PONTO DE EQUILÍBRIO E OTIMIZAÇÃO SOB A PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA

Simone Leticia Raimundini
Doutoranda em Administração pela
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Professora do Departamento de Ciências Contábeis e
Atuariais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul
simone.raimundini@ufrgs.br

Márcia Bianchi
Doutoranda em Economia pela
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Professora do Departamento de Ciências Contábeis e
Atuariais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul
marcia.bianchi@ufrgs.br

Luis Carlos Zucatto
Mestrando em Administração pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Professor do Departamento de Administração da Faculdade de Três de Maio-SETREM
luiszucatto@setrem.com.br

RESUMO

O ensino, como fonte de conhecimento, possui notável importância na formação pessoal e profissional do discente, principalmente no momento em que evidencia a interdisciplinaridade que pode existir entre as diferentes áreas do saber. Desta forma, o objetivo deste estudo é evidenciar a interdisciplinaridade de conteúdos da contabilidade de custos, especificamente do ponto de equilíbrio e da otimização, com alguns princípios da matemática. O estudo é classificado quanto aos seguintes aspectos: (a) pela forma de abordagem do problema, como pesquisa qualitativa; (b) de acordo com seus objetivos, como descritiva; e, (c) com base nos procedimentos técnicos utilizados, o instrumento empregado foi a pesquisa bibliográfica. Foram utilizados os princípios matemáticos de determinantes, sistema de equações de primeiro grau e progressão aritmética. Conclui-se que é possível relacionar o conteúdo da contabilidade de custos a alguns princípios matemáticos, onde o docente deve assumir o papel de facilitador e possibilitar uma visão ampla dos campos de aplicação dos conceitos ensinados aos discentes, proporcionando, desta forma, melhor aprendizagem, ampliando o horizonte de conhecimentos, que poderá potencializar a capacidade lógico-cognitiva e conhecimento teórico-prático.

Palavras-chave: Ponto de Equilíbrio. Otimização. Ensino. Contabilidade de Custos. Princípios de Matemática.

ABSTRACT

Education, as a source of knowledge, has a remarkable importance in a student's personal and professional development, especially when it brings out the interdisciplinarity that the array of knowledge areas may display. Therefore, the objective of this study is to highlight the interdisciplinary content of cost accounting, specifically from the point of equilibrium (PE) and optimization, with certain principles of mathematics. The study is classified according to the following aspects: (a) problem approach, as a qualitative research; (b) its objectives, as descriptive; and, (c) based on technical procedures, the instrument applied was the bibliographic research. The study used mathematical principles of determinants, a first-degree equation system and arithmetic progression. The results show that it is possible to relate cost accounting issues to some mathematics principles, in which teachers should take the role of facilitator and provide a broad view of the application areas of the concepts students are taught, thus promoting better learning, broadening the horizon of knowledge, which may enhance logical-cognitive ability and theoretical-practical knowledge.

Keywords: Equilibrium Point. Optimization. Teaching. Cost Accounting. Mathematics Principles.

1 INTRODUÇÃO

O ensino pode influenciar nos processos de mudança de cultura de uma sociedade, quando os anseios e perspectivas de mudança passam a ser conduzidos, inclusive, pelos docentes, através da inter-relação entre a disciplina e os enfoques globais cotidianos. Ainda, ocorrem avanços no sentido de permitir articulações interdisciplinares no ambiente institucional.

Na atualidade, o docente não é visto como o 'senhor do conhecimento', mas como estimulador na construção do conhecimento. Balzan (1994, p. 14), ressalta que "ensinar é uma arte". O professor, no processo de transmissão do conhecimento precisa ser adaptável ao contexto do grupo de ensino e deve aflorar habilidades que o tornem parceiro deste grupo sem perder a autoridade. Além do perfil característico de cada turma, para o qual o professor precisa se adequar, existe, também, as particularidades inerentes ao processo de ensino e de abordagem dos conteúdos de cada área do conhecimento.

