

O jogo Torre de Hanói em um contexto psicogenético

Antonio Carlos Ortega*, Lorena Carla Macedo da Silva e Meire Andersan Fiorot

*Programa de Pós-Graduação em Psicologia, Universidade Federal do Espírito Santo, Av. Fernando Ferrari, s/n, 29060-900, Vitória, Espírito Santo, Brasil. *Autor para correspondência. e-mail: acortega@escelsa.com.br*

RESUMO. O presente trabalho objetivou investigar, em um contexto psicogenético, a relação entre ação e compreensão na solução do problema formulado em situações contidas no Jogo Torre de Hanói, com base na teoria de Piaget. Participaram como sujeitos 50 escolares entre 6 e 14 anos, provenientes de duas escolas particulares do Espírito Santo. O problema consistia em passar 2, 3, 4 e 5 discos da coluna A para a coluna C, utilizando-se a coluna B e realizando-se um número mínimo de deslocamentos. Em seguida, foram formuladas questões referentes às estratégias utilizadas pelos sujeitos, na solução do problema. Os resultados mostraram a distância evolutiva que separa a solução prática de uma tarefa de sua compreensão conceitual. Assim, enquanto a maioria dos sujeitos é capaz de obter êxito na maior parte das situações contidas no referido jogo, somente poucos sujeitos mais velhos conseguem explicar os meios utilizados para resolver o problema proposto.

Palavras-chave: psicogênese, ação e compreensão, tomada de consciência, jogo de regras, Torre de Hanói.

ABSTRACT. The game Tower of Hanoi in a psychogenetical context. The present study aimed to investigate, in a psychogenetical context, the relationship between doing and understanding on the solution of the problem formulated from situations contained in the Hanoi tower game, according to Piaget's theory. Subjects who participated in this research were 50 (fifty) students, their age ranging from 6 to 14 years old, from two private school in the state of Espírito Santo. The problem they had to solve was passing 2, 3, 4 and 5 rings from a column A to a column C, using column B and doing it with the least number of displacements. Next, it were asked them some questions about the strategies used by them during the problem solving. The results showed the evolutive distance that separates the practical solution of a task and its conceptual comprehension. In this way, while most of the subjects are able to be successfully in the most of the situations contained in this game, only few ones older can explain which were the means used to solve the proposed problem.

Key words: psychogenesis, doing and understanding, conscience taking, rules game, Hanoi Tower.

Introdução

De acordo com a revisão bibliográfica apresentada em um trabalho anterior (Ortega e Rossetti, 2000), observa-se que, entre os muitos jogos de regras utilizados em estudos realizados no Brasil, nas duas últimas décadas, destaca-se a Torre de Hanói. Trata-se de interessante quebra-cabeça, que foi inspirado no modelo da mítica torre de Brama. De acordo com Langdon e Snape (1993),

a torre original consistia em três agulhas de diamante, cada uma delas da altura de um adulto. Encontravam-se sob uma grande cúpula no templo de Brama, na cidade de Benares [Norte da Índia]. As agulhas e sessenta e quatro discos de ouro foram ali colocadas pelo deus Brama quando este criou o

mundo. Os discos de ouro tinham tamanhos diferentes e estavam colocados na agulha do meio. Aos sacerdotes do templo foi atribuída a tarefa de mudar os discos da agulha central para uma das outras, de acordo com certas leis estabelecidas pelo deus Brama. Essas leis determinavam que só se podia mover um disco de cada vez, o qual tinha de ser colocado numa das agulhas antes de se movimentar o outro. E ainda que não se podia colocar um disco maior em cima de outro menor. Quando os sacerdotes tivessem terminado a sua tarefa, o deus Brama acabaria o mundo com um relâmpago (Ortega, 1993:26).

Esse jogo foi objeto tanto de investigações empíricas, que enfatizam a relação entre a ação e a compreensão, em um contexto psicogenético (Piaget, 1978a; Teixeira, 1982; Moreno, 1995), quanto de análises teóricas sobre temas piagetianos e

suas implicações psicopedagógicas (Macedo, 1991; Torres e Macedo, 1994).

