Acta Scientiarum
http://www.uem.br/acta
ISSN printed: 1679-7361
ISSN on-line: 1807-8656
Doi: 10.4025/actascihumansoc.v37i2.27157

Realismo científico y entidades inconsistentes. Críticas a la metafísica de Colyvan

Matías Alejandro Guirado

Universidad de Buenos Aires, Viamonte 430/44, C1053ABJ. Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina. E-mail: matias.ag@outlook.com

RESUMEN. Según Mark Colyvan, algunos desarrollos científicos maduros (en particular: la cosmología newtoniana, la oceanografía descriptiva, el cálculo temprano y la teoría cuántica de Dirac) contienen presupuestos contradictorios, los cuales habilitan prima facie la adopción de un realismo naturalizado de entidades inconsistentes. Un aspecto exótico del planteo de Colyvan es la pretensión de que el realismo en cuestión emana de la aplicación de los parámetros de evaluación de teorías involucrados en la epistemología de Quine. Si bien esta pretensión es altamente controversial, no será analizada en el presente trabajo. Mi intención es, simplemente, mostrar que las teorías comprometidas en el análisis de Colyvan no exhiben las propiedades requeridas para promover una metafísica de entidades contradictorias filosóficamente respetable. Las tesis que defiendo al respecto son: (i) que la cosmología newtoniana y la oceanografía descriptiva no envuelven elementos genuinamente inconsistentes y (ii) que las inconsistencias presentes en el cálculo temprano y la teoría cuántica de Dirac respectivamente manifiestan una eficacia metodológica lo suficientemente endeble como para que su empleo no demande racionalmente una cobertura realista.

Palabras-clave: realismo científico, entidades inconsistentes, Quine, metodología de la ciencia, Mark Colyvan.

Scientific realism and inconsistencies. Critique to Colyvan's metaphysics

ABSTRACT. According to Mark Colyvan, certain mature scientific developments (specifically, Newtonian cosmology, descriptive oceanography, early calculus and Dirac's quantum theory) contain contradictory assumptions, and this enables the prima facie adoption of certain naturalized realism of inconsistent entities. An exotic aspect of Colyvan's proposal is the claim that the resulting variety of realism emerges from the mere application of the parameters of theory evaluation involved in Quine's epistemology. While this is a highly controversial claim in itself, it will not be analyzed in this paper. My intention is to show that the theories put forward by Colyvan do not exhibit the properties required to promote a philosophically respectable metaphysics of contradictory entities. The theses defended are: (i) neither Newtonian cosmology nor descriptive oceanography exhibits any genuine contradiction; (ii) the apparent inconsistencies in early calculus and Dirac's quantum theory respectively exhibit a weak enough methodological effectivity so that their use do not rationally demand a realistic recovery.

Keywords: scientific realism, inconsistent entities, Quine, scientific methodology, Mark Colyvan.

Introducción

Mark Colyvan se propuso en trabajos relativamente recientes esbozar un realismo de entidades inconsistentes sustentado en la filosofía de la ciencia de Quine (COLYVAN, 2008a, b; 2009). El enfoque quineano exige traducir las oraciones de una teoría al lenguaje de la lógica cuantificacional elemental para revelar sus compromisos ontológicos. Estos compromisos se harán manifiestos al determinar el dominio de entidades en el que adquieren valores semánticos las variables ligadas de las oraciones surgidas de la formalización de la teoría. Por otra parte, suele ponderarse al modo de una *normativa óntica quineana* la recomendación de rehusar la creencia em la existência de entidades cuya postulación trascienda la explicación realista del éxito de la ciencia (cf. QUINE, 1981; COLYVAN, 2001)[1]. Entonces, si estos componentes -el ontológico y el normativo- han de orientar el desarrollo de alguna forma de realismo científico para entidades inconsistentes, lo mínimo que ha de exigirse es (a) contar con una base de teorías científicas exitosas pero contradictorias y (b) poner de manifiesto las bondades explicativas de los supuestos inconsistentes involucrados en estas teorías.

[1]Es discutible que el naturalismo quineano implique o sugiera una tesis normativa de tan marcado acervo ontológico-realista. Conviene no obstante suspender la discusión de este tópico, confiando en que la índole quineana de los presupuestos epistemológicos desplegados en los trabajos de Colyvan resulte secundaria respecto de los problemas filosóficos que depara su uso, sobre todo en lo que atañe a la pretensión de forjar una cobertura realista para teorías (presumiblemente) inconsistentes.

Cuatro desarrollos teóricos que, a juicio de Colyvan, auspician el despliegue de (a) y (b), son: (i) la teoría de la gravitación newtoniana, la cual, prima facie, caracteriza galaxias con cantidades inconsistentes de masa; (ii) la oceanografía descriptiva, que parece postular océanos de profundidad finita e infinita; (iii) el cálculo temprano, con sus cantidades infinitesimales fluctuantes; y (iv) la teoría cuántica de Dirac, que incorpora una técnica de normalización de vectores basada en la integración de funciones inconsistentes. Colyvan reconoce que la proliferación de contradicciones en la ciencia madura, lejos de abonar la adopción de un realismo de entidades inconsistentes, puede sumirnos en el pesimismo meta-inductivo de raigambre anti-realista (cf. COLYVAN, 2008a). Una salida plausible frente a este escollo reside en descartar las teorías científicas inconsistentes, aduciendo que el mundo empírico es consistente o que, en todo caso, no hay motivos fundados para sospechar que no lo sea[2]. Otra opción -compatible con la anterior- es conceptualizar a las teorías inconsistentes como parte integral de episodios esporádicos de la historia de la ciencia madura, ligados al ensayo de estrategias tentativas para la resolución de problemas conceptuales novedosos y sumamente complejos. En cualquier caso:

> El realista científico tiene [...] la opción de sostener que hay diferencias relevantes entre los dos casos. En el caso de la meta-inducción pesimista estándar, se pone del lado de la teoría del nivel-base, pero en el caso de la meta-inducción pesimista que involucre objetos inconsistentes, se pone del lado de la meta-inducción (y rechaza los objetos inconsistentes). (COLYVAN, 2008a, p. 122, n. 12).

