{x}_r + \hat{G}(q) \quad (23)$$

sendo as matrizes K_{v_r} , K_{a_r} e K_{p_r} simétricas, diagonais, positivas definidas ($K_{v_r} = K_{v_r}^T > 0$, $K_{a_r} = K_{a_r}^T > 0$ e $K_{p_r} = K_{p_r}^T > 0$) e o termo $\|\tilde{x}\|^2$ definido como:

$$\|\tilde{x}\|^2 = \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i^2 \tag{24}$$

onde n corresponde ao grau de liberdade ou número de juntas de um robô manipulador.

Os sinais \ddot{x}_r , \dot{x}_r , r_t e \tilde{x} são definidos como nas eq. 3.15, 3.13 e 3.2, respectivamente.

Fazendo a parametrização linear das eq. 3.22 e 3.23, o controlador proposto, (eq. 3.21), fica:

$$F = \bar{Y}(\cdot)[\theta_0 + \Delta\hat{\theta}] - (K_{v_t} + K_{a_t} \|\tilde{x}\|^2)r_t - K_{p_t} \tilde{x} \tag{25}$$

com $\bar{Y}(\cdot) = \bar{Y}(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{x}_r)$, θ_0 é o vetor de parâmetros em que nem todos os parâmetros no sistema são desconhecidos ou são desejados de modo a ter que estimar somente um subconjunto destes parâmetros e, $\Delta\hat{\theta}$ é o vetor de parâmetros estimados *on-line* ou variantes no tempo.

A dinâmica de erro do sistema em malha fechada é obtida da substituição da lei de controle, (eq. 3.21, 3.22 e 3.23), na dinâmica do robô manipulador no espaço da tarefa, (eq. 2.8). Das eq. 3.13 e 3.14, pode-se definir que $\dot{x} = r_t + \dot{x}_r$ e $\ddot{x} = \dot{r}_t + \ddot{x}_r$, de modo que a dinâmica de erro fica:

$$\bar{H}(q)\ddot{r}_t + \bar{C}(q,\dot{q})\dot{r}_t = \bar{H}(q)\ddot{x}_r + \bar{C}(q,\dot{q})\dot{x}_r + \bar{G}(q) + \hat{F} - (K_{v_t} + K_{a_t} \|\tilde{x}\|^2)r_t - K_{p_t} \tilde{x} \tag{26}$$

onde $\bar{H}(q) = \bar{H}_0(q) - \bar{H}(q)$, $\bar{C}(q, \dot{q}) = \bar{C}_0(q, \dot{q}) - \bar{C}(q, \dot{q})$ e $\bar{G}(q) = \bar{G}_0(q) - \bar{G}(q)$.

Realizando as seguintes parametrizações lineares:

$$\bar{Y}(\cdot)\Delta\theta = \bar{H}(q)\ddot{x}_r + \bar{C}(q,\dot{q})\dot{x}_r + \bar{G}(q) \tag{27}$$

com $\Delta\theta = \theta_0 - \theta$

$\hat{F} = \hat{H}(q)\ddot{x}_r + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{x}_r + \hat{G}(q) = \bar{Y}(\cdot)\Delta\hat{\theta}$, a dinâmica de erro resulta em:

$$\bar{H}(q)\ddot{r}_t + \bar{C}(q,\dot{q})\dot{r}_t = \bar{Y}(\cdot)[\Delta\theta + \Delta\hat{\theta}] - (K_{v_t} + K_{a_t} \|\tilde{x}\|^2)r_t - K_{p_t} \tilde{x} \tag{28}$$

Fazendo $\Delta\theta = \theta - \theta_0$, a equação final para representar a dinâmica de erro é como segue:

$$\bar{H}(q)\ddot{r}_t + [\bar{C}(q,\dot{q}) + K_{v_t} + K_{a_t} \|\tilde{x}\|^2]r_t + K_{p_t} \tilde{x} = \bar{Y}(\cdot)\Delta\tilde{\theta} \tag{29}$$

onde $\Delta\tilde{\theta} = \Delta\theta - \Delta\hat{\theta}$ é o vetor de erro nos parâmetros.

A estabilidade é mostrada a partir da seguinte função candidata de *Lyapunov*:

$$V(t) = \frac{1}{2}r_t^T \bar{H}(q)r_t + \frac{1}{2}\tilde{x}^T K_{p_t} \tilde{x} + \frac{1}{2}\Delta\tilde{\theta}^T \Gamma_t^{-1} \Delta\tilde{\theta} \tag{30}$$

onde a matriz Γ_t é simétrica, diagonal e positiva definida ($\Gamma_t = \Gamma_t^T > 0$).