Em todos esses trabalhos, e também na presente pesquisa, foi utilizada uma adaptação do modelo da mítica torre de Brama, conhecida entre nós como Torre de Hanói, cujo material é composto de uma base de madeira com três colunas e cinco discos de tamanhos diferentes colocados em ordem decrescente em uma dessas colunas, conforme pode ser observado na Figura 1.



Figura 1. Ilustração do Jogo Torre de Hanói

O problema consiste em passar os discos de uma coluna A (ponto de partida) para uma outra coluna C (ponto de chegada), utilizando-se uma coluna B (intermediária) e realizando-se um número mínimo de deslocamentos. Esse número mínimo é $2^n - 1$ (n = número de discos). Desse modo, solucionar uma torre de 2 discos requer 3 movimentos; uma de 3 discos, 7 movimentos; uma de 4 discos, 15 movimentos; e, uma de 5 discos, 31 movimentos. Para realizar essa tarefa, deve-se obedecer às seguintes regras: (a) somente mover um disco de cada vez e (b) um disco menor só pode ser colocado sobre um maior.

Em relação à utilização do referido jogo em **investigações empíricas**, que enfatizam a relação entre a ação e a compreensão, em um contexto psicogenético, Piaget (1978a), ao estudar essa relação, por meio do processo da tomada de consciência, realizou um estudo com crianças de 4 a 12 anos, estabelecendo três níveis evolutivos:

Nível I

Nesse nível, as crianças entre 4 e 7 anos, aproximadamente, conseguem solucionar o problema contido na torre com dois discos, sem ter consciência das ligações lógicas. Entretanto, fracassam na torre com três discos, devido à ausência de um plano ou de uma compreensão antecipada. A principal dificuldade encontrada pelas crianças desse nível consiste em combinar a inversão da ordem

(deslocar primeiro o disco menor I, que terá que ser o último a ser colocado) com uma espécie de transitividade (utilizar uma coluna intermediária entre o ponto de partida e o de chegada, para que o disco menor fique por cima do disco maior II).

Nível II

Nas crianças desse nível, com idade que varia entre 7 e 11 anos, o sucesso na solução do problema contido na situação com dois discos é imediato. Com três discos, há ainda tentativas hesitantes, erros e correções, mas os sucessos tornam-se estáveis. Os progressos alcançados nesse nível são decorrentes de uma melhor diferenciação e subordinação dos meios aos objetivos, o que possibilita uma previsão dos resultados. Assim, as crianças coordenam os deslocamentos sucessivos dos discos entre si, estabelecendo antecipações e retroações. No entanto, essas antecipações ainda não são apoiadas em deduções operatórias e sim nas próprias ações.

Nível III

Esse nível, que se inicia aos 12 anos, é caracterizado por sucessos rápidos e estáveis, em relação à solução do problema contido na torre com três discos, e por antecipações cada vez mais inferenciais em relação aos números superiores de discos, com utilização explícita da experiência anterior. Desse modo, os sujeitos passam a fazer referência ao sistema utilizado, o qual consiste em uma combinação de recorrências e transitividade de posições. Essa combinação é doravante justificada e não apenas utilizada de uma maneira prática. Esse fato pode ser ilustrado por uma afirmação de uma das crianças de 11 anos pesquisadas por Piaget (1978a): “começar sempre retirando-se o menor, depois o médio, em seguida o pequeno sobre o médio, para então tirar o grande; monta-se uma pequena pirâmide ali e então a passagem fica livre, e eu recomeço depois; é a mesma história em seguida” (p. 178). Portanto, esse nível marca o início da dedução operatória, pois essa aparece em consequência das tomadas de consciência de ações ou coordenações, das quais o sujeito tira, por abstração reflexiva, um modelo que generaliza para outras situações.

Partindo desse estudo, Teixeira (1982) realizou uma pesquisa com 60 adolescentes com idades entre 15 e 20 anos, com o objetivo de comparar os seus desempenhos em três provas operatórias (Permutação, Quantificação de Probabilidades e Torre de Hanói). Na comparação entre essas três provas, os sujeitos tiveram melhor desempenho na Prova da Torre de Hanói, embora os resultados

tenham sido baixos para o nível das operações formais, em todas as provas (em torno de 50%).