La réplica de Colyvan es que no hay criterios separatistas concluyentes para recusar los compromisos *inconsistentes* de las teorías exitosas, sin arrastrar con ellos las ontologías clásicas de 'entidades teóricas' (e.g., la ontología de electrones y fotones). Con esto pretende sustraer del campo de las estrategias realistas la síntesis entre inferencia abductiva (cuando las teorías son consistentes y exitosas) y pesimismo meta-inductivo (cuando las teorías son exitosas pero inconsistentes). Lo que se exige a los realistas es brindar elementos sustantivos para juzgar selectivamente los compromisos inconsistentes de la ciencia. Pues este éxito sugiere que el mundo (tanto en su aspecto observable como inobservable) exhibe facetas contradictorias, del mismo modo en que sugiere la existencia de masas puntuales o campos escalares.

En el presente trabajo sostengo que ninguna de las teorías científicas analizadas por Colyvan para montar su argumento satisface las exigencias ontológicas y metodológicas asociadas a la articulación de un realismo científico inconsistente. En vista de la complejidad del problema, no apelaré expresamente a los criterios de selección de teorías implicados en la epistemología quineana, de modo que el lector no se topará aquí con una exposición detallada de los recursos analíticos provistos por esa epistemología[3]. En rigor, mi argumentación quedará ceñida al establecimiento de dos tesis específicas: (1) la reconstrucción racional de la cosmología newtoniana, lo mismo que la reconstrucción racional de la oceanografía descriptiva, no exigen adoptar presupuestos genuinamente contradictorios; (2) las inconsistencias presentes en el cálculo temprano y en la teoría cuántica de Dirac fueron expresamente adoptadas como presupuestos metodológicamente provisorios para el tratamiento de problemas físico-matemáticos novedosos sumamente complejos.

Galaxias inconsistentes

Colyvan sostiene que la teorización newtoniana del comportamiento gravitacional de las galaxias espiraladas compromete presupuestos inconsistentes. Las galaxias espiraladas tienen la peculiaridad de rotar bajo la influencia de su propia gravedad, con lo cual debe existir una proporcionalidad directa entre su velocidad de rotación y su masa. Por otra parte, la reconstrucción espectroscópica de las curvas de rotación de las galaxias espiraladas pone en evidencia que la cantidad de masa luminosa presente en ellas disminuye sustancialmente en las regiones distantes del núcleo. La teoría de la gravitación newtoniana predice entonces que, en estas regiones, la velocidad de rotación de las estrellas debiera variar en proporción inversa a la raíz cuadrada de la distancia al centro galáctico y a la disminución relativa de la cantidad de masa. Sin embargo, se ha encontrado en una muestra variada de casos que la velocidad de rotación de las galaxias espiraladas permanece relativamente constante con el aumento de la distancia al núcleo galáctico o incluso se incrementa

[2]Beall y Colyvan (2001) sostienen la existencia de contradicciones empíricas *bona fide*. En mi opinión, los autores cometen el error de proyectar en lo observable las inconsistencias supuestas en cierta modalidad de análisis conceptual de las condiciones de aplicación de predicados vagos, pero no corresponde analizar esta cuestión en el presente trabajo.

[3]Brogaard (2008) reconstruye el criterio quineano de compromiso ontológico y expone una serie de consecuencias contraintuitivas derivadas de su aplicación bajo condiciones lógicas (o lógico-modales) específicas. En particular, Brogaard muestra que la aplicación de ese criterio a una teoría contradictoria T conlleva que T nos comprometa ontológicamente con *todas* las entidades. Agradezco a un árbitro anónimo el haberme llamado la atención sobre este artículo. Cabe destacar que los resultados de Brogaard atentan contra los cimientos filosóficos elementales del proyecto de Colyvan.

ligeramente. En virtud de esta discrepancia, Colyvan concluye que, por regla general, las galaxias espiraladas "[...] rota[n] y no rota[n] en concordancia con la curva de rotación predicha" (COLYVAN, 2008a, p. 117). A su juicio, la lectura realista de esta circunstancia compromete la existencia de una faceta objetivamente inconsistente en estas galaxias.

El problema con este planteo es que, en rigor, la comunidad científica jamás interpretó el conflicto entre la física clásica y la técnica involucrada en la determinación de la densidad de masa de las galaxias espiraladas como mostrando que estas galaxias exhiben una dinámica contradictoria o cantidades inconsistentes de masa. Por el contrario, los especialistas han conjeturado que la dinámica newtoniana modela fielmente el comportamiento de las galaxias espiraladas y que la disminución de masa luminosa en las regiones periféricas no debe ser tomada en cuenta como un indicio de disminución de masa galáctica. Esta diferencia entre masa luminosa y masa galáctica puede sostenerse comprometiendo un componente de masa transparente a la radiación electromagnética (la denominada 'materia oscura'). La postulación de este componente permitió a los astrónomos eliminar la discrepancia entre las consecuencias cosmológicas de la dinámica newtonianas y los datos suministrados por la reconstrucción espectroscópica del movimiento rotacional de las regiones periféricas de las galaxias espiraladas (cf. RUBIN, 1983).