Diferenciando esta função $V(t)$ ao longo das trajetórias da dinâmica de erro do sistema em malha fechada, (eq. 3.29), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -r_t^T [K_{v_t} + K_{a_t} \|\tilde{x}\|^2]r_t - \tilde{x}^T K_{p_t} A_t \tilde{x} + r_t^T \bar{Y}(\cdot)\Delta\dot{\theta} + \Delta\tilde{\theta}^T \Gamma_t^{-1} \dot{\Delta\tilde{\theta}} \tag{31}$$

onde A_t é definido como na eq. 3.15.

Escolhendo a lei de adaptação de parâmetros como:

$$\Delta\dot{\tilde{\theta}} = -[\Gamma_t \bar{Y}(\cdot)^T r_t + \beta_t \Gamma_t \bar{Y}(\cdot)^T \varepsilon_t] \tag{32}$$

com a matriz β_t sendo simétrica, diagonal, positiva definida ($\beta_t = \beta_t^T > 0$) e ε_t sendo o erro de predição dos torques de controle definido da seguinte forma:

$$\varepsilon_t = \hat{F} - F = \bar{Y}(\cdot)[\theta_0 + \Delta\hat{\theta}] - \bar{Y}(\cdot)(\theta) = \bar{Y}(\cdot)[\theta_0 + \Delta\hat{\theta} - \theta] = \bar{Y}(\cdot)\Delta\tilde{\theta} \tag{33}$$

Como $\Delta\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\Delta\tilde{\theta}}$, pode-se usar a lei de adaptação de parâmetros, (eq. 3.32), de modo que:

$$\dot{V}(t) = -r_t^T [K_{v_t} + K_{a_t} \|\tilde{x}\|^2]r_t - \tilde{x}^T K_{p_t} A_t \tilde{x} - \beta_t \varepsilon_t^T \varepsilon_t \leq 0 \tag{34}$$

Como \dot{V} , (eq. 3.31), é negativa semi-definida ($\dot{V} \leq 0$), a estabilidade global do sistema em malha fechada é garantida. Aplicando o *lema de Barbalat*, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0$, pode-se mostrar que $r_t \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, implicando que ambos $\tilde{x} \rightarrow 0$ e $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Nada se pode concluir em relação à convergência do vetor de erro nos parâmetros $\Delta\tilde{\theta}$ e ao erro de predição ε_t a zero, respectivamente, mas sim que estes permanecem limitados.

Resultados de simulações

Nesta seção, são apresentados resultados das simulações, obtidos utilizando as estratégias de controle descritas na seção 3.

Para a realização das simulações, é utilizado o modelo dinâmico, inclusive o levantamento de dados, desenvolvido por Armstrong *et al.*, (1986) e, Erlic e Lu (1993) para os elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560 (ver Figura 2). Este robô manipulador desloca-se no plano vertical e sofre influência dos efeitos gravitacionais.

O objetivo das simulações é realizar a comparação de desempenho obtido pelo robô

manipulador com as diferentes estratégias de controle no espaço da tarefa quanto ao comportamento dos erros de seguimento (de posição e de velocidade), aos torques de controle, as trajetórias desejadas em relação às trajetórias realizadas pelo robô manipulador e ao comportamento dos parâmetros estimados.

Assim, as simulações para cada estratégia de controle abordada foram realizadas para os casos não-adaptativo e adaptativo.

Em todos os testes de simulação considerou-se que o robô manipulador deve rastrear as seguintes trajetórias:

- Trajetória 01: refere-se a uma trajetória retilínea onde os valores iniciais e finais das posições desejadas no espaço da tarefa são, respectivamente:

$$x_d(0) = y_d(0) = 0.2 \text{ m.}$$

$$x_d(3) = y_d(3) = 0.5 \text{ m.}$$

sendo que as velocidades e acelerações desejadas no espaço da tarefa, iniciais e finais, são iguais a zero. A posição final é atingida em 3 segundos, a partir do que o robô manipulador deve permanecer em regulação.