No trabalho *Auto-regulação e Solução de Problemas: um Ponto de Vista Genético*, Moreno (1995) assinala a importância de levar em consideração os aspectos conscientes, construtivos e evolutivos, na compreensão dos processos de solução de problemas.¹

Em relação aos **aspectos conscientes**, a referida autora destaca três tipos de regulação ou auto-regulação: (a) regulação inconsciente ou autônoma, que supõe um controle retroativo do processo; (b) regulação ativa, que implica um controle ativo sobre os resultados do comportamento, por meio do qual o sujeito comprova o êxito de sua ação ou trata de modificar os erros cometidos, mas esse tipo de auto-regulação encontra-se nos processos de aprendizagem por ensaio e erro; (c) regulações conscientes, que supõem controles que se exercem previamente à ação, com o fim de antecipar os erros e eliminá-los, mas esse tipo mais avançado de auto-regulação somente pode aparecer quando os sujeitos operam sobre o plano conceitual e são capazes de representar o mundo do possível.

No que se refere aos **aspectos construtivos**, Moreno (1995) afirma que o controle de nossa ação e o de nossos processos mentais não se exercem de forma automática, mas supõem uma reelaboração, uma reinterpretação, uma criação de novos esquemas de compreensão da tarefa.

Quanto aos **aspectos evolutivos**, a referida autora assinala a necessidade de estudar, de forma macro e microgenética, os processos de resolução de problemas.

Desse modo, Moreno (1995) analisou o desempenho de crianças e adolescentes, com idades que variam entre 5 e 14 anos, na solução de problemas contidos em dois instrumentos: na torre de Hanói e no equilíbrio da balança. Inicialmente, os sujeitos tentavam resolver os referidos problemas, e em seguida eram formuladas algumas questões referentes a possíveis estratégias utilizadas por eles.

Os resultados foram apresentados em três grupos: os níveis gerais de solução, os níveis estratégicos e os de formulação das regras.

O nível de solução geral consiste na avaliação da capacidade global do sujeito para solucionar e compreender o problema, estabelecendo o tipo de

regulação que esteve presente na solução da tarefa. Assim, nas soluções por ensaio e erro, os sujeitos não se utilizam de uma regulação consciente, mas sim vão modificando suas hipóteses por meio do *feed-back* que recebem de suas ações. O tipo mais elaborado de auto-regulação se expressa quando o sujeito resolve o problema levando em consideração todas as regras necessárias para sua solução.

O nível estratégico fala dos comportamentos planejados e intencionais usados para a solução da tarefa. Para atuar com uma conduta estratégica, o sujeito deve ir construindo as regras que são fundamentais para a resolução da tarefa da maneira esperada. Os níveis, segundo os quais a atuação dos sujeitos é classificada, refletem o grau em que os sujeitos levaram em conta as regras durante a resolução da tarefa.

No que diz respeito às formulações das regras de solução, o objetivo de Moreno (1995) era investigar o grau de consciência e a capacidade dos sujeitos de verbalizar as estratégias que utilizavam para solucionar o problema.

Após a análise dos dados, a autora conclui afirmando que existe uma grande distância entre a solução prática de uma tarefa e a sua compreensão conceitual. Essa diferença na natureza da forma de solucionar o problema corresponde ao que Piaget (1978b) denominou fazer e compreender. No primeiro estão presentes as regulações não conscientes, enquanto no segundo o sujeito desenvolve mentalmente a ação antes de executá-la e corrige os erros antes que se produzam.

Desse modo, Moreno (1995) afirma que, do ponto de vista da auto-regulação, a evolução pode ser dividida em três momentos.

O primeiro corresponde aos sujeitos mais novos, cujas atuações se dirigem para o resultado desejado, utilizando-se para isso qualquer meio. No segundo encontram-se aqueles cujo comportamento, diante da solução do problema, encontram-se regidos por regulações parciais. A autora afirma não ter encontrado sinais claros de uma auto-regulação plenamente consciente que marcaria o terceiro momento.

