

# Modelo matemático para simulação de resfriamento de produtos agrícolas em fluxos contracorrentes

Valdecir Antoninho Dalpasquale

Departamento de Agronomia, Universidade Estadual de Maringá, Av. Colombo, 5790, 87020-900, Maringá, Paraná, Brasil.

**RESUMO.** O resfriamento de produtos agrícolas secos em altas temperaturas, apesar de técnica e economicamente vantajoso, tem sido relegado a segundo plano porque não se tem conduzido experimentos a respeito. A razão desses não terem sido conduzidos foi devido à ausência de modelo de simulação capaz de viabilizar sua utilização em fluxos contracorrentes, uma vez que a simulação matemática permite a obtenção de resultados em curto período de tempo e com poucos investimentos financeiros. O modelo de simulação de secagem em fluxos contracorrentes da MSU, o modelo mais completo atualmente disponível, tem solução de natureza logarítmica positiva, o que dificulta sua obtenção. Nova demonstração daquele modelo resultou em outro com solução de natureza logarítmica negativa, o que lhe garante convergência para o resultado. Após otimização desse novo modelo em cada sistema de secagem onde for utilizado, torna-se possível dimensionar não apenas resfriamento em fluxos contracorrentes de produtos secados em altas temperaturas, mas também viabiliza o dimensionamento de sistemas de secagem e de pré-aquecimento nesse tipo de fluxo.

**Palavras-chave:** simulação, contracorrentes, secagem, pré-aquecimento, resfriamento.

**ABSTRACT. Counter-flow cooling simulation model for agricultural products.** Counter-flow cooling of agricultural products dried in high-temperature grain dryers have being left aside, although technically and economically advantageous. The main reason is the lack of experiments based on simulation, which can produce results in short periods of time with small financial investments. The MSU counter-flow cooling model, the most complete model currently available, has logarithmic positive solution, which makes it difficult to be obtained. New demonstration of the model resulted in another with logarithmic negative solution, which ensures the convergence to it. After optimization of this new model in each drying system it is used, not only counter-flow cooling may be done, but also pre-heating and drying can be estimated.

**Key words:** simulation, counter-flow, drying, pre-heating, cooling.

## Introdução

A investigação do comportamento de secador de grãos pode ser iniciada após uma hora de operação, para seu aquecimento. Quando se trabalha em fluxos contrários recomenda-se que cada teste se prolongue por aproximadamente 24 horas, a fim de ser observado melhor as variações climáticas diárias e aquelas de umidade inicial do produto. Cada teste deve ser repetido por, pelo menos, três vezes.

Se assim fossem conduzidos todos os testes de avaliação de secadores, eles seriam caros e demorados. É por isso que a maioria dos secadores comerciais não é devidamente avaliada. Mas, a simulação matemática de secagem pode substituir com vantagens a maioria desses testes: (1) os custos

são substancialmente reduzidos; (2) pode haver número maior de testes; (3) pode-se investigar maior número de variáveis e de modo mais independente e (4) as respostas são obtidas em curto intervalo de tempo. Assim, as mudanças podem ser implementadas e seus benefícios obtidos com maior rapidez.

Então, porém, alguns pontos básicos a serem atendidos: o modelo matemático para simulação de secagem deve ser o mais adequado possível e o usuário deve conhecer os critérios matemáticos do modelo e as técnicas de engenharia de secagem.