De hecho, existen respuestas alternativas a la hipótesis de la materia oscura que apuntan claramente a garantizar la consistencia de la física clásica. Todas ellas persiguen compatibilizar la dinámica newtoniana y los datos experimentales con herramientas sustanciadas dentro de un nuevo enfoque cosmológico. Claramente, el que las predicciones newtonianas acerca de la influencia de la densidad de masa en el comportamiento rotatorio de las galaxias espiraladas entraran en contradicción con los resultados "[...] involucrados en la determinación de [su] velocidad radial [...]" (COLYVAN, 2008a, p. 117) no condujo a postular galaxias con masas o movimientos inconsistentes, sino a revisar los supuestos de la física de fondo. Un aporte al respecto es la teoría de la dinámica newtoniana modificada (conocida bajo el nombre de 'MOND', por su sigla en inglés). Esta teoría, ideada por Mordehai Milgrom, corrige la segunda ley de Newton (la ley de la fuerza gravitacional) para aceleraciones pequeñas y permite con esto modelar las aceleraciones uniformes en galaxias espiraladas. Milgrom sugirió sustituir la ecuación $F = ma$ por $F = ma\mu\ (a/a_0)$, donde a_0 es una cantidad muy pequeña (con una magnitud aproximada de $1{,}2 \times 10^{-10}$ m s^{-2}) que actúa como una nueva constante fundamental, $\mu(x)$ es una función de interpolación ajustable empíricamente, $\mu(x) = 1$ para $x >> 1$ (en concordancia con la dinámica newtoniana ortodoxa) y $\mu(x) = x$ para $x << 1$ (en concordancia con los resultados espectroscópicos relativos a la dinámica empírica de las galaxias con distribuciones desiguales de masa lumínica) (cf. MILGROM, 1983; SANDERS, 2010). Otra opción es extender la teoría de la relatividad general, tomado como axioma adicional la tesis de la expansión de Hubble, a condición de aplicarla expresamente a la evaluación de la dinámica de las partículas presentes en los gases y las estrellas de los brazos de las galaxias espiraladas (cf. HARTNETT, 2006). En rigor, los investigadores se resisten a legitimar cualquier alternativa teórica que suponga un cuestionamiento directo de la dinámica newtoniana clásica. De cualquier manera, la proliferación de programas de investigación ligada a la discusión del estatuto de la hipótesis de la materia oscura revela que la adopción de soluciones inconsistentes no constituye una alternativa atractiva para la comunidad científica.

Océanos inconsistentes

Otra teoría científica sobre la que se ha querido erigir un realismo de entidades inconsistentes es la teoría de las olas en océano abierto (de ahora en adelante, TO). Lamentablemente, el análisis de Colyvan sólo recaba en que TO caracteriza profundidades oceánicas finitas postulando profundidades oceánicas infinitas. En ningún momento emprende un análisis detallado de la estrategia metodológica subyacente. La postulación de profundidades infinitas en TO aparece consignada en cualquier manual de oceanografía de uso corriente. De hecho, ya había sido esgrimida expresamente en la literatura filosófica como indicando que la indispensabilidad de los compromisos ontológicos de una teoría científica no siempre solicita la adopción de un realismo respecto de las entidades comprometidas (cf. MADDY, 1992). Con todo, esta constatación elemental no presta sustento alguno a la tesis de que TO nos compromete con océanos que "[...] son infinitamente profundos y no son infinitamente profundos" (COLYVAN, 2008a, p. 117). Para desentrañar este asunto, conviene (a) desplegar una mínima intelección del papel epistémico de los modelos heurísticos y (b) repasar esquemáticamente los puntos centrales del denominado 'modelo de equilibrio' en oceanografía descriptiva.

Los modelos forjados como idealizaciones heurísticas permiten aislar y teorizar de manera independiente los factores críticos para el estudio del comportamiento nomológico de los sistemas físicos. Frigg (2010) identifica dos actos fundacionales en la presentación de un modelo: (i) la propuesta de un sistema físico ficticio como objeto de investigación y (ii) la suposición de que ese sistema constituye una representación adecuada de cierto aspecto relevante de la realidad[4]. Los científicos conciben sistemas físicos con cualidades ajenas a las posibilidades de los sistemas físicos reales y convierten la caracterización matemática de los primeros en expediente para la comprensión de las regularidades que rigen el comportamiento de los segundos.

En el caso de la oceanografía descriptiva, el denominado 'modelo de equilibrio' orienta la reconstrucción elemental del comportamiento dinámico de las olas en corrientes abiertas. Los supuestos involucrados en la presentación de este modelo son: (a) la superficie de la tierra se encuentra completamente cubierta por una masa oceánica de profundidad infinita; (b) las olas asociadas a las corrientes oceánicas son siempre progresivas; (c) la masa de agua oceánica se encuentra en estado de equilibrio respecto de la acción de las fuerzas generadoras de corrientes oceánicas (básicamente, la atracción gravitacional y el efecto centrífugo) (cf. PINET, 2006). La adopción de (a) permite expurgar del análisis las perturbaciones producidas por los lechos oceánicos y los movimientos tectónicos, mientras que la introducción de (b) conduce a estipular, sin perjuicio de la exactitud de los cálculos que se efectúen, que las olas se desplazan de manera homogénea a través de la superficie de la masa de agua. Claramente, la eficacia de este modelo se agota con el oficio de expediente práctico para la predicción de las variaciones de las corrientes oceánicas en un planeta ideal cubierto por una masa de agua de profundidad infinita. En palabras de un especialista:

> El modelo de equilibrio de las corrientes [oceánicas] es un buen primer paso hacia la comprensión de las oscilaciones de marea. Pero debido a sus simplificaciones, no nos da una descripción detallada y precisa de las corrientes [oceánicas] en el mundo real, que se producen en los océanos que están separados por continentes y que no son infinitamente profundos. (PINET, 2006, p. 271).

[4]Por ejemplo, la reconstrucción teórica de la trayectoria orbital de un planeta del sistema solar envuelve típicamente la suposición de que el Sol y el planeta constituyen esferas perfectas con distribuciones homogéneas de masa que interactúan gravitacionalmente como partes excluyentes de un sistema dinámicamente aislado.

Evidentemente, la oceanografía descriptiva subsidiaria del modelo de equilibrio no nos compromete con océanos de profundidad 'finita' *e* 'infinita' (i.e., océanos con profundidades inconsistentes), con lo cual perdemos motivación para juzgarla contradictoria. Pues el que se atribuya una profundidad infinita a un océano ideal es perfectamente compatible con que se atribuya una profundidad finita a océanos reales.