No que se refere à utilização do Jogo Torre de Hanói, em **análises teóricas** sobre temas piagetianos e suas implicações psicopedagógicas, Macedo (1991) abordou aspectos considerados por Piaget em sua teoria do conhecimento, sobretudo no que diz respeito à tomada de consciência, caracterizada pela relação entre o fazer e o compreender. Para o referido autor,

¹ Para analisar esses aspectos a autora parte das considerações feitas por Piaget (1978a) que estudou o processo de tomada de consciência. Em uma obra anterior, Moreno (1988), ao abordar as diferentes perspectivas psicológicas sobre a consciência, apresenta uma sistematização das principais obras de Piaget referentes a essa temática.

nesse jogo, o fazer, no sentido de ter êxito - deslocar uma torre de uma coluna para outra utilizando um número mínimo de deslocamentos - depende do compreender - ter consciência das leis que regulam as relações entre os movimentos de cada uma das peças. É claro que há situações em que o fazer é máximo e o compreender é mínimo (como por exemplo, no comportamento de crianças pequenas) e outras em que o compreender é máximo e o fazer, mínimo (como, por exemplo, entre adultos que fazem uma Matemática ou Física teóricas). Mas, cedo ou tarde, há exigências para que estas relações se equilibrem (Macedo, 1991:127).

Ainda por intermédio desse jogo, Torres e Macedo (1994) realizaram um trabalho no qual propuseram inicialmente uma correlação entre os quatro operadores do conhecimento: conceito, predicado, inferência e julgamento (ênfatisados por Piaget no estudo sobre a circularidade dialética das conexões lógicas, em 1980) e os quatro operadores fundamentais no processo ensino-aprendizagem: cópia, exercício, raciocínio e interpretação. A partir dessa correlação, analisaram, em um contexto construtivista, a cópia e o raciocínio, tomando como ponto de referência o Jogo Torre de Hanói.

Com o objetivo de verificar a adequação dos critérios de análise, referentes ao processo de tomada de consciência na solução de problemas formulados em situações de jogos, e de ampliar os dados obtidos nas pesquisas já realizadas, principalmente as desenvolvidas por Piaget (1978a) e Moreno (1995), o presente trabalho analisou, em um contexto psicogenético, a relação entre ação e compreensão no Jogo Torre de Hanói, com base na teoria de Piaget².

Material e métodos

Participaram como sujeitos 50 escolares entre 6 e 14 anos, de ambos os sexos e provenientes de duas escolas particulares do Espírito Santo. Foram formados 5 grupos de idades (6, 8, 10, 12 e 14 anos) com 10 sujeitos em cada um.

Como instrumento de investigação, utilizou-se o quebra-cabeça denominado Torre de Hanói, descrito e ilustrado na introdução.

Desse modo, o problema foi apresentado individualmente, começando-se por uma torre com 2 discos. Foram permitidas no máximo três tentativas para solucionar o problema. Depois que o sujeito resolvia a torre com 2 discos, mesmo que não fosse com o número mínimo de deslocamentos, era-

lhe apresentada a torre com 3 discos e, assim, sucessivamente.

Em seguida, com base no método clínico proposto por Piaget (1926), foram formuladas as seguintes questões:

1. Você utiliza alguma estratégia para solucionar o problema? Qual?
2. A estratégia utilizada para solucionar o problema é igual com 2, 3, 4 ou 5 discos? Por quê?
3. O primeiro movimento é importante para a solução? Por quê? É igual para a torre de 2, 3, 4 ou 5 discos? Por quê?
4. Se você tivesse que ensinar outra criança a solucioná-lo, o que você lhe diria?

Crítérios de análise dos dados

Inicialmente foi realizada uma análise, na qual se verificou se os sujeitos conseguiam solucionar o problema (torre com 2, 3, 4 ou 5 discos), com ou sem o número mínimo de deslocamentos.

Posteriormente foi realizada uma análise, na qual se constatou se os sujeitos utilizavam os procedimentos e as estratégias necessárias para solucionar o problema (Moreno, 1995), ou seja, se eles:

1. tratavam de liberar o disco maior, depois o seguinte maior, etc.;
2. formavam torres de $n - 1$ discos na coluna intermediária;
3. moviam o disco maior diretamente da coluna de partida para a coluna de chegada;
4. conduziam o primeiro disco para a coluna de chegada (se o número de discos era ímpar) e para a coluna intermediária (se o número de discos era par).