Entretanto, abranger a interdisciplinaridade entre as disciplinas, em alguns casos é restrito, por exemplo, a matemática com as demais disciplinas do curso. Normalmente, os professores não trabalham os conteúdos de contabilidade, economia e administração relacionando-os a área de exatas ou vice-versa, pois acreditam que estes são merecedores de estudos específicos e que somente devem ser trabalhados em disciplinas específicas.

Neste contexto, o objetivo deste artigo é evidenciar a interdisciplinaridade de conteúdos da contabilidade de custos, especificamente do ponto de equilíbrio (PE) e da otimização, com alguns princípios da matemática.

A relevância deste estudo está em evidenciar que o ensino da matemática, na maioria das vezes, considerado difícil e não desperta o interesse dos discentes, podem ser aplicados a realidades com as quais eles convivem ou conviverão.

Ainda, destaca-se que o PE constitui uma das ferramentas de análise de custos mais utilizadas em qualquer atividade econômica, uma vez que hoje são exigidas tomadas de decisões complexas para manter e aumentar a lucratividade e o desempenho de um empreendimento. E, a otimização (programação linear) complementa o PE, quando se verifica o momento em que o resultado é maximizado, conseqüentemente perdas ou desperdícios de recursos, inclusive financeiro.

Este estudo, quanto à abordagem do problema, classifica-se como pesquisa qualitativa. Conforme Martins e Theóphilo (2007) pesquisas qualitativas faz a descrição, compreensão, interpretação e análise de informações, fatos, ocorrências e evidências que não são passíveis de medição. Ainda os mesmos autores comentam que a pesquisa qualitativa possibilita descobrir e entender a complexidade e a interação de elementos relacionados ao objeto de pesquisa. Desse modo, se o tema deste trabalho é a interdisciplinaridade entre contabilidade de custos e matemática para fins de ensino desta última, é possível considerar as diversas perspectivas de ensino da matemática a partir de conceitos da contabilidade de custos. Logo, reside em melhor entender o dinamismo e a interação das duas áreas de conhecimento que interagem com o processo de ensino.

Quanto ao objetivo a pesquisa se caracteriza como descritiva, por descrever possíveis relações entre o ensino da matemática e da contabilidade de custos. Segundo Gil (2002), a pesquisa descritiva tem a finalidade de descrever as características de determinada população ou fenômeno ou estabelecer relações entre as variáveis. Assim, volta-se para o processo de como ensinar a matemática para os discentes de contabilidade, com o propósito de melhorar o entendimento do "porquê" de a matemática ser uma disciplina obrigatória na estrutura curricular do curso de ciências contábeis.

Ainda, com base nos procedimentos técnicos utilizados, o instrumento empregado foi a pesquisa bibliográfica, conforme Köche (1997), serve para ampliar o grau de conhecimento de determinada área, bem como para dominar o conhecimento disponível e usá-lo como base ou fundamentação na construção de um modelo teórico-explicativo de um problema.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Interdisciplinaridade

Entender o ensino e a pesquisa hoje exige uma perspectiva que possibilite uma aproximação entre as diversas áreas do conhecimento. À semelhança do pesquisador medieval que não procurava discriminar os conhecimentos disponíveis à época, mas buscava estabelecer relações que os aproximasse, na atualidade há a necessidade de que cientistas e pesquisadores, especialistas em uma micro-parte do universo que atuam, provoquem a interação entre as diversas áreas do conhecimento.

De acordo com Garcia (2002), a interdisciplinaridade surge como uma resposta à necessidade de uma visão mais ampla para analisar os fenômenos do mundo contemporâneo. Esta visão é, contraria a perspectiva simplificadora e tradicional das ciências naturais, que se baseavam na fragmentação do conhecimento ou do fato como forma de apreender ou interpretar seus significados. Para Morin (1985), a prática interdisciplinar não consiste na desvalorização das diferentes disciplinas ou do conhecimento de cada uma, mas em ligar os elementos e informações oferecidos por cada uma das partes, para a construção do que é considerado como conhecimento único.