Diversos modelos matemáticos foram estudados para simular principalmente a secagem de grãos e legumes em geral. Hukill (1974) desenvolveu o primeiro modelo matemático para simulação de secagem com ar ambiente. Bloome e Shove (1971)

apresentaram modelo que assume a existência de quase equilíbrio entre o ar de secagem e o produto, em cada camada, avaliado por uma equação de umidade de equilíbrio do produto. Nessa mesma linha de raciocínio, Thompson *et al.* (1974) desenvolveu outro modelo na Purdue University. Seus trabalhos foram aperfeiçoados por Morey *et al.* (1976) e Thompson *et al.* (1986). Esses modelos pretenderam atender às expectativas de Boyce (1966) e Henderson e Henderson (1986). Fortes e Okos (1978) apresentaram modelo baseado no conceito de irreversibilidade termodinâmica, onde os fluxos de líquido e de vapor são expressos pelos gradientes de temperatura e de umidade relativa de equilíbrio. Njie e Rumsey (1993) desenvolveram um modelo para prever a umidade e temperatura de produto secado naturalmente ao sol.

Modelos matemáticos com base em análise térmica de física de secagem foram desenvolvidos na Michigan State University (Bakker-Arkema *et al.*, 1970) e na Newcastle University (Nellist, 1974). Se os outros modelos priorizavam a secagem com ar ambiente, esses também atendiam a ela, mas foram voltados para o estudo de secagem em altas temperaturas. Os modelos da Michigan State University, conhecidos como *modelos de secagem da MSU*, simulam sistemas de secagem em camada fixa, em fluxos cruzados, em fluxos concorrentes e em fluxos contracorrentes. Os dois primeiros são compostos, cada um, por três equações diferenciais parciais e uma equação de secagem em camadas finas. Esses sistemas de quatro equações são resolvidos por métodos numéricos. As equações diferenciais do modelo em fluxos concorrentes são ordinárias, o que permite que sejam resolvidas analiticamente por algoritmos. O modelo em fluxos contracorrentes também é descrito por um sistema de três equações diferenciais ordinárias e uma equação de secagem em camadas finas. Porém, o sistema é um problema de contorno em dois pontos: conhece-se as condições de entrada do produto em um lado do sistema e aquelas do ar de secagem, no outro lado dele. Isso torna a solução matemática mais difícil do que para o modelo em fluxos concorrentes, em especial na forma em que o modelo em fluxos contracorrentes foi desenvolvido.

O princípio de troca de energia e massa em fluxos contracorrentes pode ser de alta eficiência se adequadamente dimensionado. O uso desse princípio tem sido indicado para aumentar a eficiência de sistemas de secagem e para sua maior economia. Tem sido proposto o uso de resfriamento em fluxos contracorrentes para secadores em fluxos cruzados (Dalpasquale e Bakker-Arkema, 1981) e

para aqueles em cascata (Dalpasquale, 1996). No primeiro tipo de secador, essa forma de resfriamento ajuda a minimizar danos no produto, diminuindo o estresse térmico causado pela temperatura do ar ambiente. Nos secadores em cascata, pode-se fazer economia com menor número de calhas na seção de resfriamento do secador.

O modelo MSU em fluxos contracorrentes foi resolvido aplicando-se programação invariante, buscando-se a melhor solução (Bakker-Arkema *et al.*, 1970). Esse modelo tem permitido soluções de custo apenas teórico, com aplicações restritas desses resultados (Roth *et al.*, 1973; Bakker-Arkema *et al.*, 1974; Thompson *et al.*, 1986). Tais resultados foram de difícil obtenção e para condições bastante limitadas, o que impediu evidenciar alguns dos principais aspectos da simulação matemática, como a versatilidade de investigações com a variação de parâmetros.

Soluções matemáticas mais simples tendem a popularizar o emprego de resfriamento de produtos agrícolas em fluxos contracorrentes, agregando-lhes resultados economicamente compensadores. Com o intuito de estimular o uso generalizado desse princípio de transferência de energia e massa, o presente trabalho propõe:

- alterar o modelo da Michigan State University em fluxos contracorrentes, a fim de que tenha solução matemática rápida e de natureza convergente;
- mostrar aplicações do novo modelo para dimensionar a seção de resfriamento de secadores de produtos agrícolas.