Desse modo, com base na análise desses procedimentos e estratégias, os sujeitos foram classificados em três níveis evolutivos, em relação à ação:

Nível I - Os sujeitos tentam resolver o problema de qualquer maneira e para isso violam frequentemente as regras do jogo.

Nível II - Os sujeitos liberam o disco maior e formam a torre de n discos na coluna intermediária ou liberam o disco maior, mas não o passam diretamente para a coluna de chegada.

Nível III - Os sujeitos liberam o disco maior, formando uma torre de n discos na coluna intermediária, passando diretamente o disco maior para a coluna de chegada e conduzem o primeiro disco para a coluna de chegada. No entanto, isso não lhes asseguram solucionar o problema contido nas torres com 2, 3, 4 e 5 discos com o número mínimo

² Esse trabalho é parte de um projeto mais amplo que visa ampliar a discussão sobre a importância do processo de tomada de consciência na solução de problemas contidos nos jogos Torre de Hanói e Quatro Cores.

de deslocamentos, já que muitos esquecem a importância do primeiro movimento.

No que se refere à **compreensão**, também foram propostos três níveis evolutivos:

Nível I - Os sujeitos não se referem a nenhuma estratégia; quando muito, referem-se às regras do jogo ou descrevem as jogadas realizadas.

Nível II - Os sujeitos se referem à necessidade de liberar o disco maior ou de formar torres de n-1 discos na coluna intermediária ou de passar o disco maior diretamente para a coluna de chegada.

Nível III - Os sujeitos se referem à necessidade: (a) de liberar o disco maior; (b) de formar torres de n-1 discos na coluna intermediária; (c) de passar o disco maior diretamente para a coluna de chegada; (d) de conduzir o primeiro disco para a coluna de chegada (quando o número de discos é ímpar) e para a coluna intermediária (quando o número de discos é par).

Resultados e discussão

Os resultados obtidos permitiram verificar, conforme assinala a Tabela 1, que a maioria dos sujeitos conseguiu resolver o problema proposto,

ou seja, 92% resolveram a torre com 2 discos; 78%, a torre de 3 discos; 72%, a de 4 e 5 discos. Com base na Análise de Variância (ANOVA), constatou-se que houve diferenças significantes em relação à idade, na resolução das torres com 3, 4 e 5 discos ($p < 0,001$).

Tabela 1. Número de sujeitos que resolvem a torre de 2, 3, 4 e 5 discos

Idade	N	2 discos	3 discos*	4 discos**	5 discos***
6 anos	10	7	3	2	2
8 anos	10	9	8	7	7
10 anos	10	10	9	9	9
12 anos	10	10	10	9	9
14 anos	10	10	9	9	9
Total	50	46 (92,0%)	39 (78,0%)	36 (72,0%)	36 (72,0%)

* $p < 0,001$; ** $p < 0,001$; *** $p < 0,001$

Além disso verificou-se, como pode ser observado na Figura 2, que a maioria dos sujeitos que resolvem o problema com 2 e 3 discos, fazem-no com o número mínimo de deslocamentos (95,6% e 87,2%, respectivamente). O mesmo já não ocorre em relação à resolução do problema com 4 e 5 discos (30,6% e 5,6%, respectivamente).