- Trajetória 02: refere-se a uma trajetória circular descrita no espaço da tarefa, onde os valores de raio e de centro do círculo são, respectivamente:

$$\text{raio} = 0.15 \text{ m.}$$

$$\text{centro} = 0.35 \text{ m.}$$

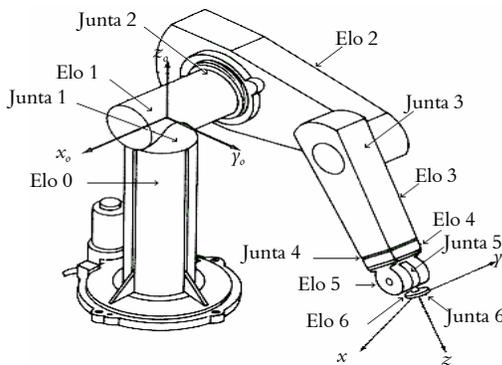


Figura 2. Elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560

Nas simulações, considerou-se que a incerteza na inércia foi ocasionada apenas pela massa do punho e pela massa da carga acopladas ao final do elo 3 do robô manipulador PUMA 560. O vetor de parâmetros nominais θ para parametrização linear foi escolhido de tal forma que a incerteza na inércia considera os termos $a_{0i}, i = 1, \dots, 8$ conhecidos e o

termo a_{09} desconhecido.

O valor atribuído ao termo a_{09} foi tomado como um valor nulo. Com isto, o vetor de parâmetros nominais foi definido como:

$$\theta = [a_{01} \ a_{02} \ a_{03} \ a_{04} \ a_{05} \ a_{06} \ a_{07} \ a_{08} \ a_{09}]^T \quad (1)$$

onde os termos $a_{0i}, i = 1, \dots, 8$ são fornecidos pela Tabela 1 (Armstrong *et al.*, 1986; Erlic e Lu, 1993) e o termo $a_{09} = 0$ (0% de 1.25).

Tabela 1. Valores do vetor de parâmetros nominais θ para os elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560 usados na simulação

| Parâmetros | Valores |
|------------|-------------|
| a_{01} | 6.33 |
| a_{02} | 0.14 |
| a_{03} | 0.11 |
| a_{04} | 0.00 (27.6) |
| a_{05} | 31.9 |
| a_{06} | 3.30 |
| a_{07} | 0.94 |
| a_{08} | 0.00 (4.54) |
| a_{09} | 0.00 (1.25) |

Observe que, além do termo a_{09} , os valores dos termos a_{04} e a_{08} , correspondentes ao atrito nas juntas, são considerados nulos para efeito de simulação.

A partir destes valores do vetor de parâmetros nominais do modelo dinâmico para os elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560, (Tabela 1), pode-se desenvolver a parametrização linear correspondente. Logo, a matriz regressora correspondente a esta parametrização é:

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & Y_{17} & Y_{18} & Y_{19} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} & Y_{29} \end{bmatrix} \quad (2)$$

com

$$Y_{11} = \dot{q}_1$$

$$Y_{12} = c_2(2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - s_2[\dot{q}_2\dot{q}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2]$$

$$Y_{13} = \dot{q}_2$$

$$Y_{14} = \dot{q}_1$$

$$Y_{15} = c_1$$

$$Y_{16} = c_{12}$$

$$Y_{17} = 0$$

$$Y_{18} = 0$$

$$Y_{19} = (p_{01} + 2p_{02}c_2)\ddot{q}_1 + p_{02}(1 + c_2)\ddot{q}_2 - p_{02}s_2[\dot{q}_2\dot{q}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2] + p_{04}c_1 + p_{05}c_{12}$$

$$Y_{21} = 0$$

$$Y_{22} = c_2\ddot{q}_1 + s_2\dot{q}_1\dot{q}_1$$

$$Y_{23} = \ddot{q}_1$$

$$\begin{aligned}
 Y_{24} &= 0 \\
 Y_{25} &= 0 \\
 Y_{26} &= c_{12} \\
 Y_{27} &= \dot{q}_2 \\
 Y_{28} &= \ddot{q}_2 \\
 Y_{29} &= p_{o2}[(1+c_2)\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + s_2\dot{q}_1\dot{q}_1] + p_{o5}c_{12}
 \end{aligned}$$

Nas expressões acima, utilizou-se a notação simplificada: $q = [q_1 \ q_2]^T$, $\dot{q} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2]^T$, $s_1 = \text{sen}(q_1)$, $s_2 = \text{sen}(q_2)$, $s_{12} = \text{sen}(q_1 + q_2)$, $c_1 = \text{cos}(q_1)$, $c_2 = \text{cos}(q_2)$, $c_{12} = \text{cos}(q_1 + q_2)$, e os termos $p_{o1} = 0.37$, $p_{o2} = 0.18$, $p_{o3} = 0.18$, $p_{o4} = 4.23$, $p_{o5} = 4.15$ são determinados por *Erlic e Lu* (Erlic e Lu, 1993), a partir dos dados de *Armstrong et al.* (Armstrong et al., 1986).