## Material e métodos

O presente trabalho analisou o comportamento matemático das equações diferenciais que compõem o modelo MSU em fluxos contracorrentes. Por ter solução de natureza logarítmica positiva, nova demonstração do modelo de secagem em fluxos contracorrentes da MSU foi feita, tomando-se como ponto inicial do sistema o lado de entrada do ar, conforme pode ser observado no volume de controle mostrado na Figura 1. Os balanços de energia e de massa foram os mesmos usados no desenvolvimento do modelo original, onde o ponto inicial do sistema era no lado de entrada do produto. Assim, as novas condições de contorno passaram a ser:

$$T(0) = T(\text{entrada}) \Rightarrow \text{temperaturas do ar} \quad (1)$$

$$\theta(L) = \theta(\text{inicial}) \Rightarrow \text{temperaturas do produto} \quad (2)$$

$$RM(0) = RM(\text{entrada}) \Rightarrow \text{umidades do ar} \quad (3)$$

$$U(L) = U(\text{inicial}) \Rightarrow \text{umidades do produto} \quad (4)$$

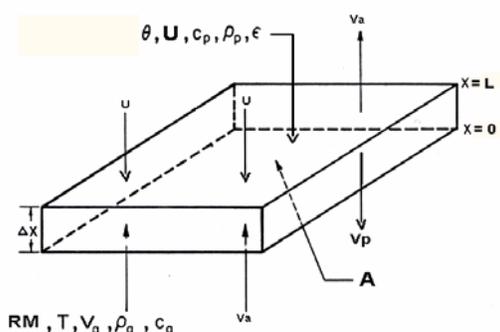


Figura 1. Volume de controle para análise de trocas de energia e massa em fluxos contracorrentes

A nova proposta para o sistema tem como positivo o sentido ascendente do fluxo de ar e negativo, a descida gravitacional do produto sendo resfriado. Para atender esse critério, o processo de transferência de massa do produto precisa ser analisado como se ocorresse reumedecimento nele, porque suas condições finais devem coincidir com aquelas iniciais do ar, uma vez que, agora, a solução matemática inicia na saída do produto.

A solução do sistema resultante de equações diferenciais ordinárias é iterativa até que as condições iniciais do produto sejam atingidas, a partir das condições de entrada do ar. Isso se consegue alterando a estimativa da quantidade de umidade removida. Essa quantidade subtrai-se do valor da umidade de entrada do produto e o novo teor de umidade é usado como umidade inicial no processo de reumedecimento da camada, no ponto  $x = 0$ . A fim de facilitar a identificação correta dessa quantidade, dentro de critérios de erro pré-estabelecidos, usou-se a Regra Dourada (Rao, 1979):

$$\Delta U = Q U_{máx} - 0,618 * (Q U_{máx} - Q U_{mín}) \quad (5)$$

onde,

$\Delta U$  - quantidade necessária de umidade a ser removida;

$Q U_{máx}$  - quantidade excessiva de umidade a ser removida;

$Q U_{mín}$  - quantidade insuficiente de umidade a ser removida.

Na primeira tentativa, a quantidade necessária de umidade a ser removida é indicada de modo aleatório. Se, na primeira iteração da equação 5 a estimativa da umidade de entrada do produto for superior àquela real da condição de contorno, essa quantidade de umidade a ser removida inicialmente alocada assume a posição de quantidade insuficiente

de umidade a ser removida, pois não foi possível atingir o valor desejado. A quantidade excessiva de umidade a ser removida é obtida dobrando-se aquela da quantidade insuficiente. Se, porventura, a estimativa de umidade de entrada do produto for inferior àquela da condição de contorno, a quantidade empregada como umidade necessária a ser removida é usada como quantidade excessiva de umidade a ser removida e a quantidade insuficiente é definida como a metade da excessiva. Define-se, assim, os valores iniciais da equação 5, usada até atingir o nível de precisão desejado para a umidade inicial do produto.