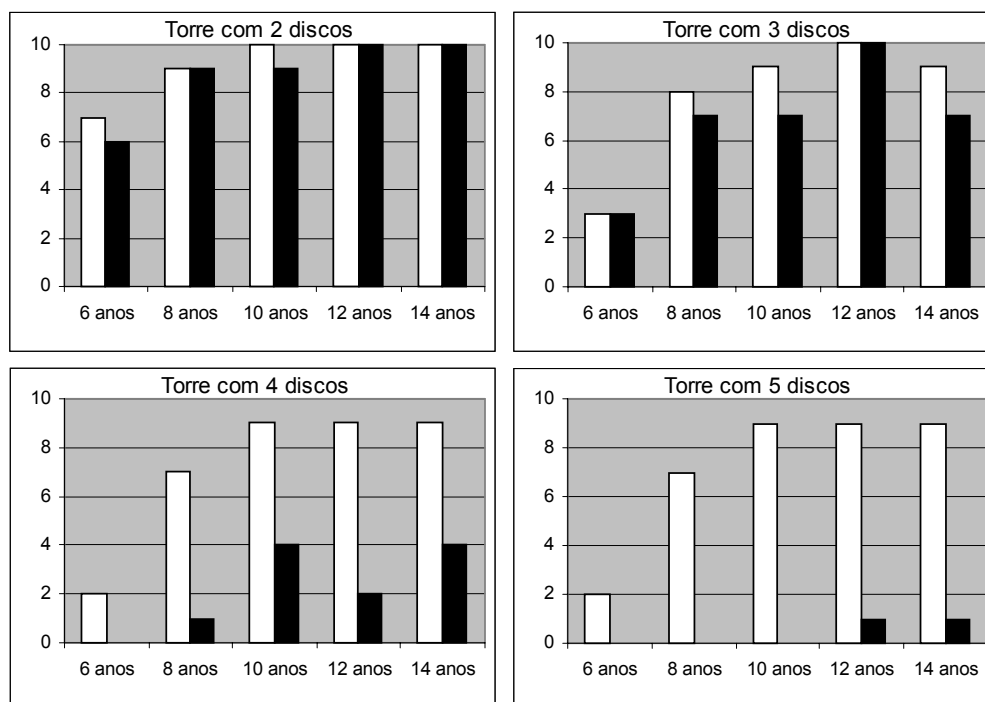


Figura 2. Número de sujeitos que resolvem o problema da Torre de Hanói com 2, 3, 4 e 5 discos: sem  e com  o número mínimo de deslocamentos

Os resultados mostraram também que, em relação à **ação**, a maioria dos sujeitos de 6 anos (80%) encontrava-se no nível I, pois tentavam resolver o problema de qualquer maneira e para isso violavam freqüentemente as regras do jogo. Por outro lado, observou-se que a maioria dos sujeitos de 8 e 10 anos (60%) encontrava-se no nível II, pois utilizaram um ou dois procedimentos e estratégias necessárias para o solução do problema. Por fim, constatou-se que a maioria dos sujeitos de 12 anos e de 14 anos (70% e 50%, respectivamente) encontrava-se no nível III pois, ao tentarem solucionar o problema contido nas diferentes torres, liberavam o disco maior, formando uma torre de n discos na coluna intermediária, passando diretamente o disco maior para a coluna de chegada. No entanto, isso não lhes assegurava resolver o problema contido nas torres com 2, 3, 4 e 5 discos com o número mínimo de deslocamentos, já que muitos se esqueciam da importância do primeiro movimento, realizando uma quantidade grande de movimentos desnecessários (Tabela 2). Com base na Análise de Variância (ANOVA), observou-se que houve diferenças significativas ($p < 0,001$) na relação entre a idade e os níveis evolutivos relativos à ação.

Tabela 2. Níveis evolutivos alcançados pelos sujeitos no que se refere à ação

Idade	N	Ação		
		Nível I	Nível II	Nível III
6 anos	10	8	2	0
8 anos	10	3	6	1
10 anos	10	1	6	3
12 anos	10	1	2	7
14 anos	10	1	4	5
Total	50	14 (28,0%)	20 (40,0%)	16 (32,0%)

$p < 0,001$

No entanto, no que diz respeito à **compreensão**, verificou-se que a maioria dos sujeitos, de todas as idades investigadas, encontrava-se no nível I, pois não se referiam a nenhuma estratégia. Quando muito, repetiam as regras do jogo ou descreviam as jogadas realizadas (Tabela 3). Com base na Análise de Variância (ANOVA), observou-se que não houve diferenças significativas ($p < 0,001$) na relação entre a idade e os níveis evolutivos relativos ao compreender.

Tabela 3. Níveis evolutivos alcançados pelos sujeitos quanto à compreensão

Idade	N	Compreensão		
		Nível I	Nível II	Nível III
6 anos	10	10	0	0
8 anos	10	7	3	0
10 anos	10	6	4	0
12 anos	10	5	4	1
14 anos	10	6	4	0
Total	50	34 (68,0%)	15 (30,0%)	1 (2,0%)

Com base nesses resultados, podemos concluir que existe uma defasagem entre conseguir realizar uma ação com êxito e compreendê-la. Assim, a maioria dos sujeitos, inclusive os mais novos, conseguem resolver, no plano do fazer, o problema formulado na maioria das situações contidas no Jogo Torre de Hanói. No entanto, somente poucos sujeitos, com idade mais avançada, conseguem justificar de uma maneira lógica suas ações, demonstrando uma compreensão da estrutura do problema.