Infinitesimales inconsistentes

Con la teoría temprana de los infinitesimales entramos finalmente en un terreno científico sembrado de contradicciones bona fide. Así, adquiere alguna plausibilidad inicial la pretensión de forjar (como quiere Colyvan) una metafísica naturalizada de entidades inconsistentes. Cabe aclarar, para empezar, que la metodología de la matemática inconsistente conforma un tema filosóficamente sustantivo en los trabajos de Colyvan. Siguiendo la línea de investigación de los lógicos de la paraconsistencia de la escuela australiana (Chris Mortensen, Chris Meyer, Richard Routley y Graham Priest, entre otros), Colyvan propone reconstruir la inferencia matemática y científico-matemática a la luz de la lógica paraconsistente, es decir, a la luz de sistemas de lógica tolerantes de la inconsistencia[5]. Es discutible que esta propuesta filosófica sea factible, lo mismo que la pretensión de trazar su origen entre los miembros de la escuela australiana[6]. Con todo, no es mi intención discutir estos tópicos[7]. Mis objetivos en esta sección son, simplemente, localizar el nivel de pertinencia metodológica de las contradicciones achacadas al cálculo temprano, como así también evaluar la posibilidad de regimentar estas contradicciones y darles estatuto ontológico a la luz de la inferencia paraconsistente. En rigor, la emergencia de infinitesimales inconsistentes en el cálculo temprano no es achacable a los procedimientos probatorios del análisis primitivo,

[5]La relación de consecuencia lógica (sintáctica o semántica) definida al modo clásico (o intuicionista) es explosiva: si A y B son fórmulas cualesquiera, {A, ¬A} implica B. Una lógica paraconsistente es, precisamente, una lógica cuya relación de consecuencia lógica *no* es explosiva. Si A es una fórmula cualquiera, hay una fórmula B tal que {A, ¬A} no implica B. En otras palabras, la inferencia paraconsistente exhibe la virtud de garantizar la no-trivialidad de la clausura deductiva de un conjunto inconsistente de supuestos (bajo condiciones que dependerán del poder expresivo y deductivo del sistema logístico empleado).

[6]Los lógicos de la paraconsistencia -a diferencia de los intuicionistas- no se proponen cuestionar o revisar la matemática clásica o sus aplicaciones científicas, sino ampliar el espectro de lo matemáticamente factible. "La lógica paraconsistente no anula la investigación de estructuras consistentes. Lo que hace es ampliar el dominio de lo que puede ser investigado. Nos permite investigar las estructuras y las teorías inconsistentes de una manera que era impensable antes. Esto es (...) una cuota extraordinaria en el crecimiento de la matemática" (PRIEST; THOMASON, 2007, p. 99).

[7]Para dar con un desarrollo exhaustivo de este tópico, puede consultarse Piazza y Piazza (2010). Estos autores argumentan sólidamente que la actitud revisionista de Colyvan no tiene cabida en la heurística de los modernos programas de investigación en lógica paraconsistente. Agradezco a un árbitro anónimo el haberme llamado la atención sobre este texto.

sino al modo de justificar estos procedimientos. Por otra parte, puede probarse matemáticamente que la caracterización de infinitesimales inconsistentes no es pasible de una cobertura axiomática no-trivial en el marco de la lógica paraconsistente.

Ciertamente, los infinitesimales del cálculo temprano tienen un comportamiento peculiar. Cualquier procedimiento de integración o diferenciación de funciones efectuado con las técnicas del cálculo temprano envuelve la postulación de algún infinitesimal δ que asume inicialmente el valor nulo (i.e., $\delta = 0$) y luego un valor positivo menor a cualquier magnitud real (i.e., $\delta \neq 0$). No obstante, Colyvan considera que esta contradicción puede tolerarse adoptando una lógica paraconsistente, "[...] da[ndo] sentido a objetos matemáticos inconsistentes específicos y a las conclusiones implicadas por la teoría en cuestión" (COLYVAN, 2009, p. 163). Esta decisión, a su juicio, comportaría eventualmente una sustancial simplificación de los procedimientos.

> Con el cálculo naif, no hay necesidad de involucrarse con la sutil definición moderna de límite; los infinitesimales son reintegrados a la escena (COLYVAN, 2008b, p. 31).

Veamos brevemente cuáles son los fundamentos del cálculo temprano tal como aparece desarrollado en la obra de Newton. El enfoque newtoniano incorpora las nociones de fluente y fluxión. Una fluente es una cantidad cambiante y una fluxión representa la tasa de variación de la magnitud de una cantidad fluente. *Grosso modo*, el algoritmo forjado para la manipulación de estas magnitudes es:

> (⋆) Para calcular la fluxión (derivada) de una función $y = f(x)$: (1⋆) determine el valor de la proporción existente entre $f(x + \zeta) - f(x)$ y ζ. Luego, (2⋆) cancele cualquier referencia a ζ toda vez que aparezca en calidad de sumando.

Dada, por ejemplo, la parábola determinada por la ecuación $y = x^2$ en un gráfico cartesiano, a los efectos de computar la pendiente de la tangente en x (en términos newtonianos, la fluxión (o derivada) de la cantidad (fluente) x^2), se debe calcular la proporción entre la diferencia entre los cuadrados de $x + \zeta$ y x -es decir, $(x + \zeta)^2 - x^2$- y la diferencia entre $(x + \zeta)$ y x -es decir, $(x + \zeta) - x$. Formalmente:

$$f'(x) = (x + \zeta)^2 - x^2 / (x + \zeta) - x \qquad 1$$

Luego se aplican simplificaciones elementales:

$$f'(x) = (x2 + 2\zeta x + \zeta 2) - x2 / \zeta \qquad 2$$

$$f'(x) = (2\zeta x + \zeta^2) / \zeta \qquad 3$$

$$f'(x) = 2x + \zeta \qquad 4$$

$$f'(x) = 2x \qquad 5$$

Nótese que, en los pasos 1-3, $x + \zeta$ conlleva un incremento real respecto de x (es decir, se presume que $\zeta > 0$), mientras que, en el pasaje de 4 a 5, $x + \zeta$ no conlleva ningún incremento real respecto de x (es decir, se presume que $\zeta = 0$). Pero ζ ha de tener un valor positivo en los pasos 1-3; de otro modo, no podría operar como divisor. Así, debemos prima facie concluir -siguiendo a Colyvan- que $\zeta \neq 0$ y $\zeta = 0$. Pero, en rigor, la prescripción (2⋆) del algoritmo no establece que $\zeta = 0$, sino que el valor de ζ puede ser desestimado a la hora de calcular el valor de $f'(x)$. A su vez, esta prescripción entra en escena sólo cuando es incapaz de producir inconsistencias, esto es, cuando la desestimación del valor atribuido previamente a ζ no afecta la obtención del resultado esperado. Con todo, si nos preguntamos 'por qué' es legítimo desestimar el valor de ζ en el pasaje de 4 a 5 (es decir, si nos preguntamos cuál es la 'justificación' del procedimiento), la respuesta natural es: 'porque $\zeta = 0$'. Pero esta suposición no se desprende de (⋆), sino de la explicación intuitiva del funcionamiento interno del algoritmo. En otras palabras, la acusación de inconsistencia esgrimida contra el cálculo temprano no afecta a los procedimientos de derivación e integración de funciones, sino a los supuestos operativos en la 'justificación' intuitiva de estos procedimientos.

No debe extrañarnos, sin embargo, que Newton aceptara esta rudimentaria metodología para desplegar su propio cálculo integral. Pues la aceptación no implica creencia y cuando la (justificación de) la teoría aceptada exhibe contradicciones bona fide, cabe pensar que hay una teoría consistente de fondo respecto de la cual la primera constituye una aproximación[8]. Esta teoría de fondo oficiaría como una suerte de candidato genuino para la creencia racional. En este sentido, Newton contempló la posibilidad de reemplazar (⋆) por demostraciones matemáticas rigurosas en términos de límites o -en la jerga de la época- 'proporciones últimas de cantidades evanescentes'. Estas proporciones oficiarían como una especie de cota al que las proporciones de las cantidades decrecientes sin límite se aproximan. La

[8]Esta idea ha sido sugerida por John Norton. "Si tenemos una teoría empíricamente exitosa que resulta ser lógicamente inconsistente, entonces no es una suposición irracional que la teoría es una aproximación cercana a una teoría lógicamente consistente que goza de éxitos empíricos similares. La mejor manera de hacer frente a la inconsistencia sería recuperar esta [...] teoría consistente y prescindir de la teoría inconsistente" (NORTON, 2002, p. 193).

reformulación expresa de los procedimientos de derivación e integración tempranos sobre una base metodológicamente coherente no pasó de ser un desiderátum en la obra de Newton. Con todo, la adecuación empírica del cálculo le permitió apoyarse en intuiciones cinemáticas para iluminar el concepto de proporción última. Por ejemplo, al sugerir bajo el concepto de 'velocidad última' la intelección de la velocidad con la que un cuerpo se desplaza, no antes de llegar a su posición final y del cese de su movimiento, ni después, sino en el mismo instante en que alcanza esa posición (cf. KLINE, 1980). Ciertamente, Newton no disponía de las herramientas conceptuales necesarias para reformular el análisis matemático tomando por base la noción rudimentaria de límite que aparece desplegada en sus intuiciones cinemáticas. No obstante, se ha señalado que "[...] la exposición en términos de [...] infinitesimales [...]" ha constituido desde siempre "[...] una abreviatura conveniente [...] para una prueba matemática rigurosa en términos de proporciones últimas" (EDWARDS, 1979, p. 226). En el mismo sentido, se ha sugerido que la noción de proporción última de una cantidad evanescente procura una pauta conveniente "[...]para reemplazar el procedimiento de establecer que [ζ] es igual a cero" (LAVINE, 1994, p. 24), es decir, para alcanzar una 'fundamentación consistente' de la derivación y la integración.

Cabe señalar, por último, que las consecuencias deductivas de una teoría de números enriquecida con axiomas para infinitesimales inconsistentes no pueden ser controladas mediante el mero recurso a una lógica paraconsistente. La dificultad reside en que, para regimentar una teoría de esa índole, es imprescindible producir modelos paraconsistentes de la aritmética de los números reales. Para esto, a su vez, se requiere establecer que $z_1 = z_2$ para dos números reales cualesquiera z_1 y z_2, y esta situación conduce al resultado de todo número real es idéntico a cualquier otro independientemente de la lógica subyacente (cf. MORTENSEN, 1995). Supóngase que, en efecto, $z_1 = z_2$, donde $z_1 = z_2$ son números reales diferentes. Entonces, $z_1 - z_2 = z_1 - z_1$. Pero $z_1 - z_1 = 0$, con lo cual $z_1 - z_2 = 0$. Sean entonces x e y dos números reales adicionales cualesquiera. Así, obtenemos por sustitución de idénticos que: $((0 \times (x - y)) / (z_1 - z_2)) = ((z_1 - z_2)(x - y)) / (z_1 - z_2)$. Simplificando: $0 = x - y$. Por otra parte, es un hecho fácilmente comprobable que: $y + (x - y) = y + (x - y)$ y que $y + 0 = y$. Luego, $y + 0 = y + (x - y)$, por sustitución de idénticos. Simplificando: $y = x$, que es lo que se debía demostrar[9]. En otras palabras, el solo hecho de identificar dos números reales intuitivamente diferentes conduce a la conclusión de que todos los números reales son el mismo número. Esta suerte de trivialización inferencial de la parte puramente ecuacional de la aritmética de los reales no es evitable debilitando el principio clásico *ex contradictione quodlibet*. Pues, al estipular que dos números reales diferentes son idénticos, hemos generado condiciones *suficientes* para probar que dos números reales *cualesquiera* son también idénticos. *Pace* Colyvan, la lógica paraconsistente es incapaz de propiciar una regimentación no-trivial epero intuitiva del cálculo temprano.