Apesar de sua utilização crescente no meio acadêmico, o termo interdisciplinaridade ainda carece de mais cuidado quanto a sua aplicação. Com o objetivo de justificar a sua utilização nesta pesquisa e dirimir eventuais dúvidas quanto ao seu emprego, se apresenta a diferença entre a interdisciplinaridade, multidisciplinaridade, pluridisciplinaridade e transdisciplinaridade.

Hamel (1995) distingue esses termos da seguinte forma:

a) interdisciplinaridade: pressupõe a aplicação ou utilização de diversas disciplinas como que em forma de um concerto, cuja combinação ocasiona transformações mútuas nas mesmas;
b) multidisciplinaridade: é quando são usadas paralelamente diversas disciplinas, sem o estabelecimento de relações entre as mesmas;
c) pluridisciplinaridade: se dá quando são utilizados, de modo irrestrito, disciplinas ou elementos destas disciplinas, sem que esse uso venha a modificar os elementos ou disciplinas utilizados; e
d) transdisciplinaridade: é quando se dá a interação entre as disciplinas, gerando um conjunto de elementos que componham uma disciplina original.

De acordo com Cardoso et al. (2008), há distinções terminológicas entre as variações da palavra disciplinaridade e seus quatro níveis de significado, conforme Quadro 1.

Terminologia	Significado
Interdisciplinaridade	Conhecimento em rede onde os espaços dos territórios estão interconectados entre si. Sem anulação das disciplinas, propõe o rompimento das barreiras epistemológicas.
Multidisciplinaridade	Justaposição de diversas disciplinas, desprovidas de relação aparente. Disciplinas do mesmo nível sem trabalho integrado.
Pluridisciplinaridade	Pequena colaboração entre disciplinas vizinhas no domínio do conhecimento. Cooperações de forma intuitiva.
Transdisciplinaridade	Resultado de uma premissa comum a um conjunto de disciplinas. Caminho de autotransformação para o conhecimento de si, para a unidade do conhecimento.

Quadro 1 - Variações terminológicas da palavra disciplinaridade e seus quatro níveis de significado

Fonte: Cardoso et al. (2008).

Percebe-se, nas posições de Hamel (1995) e Cardoso *et al.* (2008) que, no caso da interdisciplinaridade, a partir de interações entre as disciplinas, estas sofrem modificações. Tais modificações, entretanto, não descaracterizam as disciplinas envolvidas, mas provocam um avanço, ou seja, a construção de um novo conhecimento, que se dá pela influência mútua das disciplinas, o que não aconteceria sem a interação das mesmas.

Lenoir e Hasni (2004) propõem uma classificação de interdisciplinaridade de acordo com culturas e finalidades diferentes. Neste caso possui um caráter reflexivo e crítico, orientado para a unificação do saber científico ou também para um esforço de reflexão epistemológica sobre este saber. Nos Estados Unidos, a visão interdisciplinar remete à lógica instrumental, orientada para a funcionalidade social - ensino profissionalizante.

No Brasil, a interdisciplinaridade, segundo Lenoir e Hasni (2004), surge com a emergência de uma lógica científica que privilegia dimensões humanas e afetivas, expressando uma visão subjetiva e que privilegia a busca do ser. Nesta classificação, segundo Leis (2005), se cada uma das três perspectivas for analisada de forma isolada e interpretada de forma disciplinar, pode ser excludente. No entanto, se algo entra por definição na prática interdisciplinar é a condição de que se deve buscar a complementação entre os diversos conhecimentos disciplinares.

Neste sentido, Japiassú (1976) argumenta que para a interdisciplinaridade é necessária a comunicação entre as diversas disciplinas, pois a simples troca de informações entre diferentes campos disciplinares não constitui um método interdisciplinar.

Embora o uso do termo interdisciplinaridade seja crescente, ainda não há um consenso sobre seu conceito para pesquisadores, epistemólogos, filósofos e educadores (ALVES, BRASILEIRO e BRITO, 2004). Nesta perspectiva, Japiassú (1996) argumenta que avanços têm ocorrido, pois a ciência ou algumas teorias, renunciando às pretensões de totalidade e completude, buscariam a universalidade da prática. Assim, a ciência estaria em busca de um diálogo interdisciplinar, sem perder de vista a disciplinaridade, procurando aproximar conhecimentos específicos, oriundos de diversos campos do saber (ALVES, BRASILEIRO e BRITO, 2004).