Para Piaget (1978a), entre a ação de êxito precoce e os inícios errôneos da tomada de consciência existem momentos intermediários que apontam para uma consciência incompleta da ação. Esses momentos intermediários se justificam pelo fato de a conceituação ser considerada como um processo, logo, não pode ser imediata e sim deve passar por diferentes graus de consciência. Conforme assinala o referido autor, a tomada de consciência é “um processo de conceituação que reconstrói e depois ultrapassa, no plano da semiotização e da representação, o que era adquirido no plano dos esquemas de ação” (Piaget, 1978a:204).

Portanto, a passagem da forma prática do conhecimento (“saber fazer”) para o pensamento (compreender) efetua-se por intermédio da tomada de consciência, que é um processo que possibilita reconstituir, no plano da representação, o que ocorre no plano da ação. Em uma linguagem piagetiana, a tomada de consciência pode ser definida como um processo por meio do qual um esquema de ação é transformado em um conceito.

Essa passagem dos esquemas de ação para a conceituação inclui, já no plano da ação, construções e coordenações que se sucederiam segundo uma ordem ao mesmo tempo progressiva e regressiva. Segundo Piaget (1978a,b), tanto no caso da ação quanto no da conceituação, o mecanismo formador é sempre retrospectivo e construtivo, pois, ao mesmo tempo, retira seus elementos de fontes anteriores e cria novas ligações.

Inicialmente, o sujeito realiza ações e consegue êxito sem conseguir perceber, no entanto, as razões que o estariam levando a esse sucesso no plano da ação. Essa falta de consciência impede a compreensão conceitualizada. Assim, a autonomia da ação emerge antes da tomada de consciência. Progressivamente, essa situação inverte-se, uma vez que a conceituação atinge o nível da ação e, posteriormente, a ultrapassa acabando por influenciá-la e comandá-la. A partir daí, o sujeito passa a programar e a planejar a ação antes de executá-la. A tomada de consciência fica

caracterizada quando a conceituação se torna precursora da ação, orientando-a.

A falta de conceituação provoca a defasagem, confirmada pelos resultados deste estudo, entre o sucesso na tarefa e a capacidade de expressar como se consegue esse sucesso. Essa capacidade será construída posteriormente no processo de desenvolvimento do sujeito.

Esses dados permitiram confirmar os resultados obtidos em estudos anteriores, principalmente os desenvolvidos por Piaget (1978a) e Moreno (1995), que serviram de base para o presente trabalho. Nesses experimentos, os autores realizaram uma análise das ações e das respostas dos sujeitos a partir de níveis evolutivos, sem a proposição de níveis intermediários. No entanto, considerando esses níveis como resultado de construções contínuas e elaboração de novas estruturas, por meio das quais o sujeito avança de um estado de equilíbrio para outro qualitativamente diferente, e considerando que essa passagem implica muitos desequilíbrios e reequilibrações, realizamos uma reformulação nos níveis propostos nesses estudos, integrando a eles níveis intermediários.

Desse modo, a partir da análise da relação entre os níveis evolutivos referentes à ação e à compreensão, alcançados pelos sujeitos da presente pesquisa, foi possível propor uma classificação mais detalhada de níveis evolutivos, destinada à análise do processo de tomada de consciência:

Nível Ia

Não é possível falar, nesse momento de conduta estratégica, nem no plano da ação, nem no plano da compreensão. O sujeito simplesmente procura completar a tarefa de qualquer maneira, violando freqüentemente as regras do jogo.

Nível Ib

Nesse nível, o sujeito já apresenta uma melhora no plano do fazer, o que permite uma solução da tarefa, mesmo que baseado numa regulação inconsciente. Apesar de sua ação ser mais elaborada que no primeiro momento, não se refere a nenhuma estratégia; quando muito, ele descreve as regras do jogo.

Nível IIa

O sujeito pertencente a esse nível consegue resolver a tarefa proposta, porém a faz baseado em tentativas e erros, sendo suas justificativas baseadas, principalmente, na descrição das jogadas realizadas, esboçando-se apenas a importância do disco maior.