Funciones inconsistentes

Otras ecuaciones inconsistentes pero aparentemente indispensables para la ciencia madura son las que involucran alguna referencia a la denominada 'función delta', también conocida como 'función impropia' o 'función de Dirac'. Esta función ha desempeñado un papel clave en la elaboración de un marco algebraico para formular las leyes de la teoría cuántica. Los recursos matemáticos provistos por este marco son los que aparecen en cualquier exposición canónica de la mecánica cuántica (no-relativista) usufructuaria de la notación *bra-ket* desplegada en los primeros capítulos de la obra canónica de Paul Dirac (DIRAC, 1958). Uno de los máximos aportes de este enfoque es la distinción entre estados (representados mediante vectores normalizados en espacios de Hilbert) y observables dinámicos (representados mediante operadores lineales definidos sobre vectores en espacios de Hilbert). A cada observable dinámico se le hace corresponder un conjunto de estados posibles del sistema cuántico y un conjunto de valores posibles del observable. El problema metodológico que tuvo en vilo a Dirac es el de generar una método para normalizar los vectores correspondientes a los estados puros de observables dinámicos con una distribución continua de valores propios en el eje de los reales (e.g., el observable *posición*). En otras palabras: ¿cómo constituir una base ortonormal para un observable con un número infinito de valores posibles, de modo tal que cualquier vector de estado pueda ser expresado como una suma de vectores del operador lineal que representa al observable? La respuesta de Dirac es que hay una función impropia $\delta(x)$ con las siguientes propiedades algebraicas:

[9]Esta demostración constituye una versión simplificada de la que aparece esbozada en Mortensen (1995).

$\delta(x) = 0$ si $x \neq 0$ 1

$\delta(x) = \infty$ si $x = 0$ 2

$\int \delta(x)\, dx = 1$ 3

$\int f(x)\, \delta(x)\, dx = f(0)$ 4

$\int f(x)\, \delta(x - a)\, dx = f(a)$[10] 5

Las condiciones 1-3 aparecen reflejadas informalmente en el texto de Dirac en los siguientes términos:

> Para obtener una pintura de $\delta(x)$, tome una función de variable real x que desaparezca en cualquier lado excepto al interior de un dominio muy pequeño, digamos de tamaño ε, en torno al origen $x = 0$, y que sea tan larga dentro de este dominio que su integral sobre este dominio es la unidad. La forma exacta de esta función dentro de este dominio no importa, a condición de que no haya variaciones innecesariamente salvajes (por ejemplo, a condición de que la función sea siempre de orden ε^{-1}) (DIRAC, 1958, p. 58).

La condición 4 oficia como una suerte de condición de desplazamiento: la integral de una función cualquiera multiplicada por $\delta(x)$ (para valores del dominio *cercanos* a 0) arroja el valor de la función dada *en* 0. Esto garantiza trivialmente (mediante un mero cambio de origen) el cumplimiento de la condición 5: al integrar una función continua en $\delta(x - a)$, se obtiene el valor de la función en a. En rigor, la función delta no es una función, pues, si nos atenemos a los fundamentos canónicos del cálculo integral, una función nula excepto en (las adyacencias de) un punto tiene siempre una integral nula: "[...] $\delta(x)$ no es una función de x, de acuerdo con la definición matemática usual de una función" (DIRAC, 1958, p. 58). Pero lo fundamental es que $\delta(x)$ es, en rigor, una pseudo-función *inconsistente*. Sean $g(x)$ y $h(x)$ dos funciones continuas tales que $g(0) \neq h(0)$. Puesto que $\delta(x)$ carece de un valor definido para $x = 0$, la condición de desplazamiento (i.e., la condición 4) implica que:

$\int g(x)\, \delta(x)\, dx = g(0) = \int h(x)\, \delta(x)\, dx = h(0).$ 1

Simplificando, obtenemos:

$g(0) = h(0),$ 2

lo cual contradice al supuesto inicial de que $g(0) \neq h(0)$. Llegamos así a una reducción al absurdo del supuesto de que *hay* una función con las propiedades algebraicas estipuladas originariamente por Dirac.

Esta situación puede abordarse desde dos perspectivas. Desde la perspectiva de los matemáticos, estos resultados refutan el que las técnicas de Dirac generen condiciones de normalización de vectores para observables con una distribución continua de valores propios. Mientras que, desde la perspectiva de los naturalistas metafísicos *à la* Colyvan, estos resultados constituyen una motivación para embarcarnos en una ontología de entidades inconsistentes. La pregunta que reparte las aguas es: ¿estamos ante una inconsistencia indispensable para el desarrollo de una teoría científica exitosa? ¿O se trata de un episodio carente de relevancia para el debate realismo vs. anti-realismo científico? Todo parece indicar que la opción correcta es la segunda. Por empezar, la función delta tiene un comportamiento *consistente y físicamente relevante* siempre que su rendimiento algebraico se agote con el oficio de factor para la integración de funciones. Este hecho fue expresamente reconocido por el propio Dirac, quien lo interpretó como un indicio de la dispensabilidad de la función delta; algo que se vería confirmado años después con las investigaciones de von Neumann y la construcción de una teoría de las distribuciones en manos de Schwartz.

> En teoría cuántica, siempre que una función impropia aparezca, será algo que deberá ser usado en última instancia en una integral. Por lo tanto, debería ser posible reescribir la teoría en una forma en la que las funciones impropias aparezcan exclusivamente a través de integrales. Uno podría entonces eliminar por completo las funciones impropias (DIRAC, 1958, p. 59).