As matrizes de ganhos para as diferentes estratégias de controle no espaço da tarefa foram obtidas mediante simulações, nas quais se buscou encontrar um compromisso com valores de erros de seguimento (de posição e de velocidade) aceitáveis. Assim, os valores fixos de ganhos são fornecidos na Tabela 2 e no caso adaptativo, os ganhos de adaptação são fornecidos pela Tabela 3.

Tabela 2. Matrizes de ganhos fixos para realização do controle direto no espaço da tarefa

| Ganhos | Controle no Espaço da Tarefa | | |
|-------------|------------------------------|---------|----------|
| | Craig | Slotine | Proposto |
| K_{v_i} | 8.88 | 17 | 17 |
| K_{v_f} | 19.75 | - | 50 |
| α_f | 3 | - | - |
| λ_f | - | 4.25 | 4.25 |
| K_{a_i} | - | - | 20 |

Tabela 3. Ganhos de adaptação para realização do controle direto no espaço de tarefa

| Traj. | Controle no Espaço da Tarefa | | | |
|-------|------------------------------|-------|---------|----------|
| | Ganhos | Craig | Slotine | Proposto |
| 01 | Γ_{199} | 1400 | 300 | 300 |
| | β_{199} | - | - | 0.05 |
| 02 | Γ_{199} | 75 | 30 | 30 |
| | β_{199} | - | - | 0.4 |

No caso não-adaptativo, verificou-se que as trajetórias 01 e 02 não são seguidas pelo efetuador final do robô manipulador (ver Figuras 3.g e 5.g), visto que os erros de seguimento (de posição e de velocidade) não convergem a zero, em consequência dos efeitos dos torques gravitacionais e das incertezas na inércia não serem compensados (ver Figuras 3.a, 3.b, 3.c, 3.d, 5.a, 5.b, 5.c e 5.d).

Para os casos não-adaptativo (ver Figuras 3.h e 5.h) e adaptativo, verificou-se também que a

diferença entre o comportamento dos erros de seguimento (de posição e de velocidade) é devida ao uso de estratégias de controle distintas.

No caso adaptativo, para o seguimento das trajetórias 01 e 02, verificou-se que os erros de seguimento (de posição e de velocidade) convergem a zero (ver Figuras 4.a, 4.b, 4.c, 4.d, 6.a, 6.b, 6.c e 6.d) e que as trajetórias 01 e 02 são seguidas pelo efetuador final do robô manipulador (ver Figuras 4.g e 6.g).

Em relação aos parâmetros estimados (ver Figuras 4.h e 6.h), verificou-se também que estes convergiram para os seus valores verdadeiros (nominais), apesar das trajetórias 01 e 02 não serem persistentemente excitadas.

Quanto aos torques de controle resultantes do uso de estratégias de controle distintas (ver Figuras 3.e, 3.f, 4.e, 4.f, 5.e, 5.f, 6.e e 6.f), é admissível dizer que estes mantiveram comportamentos suaves e parecidos, e com valores de magnitudes aceitáveis.

Neste trabalho, foram tratadas as propriedades fundamentais da dinâmica de robôs manipuladores no espaço da tarefa e, em seguida, apresentadas a estratégia de controle (de *Craig*), baseada na dinâmica inversa, e as estratégias de controle (de *Slotine e Li* e proposta), baseadas na passividade, sendo as mesmas relacionadas ao uso do problema de seguimento de trajetórias.

Para estas estratégias de controle adaptativo direto no espaço da tarefa, a estabilidade e a análise de convergência foram realizadas pelo método direto de *Lyapunov*.

Os resultados de simulações das estratégias de controle adaptativo abordadas apresentaram desempenho satisfatório no seguimento das trajetórias desejadas 01 e 02, enquanto que, no caso não-adaptativo, foram obtidos erros de seguimento (de posição e de velocidade) significativos, e as trajetórias desejadas 01 e 02 não foram seguidas pelo robô manipulador.