Para Demo (1998, p. 88), a interdisciplinaridade quer "[...] horizontalizar a verticalização para que a visão complexa seja também profunda, e verticalizar a horizontalização para que a visão profunda seja também complexa". Este mesmo autor define a interdisciplinaridade como a "a arte do aprofundamento com sentido de abrangência para dar conta, ao mesmo tempo, da particularidade e da complexidade do real" (p. 90). De acordo com Fazenda (2002), a principal característica da interdisciplinaridade é o fato de incorporar os resultados de várias disciplinas, tomando-lhes de empréstimo esquemas conceituais de análise, a fim de fazê-los integrar, após haver comparado e julgado.

Tanto a academia quanto a as organizações buscam pela emergência de novos paradigmas, alternativos à racionalidade cartesiana. Isto exige a interação entre os diversos campos disciplinares. Neste sentido, Cardoso et al. (2008), defende a perspectiva do conhecimento em rede, pois a lógica das implicações de cada uma das áreas do saber sobre as demais em mútua complementaridade remete à possibilidade de maior enriquecimento conjunto sem perder, cada campo, suas especificidades. Logo, a possibilidade de arranjos no campo disciplinar é ampla, evidenciando-se a perspectiva da interdisciplinaridade como a mais adequada à realização deste estudo.

2.2 Ponto de equilíbrio

O PE permite a análise e a verificação de quando a atividade em estudo é lucrativa ou deficitária e em qual momento as receitas totais (RT) serão iguais aos custos totais (CT). Desta forma, o PE pode ser demonstrado na seguinte equação: RT = (CF + CV), ou seja, é o ponto da atividade no qual não ocorre nem lucro e nem prejuízo, sendo a receita bruta igual ao custo total. Em uma representação gráfica, o PE pode ser determinado tanto em quantidade (volume), quanto em valores (monetário), permitindo a tomada de decisões do que, quanto e quando produzir e ainda definir qual o valor unitário de venda.

O PE é o nível de produção e comercialização de produtos e serviços em que o resultado é nulo. Ou seja, é o volume de faturamento ou número de unidades vendidas são suficientes para cobrir todos os custos fixos e variáveis da empresa em um determinado período, sem gerar lucro ou prejuízo. Na literatura pertinente são encontradas diversas denominações: ponto de ruptura, *Break-even Point, Base line*, ponto de partida, ponto de nivelamento, ponto crítico ou de quebra. Todos eles, porém, com o mesmo significado.

Conforme Hoji (2000, p. 316), PE é "quando a empresa está produzindo e comercializando a quantidade de produtos suficientes para cobrir, além dos custos e despesas variáveis, os custos e despesas fixas, ou seja, os custos e despesas totais". De acordo com Bornia (2002, p. 75), "o ponto de equilíbrio, ou ponto de ruptura, é o nível de vendas em que o lucro é nulo". Segundo este autor, para uma empresa alcançar seu ponto de equilíbrio deverá ter um nível de produção e de vendas, ou receitas, que cubram seus custos.

2.2.1 Ponto de equilíbrio contábil, econômico e financeiro

O **PE contábil** é calculado levando-se em conta todos os custos e despesas contábeis reconhecidos pelo regime de competência. Para Bruni e Famá (2004, p. 254) "a análise dos gastos variáveis e fixos torna possível obter o ponto de equilíbrio contábil da empresa: representação do volume (em unidades ou $) de vendas necessário para cobrir todos os custos e no qual o lucro é nulo".

Para os autores o PE contábil leva em conta todos os gastos, podendo acrescentar, ainda, que devem ser consideradas os custos de depreciação, uma vez que esses gastos representariam desembolsos efetivados pela empresa na aquisição de bens ou serviços.