Dirac, al igual que Newton, era consciente de que la matemática inconsistente es un recurso provisorio para brindar alguna solución tentativa a problemas novedosos. Pues, como la historia ha puesto de manifiesto, la fundamentación rigurosa de los procedimientos empleados demandaría una serie de innovaciones técnicas ajenas a las posibilidades de la física y la matemática vigentes entonces. En este sentido, al demostrar que las funciones impropias pueden ser eliminadas de la teoría cuántica incorporando operadores en espacios de Hilbert, von Neumann relacionó expresamente las experiencias de Newton y Dirac:

[10] $\delta(x)$ puede ser pensada intuitivamente como representando una función de fuerza extremadamente concentrada actuando sobre una estructura dinámica unidimensional. Un concepto más abstracto de $\delta(x)$ es el concepto del límite de una función con valores enmarcados en las adyacencias de $x = 0$, de modo tal que su integral entre $-\infty$ y $+\infty$ es 1. Una función límite que satisface la condición intuitiva asociada a $\delta(x)$ es la denominada 'función rectangular', la cual cuenta con aplicaciones varias en ingeniería. Cf. Van Bladel (1991, cap. 1). Agradezco a un árbitro anónimo la corrección introducida en la formulación de la condición 2.

> No habría ninguna objeción aquí -afirma von Neumann en conexión con las funciones impropias de Dirac- si estos conceptos, que no pueden ser incorporados dentro del aparato corriente del análisis, fueran intrínsecamente necesarios para la teoría física. Entonces, así como la mecánica newtoniana produjo en un primer momento el desarrollo del cálculo infinitesimal, el cual, en su forma originaria, era indudablemente no-consistente [*non self-consistent*], la mecánica cuántica podría sugerir una nueva estructura para nuestro 'análisis de infinitamente muchas variables' (VON NEUMANN, 1955, p. ix)

En última instancia, la teoría de las funciones impropias esbozada por Dirac recibió una fundamentación rigurosa y consistente en el marco de la teoría de las distribuciones desarrollada por Schwartz en su libro *Théorie des distributions*, publicado en 1950 (cf. LÜTZEN, 1982). Dirac estaba en lo cierto: su función delta no es, estrictamente, una función (inconsistente), sino una distribución, donde, *grosso modo*, una distribución concebida *à la* Schwartz es una suma finita (y consistente) de derivadas de funciones continuas. El núcleo de este cambio de problemática reside en que la fórmula $\int f(x)\ \delta(x)\ dx = f(0)$ ya no viene interpretada como definiendo a la 'función' delta en virtud de los valores que asume tomando como argumento cada punto del eje x, sino a partir del conjunto de sus productos internos y una serie de funciones de prueba adecuadamente escogidas. Específicamente, la noción de una distribución se obtiene generalizando la condición de que una función venga definida por sus productos escalares en referencia a funciones de base denominadas 'funciones de testeo'. En la teoría de Schwartz, una función de testeo es una función continua compleja $\varphi(z)$ que satisface las siguientes condiciones: (a) tiene derivadas continuas de todos los órdenes; (b) se desvanece fuera de cierto dominio finito crítico; (c) conforma un espacio de funciones de testeo D[11]; (d) el conjunto cerrado más pequeño que contiene el conjunto de los puntos tales que $\varphi(z) \neq 0$ constituye el soporte de la función (cf. VAN BLADEL, 1991).

La definición del concepto de una distribución *à la* Schwartz apela a las nociones de *convergencia* y *funcional lineal* en el espacio D. *Grosso modo*, hay una secuencia de funciones $\varphi_k(z)$ que *convergen* hacia $\varphi(z)$ (para $k \to \infty$) en D cuando los soportes de φ_k aparecen en el mismo dominio cerrado y cada función φ_k y sus derivadas de todos los órdenes convergen uniformemente hacia φ y sus correspondientes derivadas. Por otra parte, un *funcional lineal* es una operación que asocia a cada función φ en D un número complejo $c(\varphi)$ tal que $c(\varphi_1 + \varphi_2) = c(\varphi_1) + c(\varphi_2)$ y $c(g\varphi) = gc(\varphi)$, donde g es una constante compleja. Por último, un funcional lineal es *continuo* si el número complejo $c(\varphi_k)$ converge hacia $c(\varphi)$. Con esto ya estamos en condiciones de brindar una definición: una distribución *à la* Schwartz es un funcional continuo lineal'[12].

Las fórmulas matemáticas de la ciencia madura son, por regla general, ecuaciones diferenciales con funciones discontinuas en el espacio-tiempo actuando como variables físicas. Esto ha generado la necesidad de sentar las bases para una fundamentación rigurosa y coherente de una teoría abstracta de la derivación y una noción de solución generalizada para ecuaciones diferenciales. La realización de las operaciones esenciales del análisis matemático expurgada de consideraciones relativas a condiciones de validez específicas en marcos discontinuos ha sido el desiderátum cuya realización hubo de aguardar a las elaboraciones de Schwartz. Su teoría dio un marco consistente y universal a las operaciones algebraicas asociadas a las aplicaciones abstractas de las funciones localmente integrables y las funciones de tipo $\delta(x)$ con sus respectivas derivadas. Fue así que adquirió estatura metodológica la conjetura de Dirac a los efectos de que un adecuado tratamiento de la integración permitiría eliminar cualquier referencia a funciones impropias en la física y, por añadidura, en la matemática pura.

Consideración final

Las teorías apuntadas por Colyvan no exhiben las facetas metodológicas necesarias para motivar un realismo científico de objetos inconsistentes. En primer lugar, ni la cosmología newtoniana ni la oceanografía descriptiva subsidiaria del modelo de equilibrio contienen caracterizaciones de entidades contradictorias. En segundo lugar, las inconsistencias del cálculo temprano (en su versión newtoniana) no se manifiestan en sus procedimientos sino en el modo de justificarlos.

[11]Un ejemplo de función de testeo (unidimensional en este caso) es la función $\varphi(x)$ tal que $\varphi(x) = \exp(|ab| / (x - a)(x - b))$ para x en (a, b) y $\varphi(x) = 0$ para x fuera de (a, b). En este caso, $[a, b]$ actúa como un soporte *à la* Schwartz, dado que las derivadas de la función desaparecen en los puntos $x = a$ y $x = b$.