O novo modelo MSU para resfriamento em fluxos contracorrentes foi resolvido pelo método de Runge-Kutta de Ordem Quatro. Analisou-se uma camada de milho com 0,5 m de espessura em um processo de resfriamento. O incremento de tempo foi de 0,005 horas, após a análise do comportamento da equação de secagem em camada fina. A velocidade do produto pela camada foi a razão entre a quantidade de milho (quilogramas por hora, por metro quadrado) e a sua massa específica aparente (quilogramas por metro cúbico). O incremento em espaço foi obtido multiplicando-se a velocidade do produto pelo incremento em tempo.

A técnica numérica foi aplicada na equação diferencial de entalpia, na de umidade do ar e na de entalpia do produto. A umidade do produto foi avaliada por uma equação de camadas-finas. Neste trabalho, usou-se a equação proposta por Page (1949):

$$RU = \exp(-k \cdot t^n) \quad (6)$$

com os coeficientes para reumedecimento apresentados por Misra e Brooker (1980):

$$k = \exp(-8,5122 + 1,2178 \cdot \ln(1,8 \cdot T + 32) + 0,0864 \cdot U_o) \quad (7)$$

$$n = 2,1876 - 0,0167 \cdot UR \quad (8)$$

onde,

$RU$  - razão de umidade, adimensional;

$t$  - tempo, horas;

$T$  - temperatura, °C;

$U_o$  - umidade inicial, base seca;

$UR$  - umidade relativa, decimal.

No parâmetro  $RU$  é necessário avaliar a umidade de equilíbrio do produto. Neste trabalho, usou-se a equação de Henderson modificada:

$$U_e = \left( \frac{\ln(1-UR)}{-0,4613 \cdot (T + 49,81)} \right)^{1/1,2164} \quad (9)$$

onde  $U_e$  é a umidade de equilíbrio do produto, expressa em base seca.

As condições de operação de resfriamento utilizadas na simulação foram:

- densidade de fluxo de ar de  $25 \text{ m}^3 \text{ min}^{-1} \text{ m}^{-2}$ ;
- fluxo de gases de  $3250 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ;
- massa específica aparente do produto igual a  $750 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;
- umidade de entrada do milho igual a 14,5%;
- temperatura ambiente de  $25^\circ\text{C}$ ;
- umidade relativa de 65%.

### Resultados e discussão

Os novos pontos inicial e final do volume de controle levaram ao seguinte novo modelo de resfriamento em fluxos contracorrentes, quando as condições de contorno de (1) a (4) foram usadas:

$$\frac{dT}{dx} = - \frac{h \cdot a}{Ga \cdot ca + Ga \cdot cv \cdot RM} \cdot (T - \theta) \quad (10)$$

$$\frac{d\theta}{dx} = - \frac{h \cdot a}{Gp \cdot cp + Gp \cdot cw \cdot U} \cdot (T - \theta) + \frac{hfg + cv \cdot (T - \theta)}{Gp \cdot cp + Gp \cdot cw \cdot U} \cdot Ga \cdot \frac{dRM}{dx} \quad (11)$$

$$\frac{dRM}{dx} = \frac{Gp}{Ga} \cdot \frac{dU}{dx} \quad (12)$$

$$\frac{dU}{dt} = \text{equação de reumedecimento em camada fina} \quad (13)$$

A solução analítica das equações (10) e (11) continua na forma logarítmica, como no modelo original, mas com natureza negativa, o que lhes confere caráter de convergência para a solução correta. Esse é o principal problema do modelo original: sua solução não tem convergência garantida. Agora, se a primeira tentativa da quantidade necessária de umidade a ser removida for razoável, a solução correta é atingida com menos de cinco iterações.

Usando as condições de operação de resfriamento apresentadas anteriormente, obteve-se os resultados mostrados na Tabela 1. Observa-se, na primeira linha, as condições de contorno referentes ao ar e, na última linha da última coluna à direita, o valor simulado de umidade com precisão melhor que 0,001, para a condição de contorno do produto. O comportamento das temperaturas do ar e do produto mostrou-se como característico de trocas de energia e de massa em fluxos contracorrentes. Comportamento semelhante foi mostrado por Dalpasquale (1997).