O **PE econômico** é obtido incluindo-se, além dos custos para o funcionamento da empresa, os custos de oportunidade referentes ao capital próprio, a um eventual aluguel das instalações ou investimento em outra atividade e outros aspectos afins, mostrando a rentabilidade real que a atividade escolhida proporcionará à empresa.

Bruni e Famá (2004, p. 257) assim dispõem: "conceito de ponto de equilíbrio econômico apresenta a quantidade de vendas (ou do faturamento) que a empresa deveria obter para poder cobrir a remuneração mínima do capital próprio nela investido - considerando valores de mercado". Nesse caso, o lucro obtido deveria ser igual à remuneração do capital próprio, também denominada custo de oportunidade do capital próprio.

O **PE financeiro** exclui de seu cálculo valores que não representem desembolso efetivo de recursos, sendo considerados somente os gastos para manter a atividade da empresa e que afetam o caixa. Exemplos de valores não contabilizados no ponto de equilíbrio financeiro são as depreciações de prédios, máquinas e equipamentos e exaustões, pois estas não representam desembolsos para a empresa (BRUNI e FAMÁ, 2004). Desse modo, o PE financeiro corresponde à quantidade que iguala a receita total com a soma dos gastos que representam desembolso financeiro para a empresa.

2.3 Otimização ou programação linear

A otimização ou programação linear é uma técnica que busca a solução ótima para um problema que apresenta determinada restrição em relação a uma de suas variáveis. Sua aplicação é mais eficiente em problemas estruturados. Para Ehrlich (1985, p. 9), a otimização "é um conjunto de técnicas quantitativas com o intuito de auxiliar o processo de decisão dentro de uma filosofia de modelagem". A concepção fundamental dos problemas de otimização é maximizar a utilização de um recurso escasso ou minimizar os efeitos de sua falta (BRONSON, 1985).

Segundo Pidd (1998), na otimização de restrições existe um medidor de desempenho conhecido como função objetivo, que deve ser otimizado e é passível de restrições. Estas variáveis podem ser explicitadas por variáveis de decisão e pela existência de restrições à aplicação de recursos. Tanto as quantidades disponíveis como a forma de seu emprego exige que as variáveis sejam todas lineares. Andrade (1998) complementa que o conhecimento das condições de mercado (produtos, fornecedores e consumidores) permite também estabelecer critérios de distribuição de forma a minimizar seus custos e auxilia na distribuição de mão-de-obra com o intuito de minimizar despesas e maximizar a eficiência.

Para determinar a estrutura do problema de otimização deve, inicialmente, determinar quais as variáveis de decisão, em seguida, qual o objetivo e, por fim, qual a restrição que se deve explorar (SILVA et al., 1998). Esse modelo é útil e versátil na busca de soluções para problemas que envolvam a otimização de recursos em ambientes restritos. No ambiente empresarial, porém, há problemas que exigem que se atinjam múltiplas metas simultaneamente. A maximização das metas de um setor pode ocasionar efeitos indesejados em outros setores e vice-versa, havendo assim necessidade de atingir uma meta global que maximize o desempenho da empresa e não apenas o de um setor específico.

2.4 Princípios de matemática

2.4.1 Determinante de uma matriz quadrada de 3ª ordem (3x3)

De acordo com Bianchini e Paccola (1998) determinante é um único número real associado a uma matriz quadrada.

$$\text{Se } A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \text{, então:}$$

$$\det A = a_{11} * a_{22} * a_{33} + a_{12} * a_{23} * a_{31} + a_{13} * a_{21} * a_{32}$$
$$- a_{13} * a_{22} * a_{31} - a_{11} * a_{23} * a_{32} - a_{12} * a_{21} * a_{33}$$

Utilizando a regra de Sarrus (que somente se aplica para o cálculo de determinantes de 3ª ordem), tem-se:

$$\begin{array}{cccccc} & a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ & a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ & a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \\ - & - & - & + & + & + \end{array}$$

2.4.2 Equação da reta

Segundo Paiva (1995) toda reta **r** do plano cartesiano pode ser representada pela equação $ax + by + c = 0$, com $\{a, b, c\} \subset IR$, $a \neq 0$ ou $b \neq 0$, logo é denominada de "equação geral da reta".