Verificou-se, também, que o controle direto no espaço da tarefa necessita de uma menor carga computacional, pois não se utiliza da cinemática inversa e que a sua aplicação se torna necessária quando o problema de controle de interação entre o robô manipulador e o ambiente é de interesse. De fato, estratégias de controle no espaço de juntas são suficientes somente para o controle de movimento no espaço livre. Quando o efetuador final do robô manipulador é restrito pelo ambiente, por exemplo, no caso do efetuador final em contato com um ambiente elástico, é necessário controlar as posições e forças de contato, sendo então conveniente referir-se às estratégias de controle no espaço da tarefa. Portanto, estas estratégias, além de realizar o controle de movimento, constituem também a premissa para o controle de interação (controle de força para robôs manipuladores).

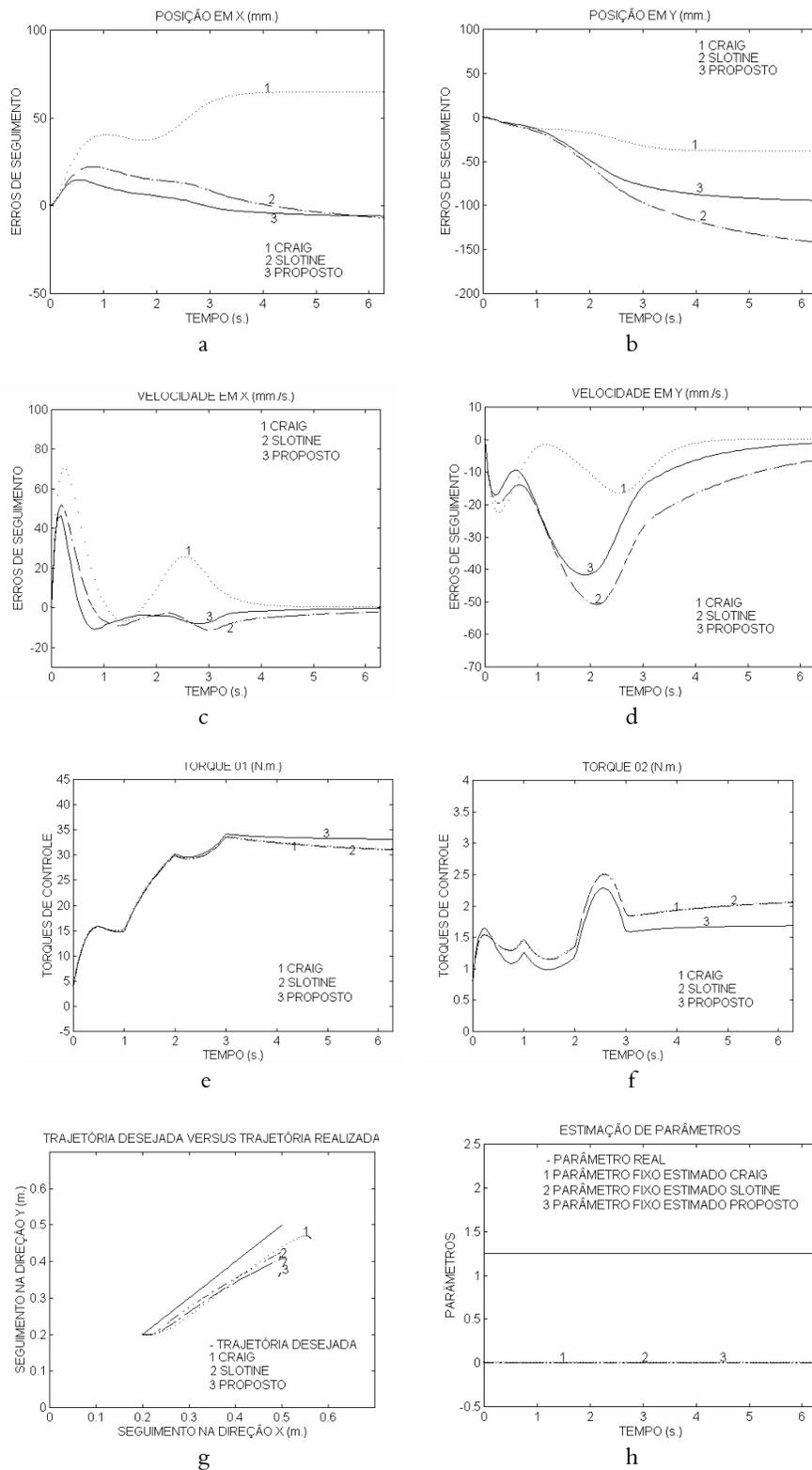


Figura 3. Caso não-adaptativo - trajetória 01

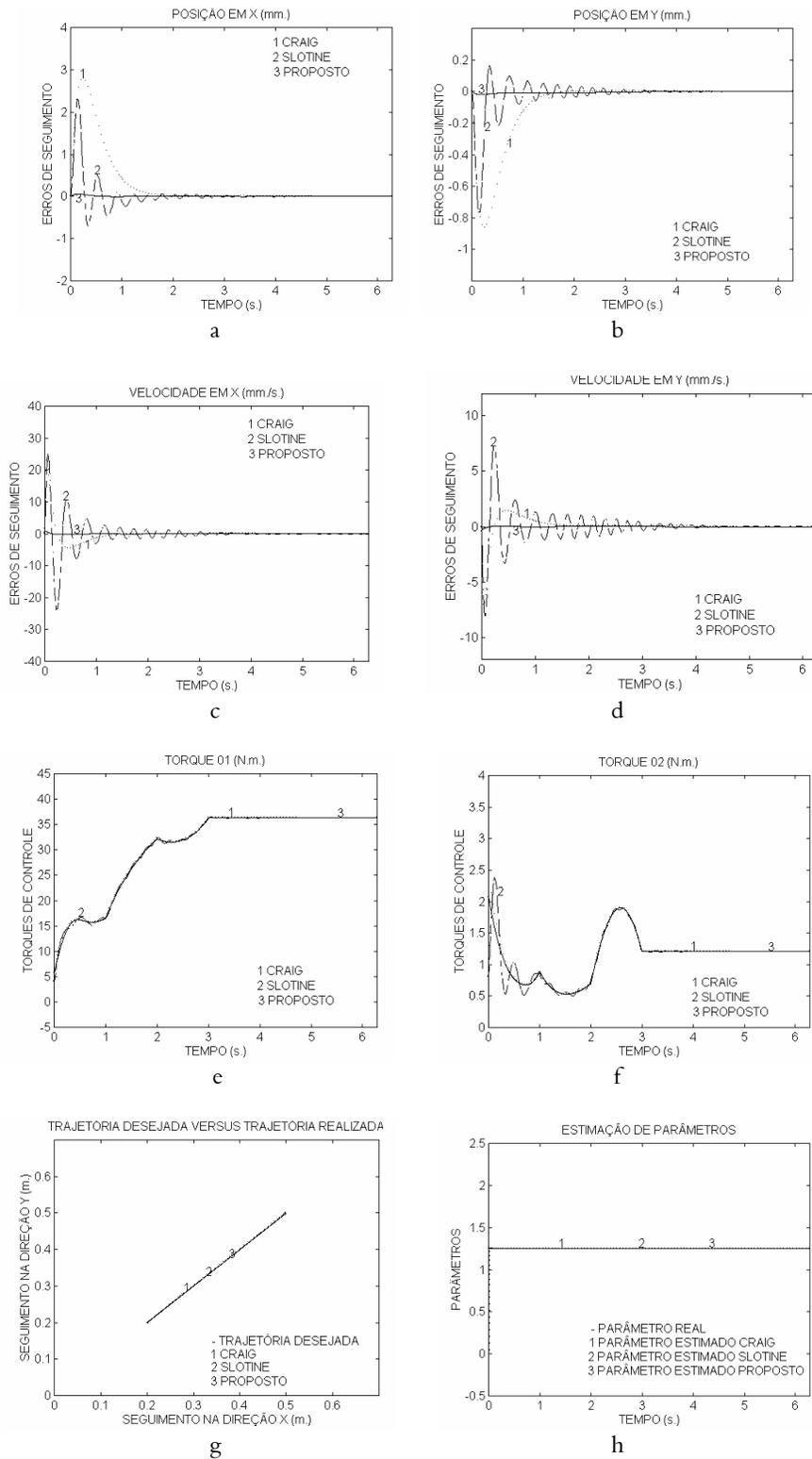


Figura 4. Caso adaptativo - trajetória 01