**Tabela 1.** Razão de umidade, temperatura e umidade relativa do ar, temperatura e umidade do produto simulados em resfriamento contracorrente

Posição (m)	Razão de umidade (kg/kg <sub>s</sub> )	Temp. <sub>ar</sub> (°C)	Umid. relat. (%)	Temp. <sub>prod.</sub> (°C)	Umidade (%)
0,00	0,01290	25,0	65,0	28,8	14,33
0,05	0,01324	30,3	49,0	30,4	14,34
0,10	0,01363	30,8	49,0	30,8	14,36
0,15	0,01403	31,1	49,4	31,2	14,38
0,20	0,01443	31,5	49,7	31,6	14,40
0,25	0,01482	31,9	50,0	31,9	14,42
0,30	0,01522	32,2	50,2	32,3	14,44
0,35	0,01562	32,6	50,5	32,7	14,45
0,40	0,01602	33,0	50,7	33,0	14,47
0,45	0,01642	33,3	50,9	33,4	14,49
0,50	0,01678	33,7	51,0	33,7	14,51

O modelo otimizado da MSU para simular resfriamento de produtos agrícolas, aqui mencionado, deve ser otimizado para cada tipo de secador que opera em altas temperaturas. Ele também pode ser usado para simular secagem, após as devidas otimizações. Com isso, ele passa a ser um novo modelo de simulação de secagem/resfriamento em fluxos contracorrentes, que permite popularizar o uso desse processo de troca simultânea de energia e de massa em produtos agrícolas. Passa a ser significativamente mais simples simular pré-aquecimento de um produto na entrada de um secador contínuo que opere em altas temperaturas, o que lhe aumentará o rendimento e a eficiência energética de secagem, conforme mostrado por Montross *et al.* (1997). A secagem em fluxos contracorrentes, presente nos secadores de calhas, bastante comuns no Brasil, pode ser finalmente otimizada nesse tipo de secador. Por fim, e também de extrema importância, o resfriamento de todos os tipos de secadores contínuos pode passar a ser em fluxos contracorrentes, melhor opção técnica e econômica, pois essa posição do secador pode agora ser facilmente otimizada com essa nova versão de modelo matemático para simulação de secagem/resfriamento. Para todos esses casos, e para produtos agrícolas outros que o milho, há necessidade de se desenvolver equações de reumedecimento em camadas finas, pois é assim que o processo é analisado neste novo modelo de simulação.

### Conclusão

A natureza logarítmica negativa das equações diferenciais ordinárias referentes às temperaturas do ar de secagem e do produto sendo secado deu ao novo modelo matemático de simulação de secagem/resfriamento em fluxos contracorrentes a capacidade de rápida convergência para o resultado correto. Isso, aliado às equações de reumedecimento

em camadas finas de produtos agf colas outros que o milho, permite o uso econô mico de pré - aquecimento de produtos secados em secadores conf nuos, a otimizaã o dos secadores de calhas e o uso em geral de resfriamento em fluxos contracorrentes em todos os tipos de secador conf nuo usados para produtos agf colas. Como conseqiê ncia imediata, os processos de secagem seã o mais econô micos e a qualidade do produto final seã superior ao que se consegue atualmente.