Sejam A (x_A, y_A) e B (x_B, y_B) dois pontos distintos da reta **r**. Um ponto G (x, y) pertence a **r** se, e somente se:

$$\begin{vmatrix} X & Y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Desenvolvendo esse determinante temos um resultado igual a zero. Como os pontos A e B são distintos, tem-se que $y_A - y_B \neq 0$ ou $xB - xA \neq 0$. Fazendo:

$$\begin{aligned} y_A - y_B &= a \\ x_B - x_A &= b \\ x_A y_B - x_B y_A &= c, \end{aligned}$$

onde obtém a equação da reta **r** é: **ax + by + c = 0**, com $\{a, b, c\} \subset \mathrm{IR}$, $a \neq 0$ ou $b \neq 0$.

Sabe-se que uma reta qualquer não perpendicular ao eixo das abscissas é o número real **m**, de modo que α é o ângulo formado pela reta e o eixo positivo Ox, medindo sempre de Ox para a reta, em sentido anti-horário (Figura 1). Denomina-se coeficiente angular de uma reta **r** de inclinação α, $\alpha \neq 90º$, o número m tal que **m = tg α**. O coeficiente angular **m** significa a taxa média de crescimento ou decrescimento da reta, caso **m** seja **positivo** ou **negativo**, respectivamente.

O coeficiente angular de uma reta é dado pela seguinte fórmula e demonstrado na figura 1:

$$m = \frac{yB - yA}{xB - xA}, \text{ onde } yB > yA \text{ e } xA > xB.$$

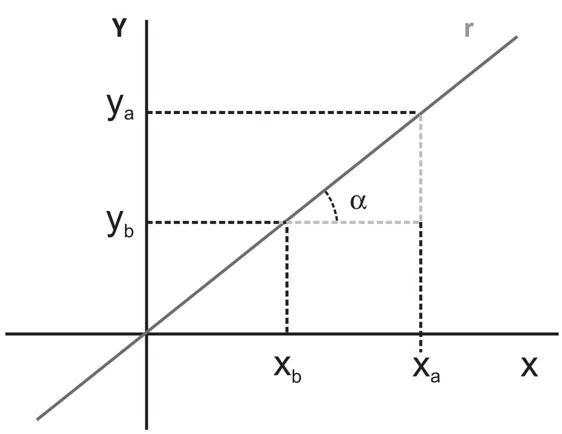


Figura 1 - Representação gráfica do coeficiente angular ou declividade da reta.

2.4.3 Sistema de equações do 1º grau.

De acordo com Castrucci (1976), um par ordenado é distinguido pelo primeiro e segundo elemento e indicado por **(x, y).** Para cada par ordenado está associado um ponto do plano cartesiano. Os números dos pares ordenados são denominados de **coordenadas** do ponto. O primeiro número de par é a **abscissa** do ponto e o segundo é a **ordenada** do ponto. Assim: (x, y), onde: "x" é o primeiro elemento (a abscissa) e "y" é o segundo elemento (ordenada).

São denominadas equações do 1º grau com duas variáveis as equações que podem ser reduzidas a uma equivalente da forma **ax + by = c** (a e b não nulos ao mesmo tempo). Sabe-se que uma equação do 1º grau com duas variáveis tem **infinitas soluções**, pois para cada valor que for atribuído para "x" pode-se calcular um valor para "y".

Uma sentença matemática aberta composta pela equação x - y = 2 e pela equação x + y = 6, pertencente a um mesmo conjunto universo, denomina-se sistema de duas equações simultâneas do 1.º grau com duas variáveis e é indicada por:

$$\begin{aligned} x - y &= 2 \\ x + y &= 6 \end{aligned}$$

Resolver esse sistema é determinar o par ordenado **(x, y)**, aplicando o método da substituição. Este método isola uma das variáveis e depois substitui na outra equação. Pode ser utilizado, também, o método da adição que soma cada um dos elementos da equação e depois substitui a variável em qualquer uma das equações do sistema.