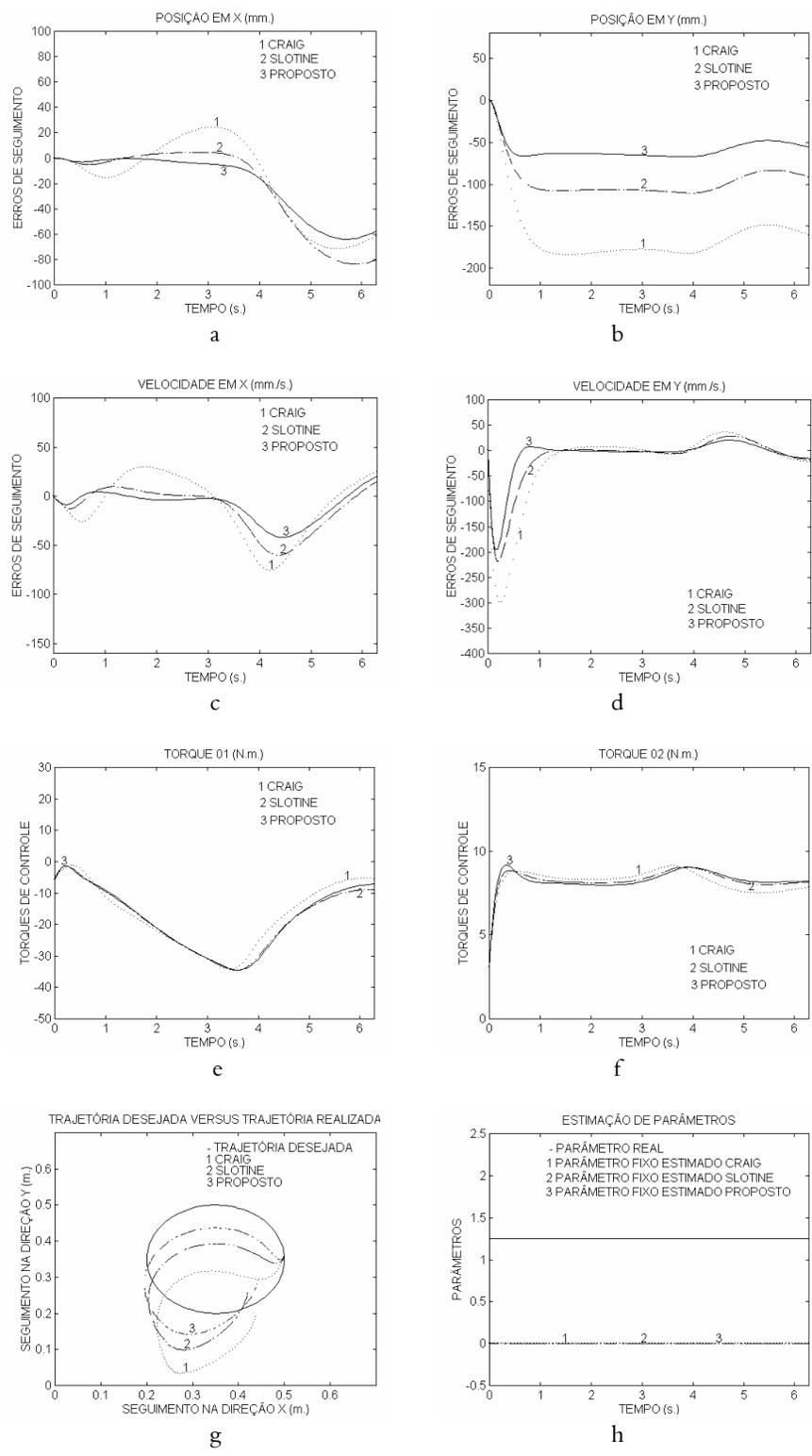


Figura 5. Caso não-adaptativo - trajetória 02

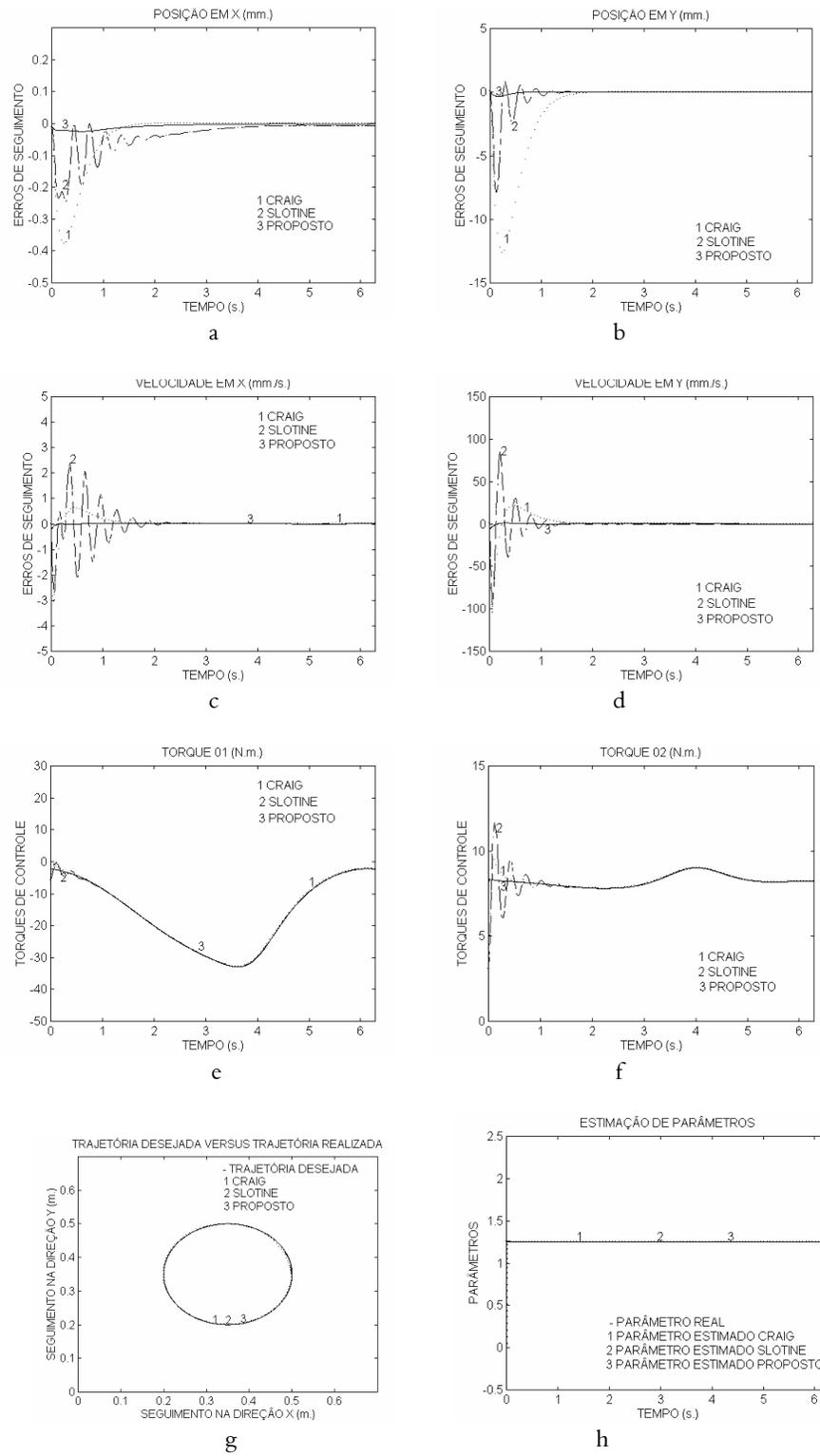


Figura 6. Caso adaptativo - trajetória 02

Referências

- ARMSTRONG, B. *et al.* The explicit dynamic model and inertial parameters of the PUMA 560 Arm. *Proc. IEEE Conf. Robot. Autom.*, New York, v. 2, p. 510-518, 1986.
- CANUDAS DE WIT, C. *et al.* *Theory of robot control*. New York: Springer-Verlag, 1996.
- ERLIC, M.; LU, W.-S. A Reduced-order adaptive velocity observer for manipulator control. *Proc. IEEE Conf. Robot. Autom.*, New York, v.2, p. 328-332, 1993.
- LEWIS, F. L. *et al.* *Control of robot manipulators*. New York: Macmillan, 1993.
- SCIAVICCO, L.; SICILIANO, B. *Modeling and control of robot manipulators*. Chicago: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1996.
- SLOTINE, J. J.; LI, W. *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs: Prentice Hall International, Inc., 1991.
- SPONG, M. W. *The control handbook*. New York: CRC Press, Inc., 1996.

Received on August 20, 2001.

Accepted on November 20, 2001.