[12]El matemático ruso Lvovich Sobolev había dado a mediados de la década de 1930 una caracterización de las distribuciones de orden finito al modo de funcionales lineales continuos. No obstante, nunca llegó a tener en cuenta el espacio pertinente para las funciones con derivadas continuas de todos los órdenes y soporte compacto dentro de una topología. De todos modos, sus aportes dieron impulso a la resolución del problema de Cauchy para ecuaciones lineales hiperbólicas con un conjunto de variables espaciales de cardinal impar. Para una elaboración exhaustiva de este tópico histórico-crítico, cf. Alemañ (2012, p. 109-110).

Esto no quita que jueguen un papel explicativo en la fundamentación de la derivación y la integración de funciones. Pero, por otra parte, es matemáticamente constatable que ninguna teoría de infinitesimales inconsistentes -ninguna teoría que transforme en propiedades de cantidades infinitesimales las condiciones involucradas en la justificación de su manipulación ingenua- puede ser salvada de la trivialidad mediante el mero recurso a la lógica paraconsistente. Así, cabe descartar que el método infinitesimal temprano y, por derivación, la mecánica newtoniana en su versión inicial, nos comprometan genuinamente con objetos inconsistentes. Por último, las restricciones impuestas por Dirac a la manipulación de la función delta -en particular, la exigencia de que su uso quede confinado a la integración de funciones- excluyen el surgimiento de inconsistencias en la física cuántica. En este sentido, la teoría de Schwartz vino a poner de manifiesto que los aspectos relevantes de las ‘funciones impropias’ responden a propiedades algebraicas de los funcionales continuos lineales. Desde luego, estas conclusiones no quitan que otros filósofos (o tal vez el propio Colyvan) puedan proceder a legitimar un realismo de entidades inconsistentes estudiando porciones de la historia de la ciencia ajenas al análisis de Colyvan. Con todo, cabe suponer que las deficiencias derivadas de la reconstrucción realista de las teorías consideradas aquí son lo suficientemente abstractas como para manifestarse también en la reconstrucción de teorías alternativas.

Referencias

ALEMAÑ, R. Del cálculo diferencial al funcional: consideraciones epistemológicas sobre dos desarrollos históricos. **Metatheoria. Journal of Philosophy and History of Science**, v. 2, n. 2, p. 91-121, 2012.

BEALL, J. C.; COLYVAN, M. Looking for contradictions. **Australasian Journal of Philosophy**, v. 79, n. 4, p. 564-569, 2001.

BROGAARD, B. Inscrutablity and Ontological Commitment. **Philosophical Studies**, v. 141, n. 1, p. 21-42, 2008.

COLYVAN, M. **The Indispensability of Mathematics**. New York: Oxford University Press, 2001.

COLYVAN, M. The ontological commitments of inconsistent theories. **Philosophical Studies**, v. 141, n. 1, p. 115-23, 2008a.

COLYVAN, M. Who's Afraid of Inconsistent Mathematics? **Protosociology**, v. 25, n. 1, p. 24-35, 2008b.

COLYVAN, M. Applying inconsistent mathematics. In: BUENO, O; LINNEBO, Ø. (Ed.). **New waves in philosophy of mathematics**. Basingstoke: Palgrave MacMillan, 2009. p. 160-172.

DIRAC, P. **The principles of quantum mechanics**. Cuarta Edición. Oxford: Clarendon Press, 1958.

EDWARDS, C. **The historical development of the calculus**. New York: Springer, 1979.

FRIGG, R. Models and Fiction. **Synthese**, v. 172, n. 2, p. 251-268, 2010.

HARTNETT, J. G. Spiral galaxy rotation curves determined from Carmelian general relativity. **International Journal of Theoretical Physics**, v. 45, n. 11, p. 2118-2136, 2006.

KLINE, M. **Mathematics**: the loss of certainty. New York: Oxford University Press, 1980.

LAVINE, S. **Understanding the infinite**. Harvard: Harvard University Press, 1994.

LÜTZEN, J. **The prehistory of the theory of distributions**. New York: Springer-Verlag, 1982.

MADDY, P. Indispensability and practice. **Journal of Philosophy**, v. 89, n. 6, p. 275-289, 1992.

MILGROM, M. A modification of Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden matter hypothesis. **Astrophysical Journal**, v. 270, n. 1, p. 365-370, 1983.

MORTENSEN, Ch. **Inconsistent Mathematics**. Dordrecht: Kluwer, 1995.

NORTON, J. A Paradox in newtonian gravitation theory II. In: MEHEUS, J. (Ed.). **Inconsistency in Science**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 185-195.

PIAZZA, T.; PIAZZA, F. On inconsistent entities. A reply to Colyvan. **Philosophical Studies**, v. 150, n. 2, p. 301-311, 2010.

PINET, P. **Invitation to oceanography**. Massachusetts: Jones and Bartlett Publishers, 2006.

PRIEST, G.; THOMASON, N. 60% Proof - Lakatos, Proof and Paraconsistency. **Australasian Journal of Logic**, v. 5, n. 1, p. 89-100, 2007.

QUINE, W. V. Five milestones of empiricism. In: QUINE, W. V. (Ed.). **Theories and things**. Cambridge: Harvard University Press, 1981. p. 67-72.

RUBIN, V. Dark matter in spiral galaxies. **Scientific American**, v. 248, n. 1, p. 96-108, 1983.

SANDERS, R. H. **The dark matter problem**: a historical perspective. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

VAN BLADEL, J. **Singular electromagnetic fields and sources**. Oxford: Clarendon Press, 1991.

VON NEUMANN, J. **Mathematical foundations of quantum mechanics**. Princeton: Princeton University Press, 1955.

Received on March 29, 2015.
Accepted on August 4, 2015.