### Referências

- BAKKER-ARKEMA, F. W. *et al.* MSU grain drying models. In: ASAE WINTER MEETING, 1970, Chicago, IL. St. Joseph: ASAE, 1970. Separata n° 70-832.
- BAKKER-ARKEMA, F. W. *et al.* Grain dryer simulation. East Lansing, MI: MSU Agricultural Engineering Department, 1974. (Reseach Report n°24).
- BLOOME, P. D.; SHOVE, G. C. Near equilibrium simulation of shelled corn drying. *Trans. ASAE*, St Paul, v. 14, n. 2, p. 709-712, 1971.
- BOYCE, D. S. Heat and moisture transfer in ventilated grains. *J. Agric. Eng. Res.*, London, v. 11, n. 3, p. 255-265. 1966.
- DALPASQUALE, V. A. Otimizaã o de secadores de calhas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGH COLA, 1996, Bauru. *Anais...*Jaboticabal: SBEA, 1996. (CD Room).
- DALPASQUALE, V. A. Counterflow cooling of agricultural crops. In: INTER-AMERICAN DRYING CONFERENCE, v. B, 1997. Itu, S. P. *Proceedings...* Campinas: UNICAMP, 1997. p. 495-501.
- DALPASQUALE, V. A.; BAKKER-ARKEMA, F. W. Secagem de soja em secadores comerciais conf nuos de fluxo cruzado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGH COLA, 1981, Braá lia. *Anais...* Jaboticabal:SBEA, 1981.
- FORTES, M.; OKOS, M. R. A non-equilibrium thermodynamics approach to transport phenomena in capillary porous media. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DRYING, 1, 1978, Montreal, CA. *Proceedings...* Montreal, Canadã : McGill University, 1978. p. 100-105.
- HENDERSON, J. M.; HENDERSON, S. M. A computational procedure for deep bed drying analyses. *J. Agric. Eng. Res.*, London, v. 31, n. 1, p. 87-95, 1986.
- HUKILL, W.H. Grain drying. In: CHRISTENSEN, C.M (Ed.). *Storage of cereal grains and their products*. St. Paul, Minnesota: American Association of Cereal Chemists, Inc., 1974. p. 481- 508.
- MISRA, M. K.; BROOKER, D. B. Thin-layer drying and rewetting equations for shelled yellow corn. *Trans. ASAE*, St Joseph, v. 23, n. 4, p. 1254-1260, 1980.
- MONTROSS, M. D. *et al.* Dryer performance enhancement through grain preheating. *Trans. ASAE*, St Joseph, v. 40, n. 5, p. 1391-1394, 1997.
- MOREY, R. V. *et al.* *Simulation of solar energy grain drying*. St. Paul, Minnesota: UM Agricultural Engineering Department, 1976.
- NELLIST, M. E. *The drying of ryegrass seeds in deep layers*. 1974. Ph. D. (Thesis in Agricultural Engineering) - Agricultural Engineering Department, University of Newcastle upon Tyne, Newcastle, 1974.
- NJIE, D. N.; RUMSEY, T. R. A mathematical model for sun drying high moisture foods. In: ASAE WINTER MEETING, 1993,Chicago, IL. St. Joseph: ASAE, 1993. Separata n° 93-6582.
- PAGE, G. *Factors influencing the maximum rates of air drying shelled corn in thin layers*. 1949. (M.Sc. Dissertation in Agricultural Engineering) - Agricultural Engineering Department, Purdue University, West Lafayette, IN.
- RAO, S. S. *Optimization: theory and applications*. New Dely, India: Wiley Eastern Limited, 1979.
- ROTH, M. G. *et al.* Energy conservation in grain dryers: a two-stage recirculating counterflow dryer. In: CHEMICAL ENGINEERING CONFERENCE, 4, 1973, Vancouver, CA. *Proceedings...* Vancourver: AACE, 1973. p. 9-12.
- THOMPSON, T. L. *et al.* *Comparison of concurrent-flow, crossflow and counterflow grain drying models*. Washington, D.C.: USDA, 1974. (Research Report n° 841).
- THOMPSON, T. L. *et al.* Mathematical simulation of corn drying: a new model. *Trans. ASAE*, St Joseph, v. 29, n. 4, 582-586, 1986.

Received on June 25, 2001.

Accepted on July 29, 2002.