Nível IIb

Nesse nível, o sujeito é capaz de construir alguma estratégia necessária a uma solução satisfatória do problema contido no jogo em questão, porém não consegue ter consciência de suas ações, por isso não consegue articulá-las entre si, nem estabelecer a interdependência entre elas.

Nível IIc

O sujeito desse nível articula no plano da ação as três primeiras estratégias, mas não toma consciência da quarta, o que o leva a movimentos desnecessários. Apesar de ser notável o avanço no plano da ação, o sujeito ainda não apresenta plena consciência das estratégias usadas, recorrendo a explicações que não consideram a importância do primeiro movimento.

Nível III

Nesse último nível, o sujeito segue um plano de ação, ou seja, utiliza as regras necessárias para a resolução satisfatória do problema, e nas suas explicações se refere à necessidade: (a) de liberar o disco maior; (b) de formar torres de $n - 1$ discos na coluna intermediária; e, (c) de passar o disco maior diretamente para a coluna de chegada. No entanto, isso não lhe assegura solucionar o problema contido nas torres com 2, 3, 4 e 5 discos com o número mínimo de deslocamentos, já que muitos esquecem a importância do primeiro movimento.

Assim, tendo em vista que a relação entre o fazer e o compreender ocorre gradativamente, consideramos que a nossa proposta de incluir níveis intermediários na caracterização do processo de tomada de consciência poderia ser justificada pela intenção de representar esse *continuum* do desenvolvimento, visto que cada nível deriva do precedente e o amplia. Cada novo nível não substitui os anteriores; mas incorpora-os, resultando uma mudança qualitativa.

Considerações finais

Ao finalizar o presente trabalho, sugerimos que a referida classificação seja mais testada em futuras investigações. Dessa maneira, além de ser validada a sua adequação para a análise do processo da tomada de consciência, ela poderá ser aperfeiçoada em relação ao instrumento, ou seja, ao que diz respeito à Torre de Hanói e adaptada para outros jogos de regras.

Portanto, além de ampliar os critérios de análise referentes à relação entre o fazer e o compreender e os dados relativos aos estudos sobre jogos em uma perspectiva psicogenética, realizados nas últimas décadas no Brasil, o presente trabalho fornece

subsídios para uma reflexão teórica sobre o processo de tomada de consciência e sobre uma prática psicopedagógica construtivista que utiliza o jogo como instrumento de avaliação e de intervenção, que vem sendo realizada tanto na escola quanto na clínica.

Referências

- LANGDON, N.; SNAPE, C. A torre de Brama. In: *Viva a matemática*. Lisboa: Gradiva, 1993.
- MACEDO, L. Torre de Hanói e construção do conhecimento. *Psicologia*, São Paulo, v. 2 n. 1-2, p. 125-129, 1991.
- MORENO, A. *Perspectivas psicológicas sobre la conciencia*. Madrid: Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid, 1988.
- MORENO, A. Autorregulación y solución de problemas: un punto de vista psicogenético. *Infancia y Aprendizaje*, Madrid, n. 72, p. 51-70, 1995.
- ORTEGA, A.C.; ROSSETTI, C.B. O jogo nos contextos psicogenético e psicopedagógico. In: SILVA, A.A.; BARROS, M.E.B. *Psicopedagogia: alguns hibridismos possíveis*. Vitória: Saberes Instituto de Ensino, 2000.
- PIAGET, J. *A representação do mundo na criança*. Rio de Janeiro: Record, s./d. 1926.
- PIAGET, J. *A tomada de consciência*. São Paulo: Melhoramentos: Edusp, 1978a.
- PIAGET, J. *Fazer e compreender*. São Paulo: Melhoramentos: Edusp, 1978b.
- TEIXEIRA, L.R.M. *Permutação, quantificação de probabilidades e Torre de Hanói: análise comparativa em escolares de 2º grau*. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1982.
- TORRES, M.Z.; MACEDO, L. Uma análise construtivista da cópia e do raciocínio na Torre de Hanói. *Revista Psicopedagogia*, São Paulo, v. 13, n. 30, p. 29-32, 1994.

Received on December 12, 2001.

Accepted on January 14, 2002.