2.4.4 Progressão aritmética (PA)

Segundo Bianchini e Paccola (1998) e Bezerra (1997), existem seqüências onde os números se sucedem obedecendo a **lei de formação de seqüência**, que permite encontrar qualquer um de seus elementos, através de sua posição.

Progressão aritmética (PA) é toda seqüência de números reais onde cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior mais uma constante, denominada de razão (r). Pela definição de PA, tem-se an = a1 + (n - 1)r, onde n é o número de termos da PA. Desse modo, verifica-se que dado os termos de uma PA, determina-se a razão r dessa PA efetuando a diferença entre um termo qualquer (a partir do segundo) e o seu termo anterior.

3 APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA NA CONTABILIDADE DE CUSTO

Se o PE pode ser determinado tanto em quantidade (volume), quanto em reais (monetário), permitindo tomada de decisões do que, quanto e quando produzir considera a seguinte situação: um agricultor planta 20 hectares de soja, onde tecnicamente poderá obter uma produção máxima de 50 sacas de 60 quilos por hectare, ou seja, 3.000 kgs por hectare. Sabe-se que o custo fixo considerado para os tratos culturais (plantio, cultivo e colheita) é de R$ 300,00 por hectare, mais R$ 5,00 por saca de soja produzida de custos variáveis, sendo esperado no momento da comercialização o valor de venda esperado é de R$ 15,00 por saca.

3.1 Sistema de equações de 1º Grau

Resolvendo por Sistema de Equações de 1.º Grau pode-se utilizar tanto o método da substituição quanto o método da adição, distinguindo o primeiro elemento e o segundo elemento e formando um par ordenado indicado por (x, y). O eixo das abscissas (eixo x) representa a quantidade a ser produzida e o eixo das ordenadas (eixo y) representa a receita total a ser obtida.

Pelo método da substituição tem-se:

$$\begin{cases} 15{,}00x = y \\ 5{,}00x + 6.000{,}00 = y \end{cases}$$

y = 15,00x

x = 600 sacas

y = $9.000,00

Pelo método da adição tem-se:

$$\begin{cases} 15{,}00x = y \\ 5{,}00x + 6.000{,}00 = y \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 15{,}00x - y = 0 \\ -5{,}00x + y = 6.000{,}00 \\ \hline 10{,}00x = 6.000{,}00 \end{array}$$

x = 600 sacas

5,00x + 6.000,00 = y

(5,00 * 600) + 6.000,00 = y

y = $9.000,00

Também se pode determinar matematicamente o PE, em unidades (quantidade) e em valor (monetário), igualando as funções Receita Total = Custo Total, ou seja, f(x) = g(x). Nesta igualdade é determinado o "x", que indica a quantidade para obter o PE.

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & g(x) \\ 15{,}00x & = & 5{,}00x + 6.000{,}00 \\ 15{,}00x - 5{,}00x & = & 6.000{,}00 \\ x & = & 600 \text{ sacas} \end{array}$$

Para determinar o valor monetário substitui o valor "x" em qualquer uma das funções f(x) ou g(x) por 600.

f(x) = 15,00x	g(x) = 5,00x + 6.000,00
f(600) = $ 9.000,00	g(600) = $ 9.000,00

3.2 Equação da reta

Na equação da RT têm-se os pontos (0, 0) como origem e (R$ 1.000, R$ 15.000,00) como final da reta e na reta dos CT tem-se os pontos (R$ 0,00, R$ 6.000,00) e (R$ 1.000, R$ 11.000,00) como origem e final da reta respectivamente. Esses pontos serão demonstrados pelo método de determinantes e pelo método da declividade da reta.

Pelo Método de Determinantes, nos pontos da reta dos CT, tem-se: xA = $ 0, yA = R$ 6.000,00, xB = R$ 1.000 e yB = R$ 11.000,00.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 6.000,00 & 1 \\ 1.000 & 11.000,00 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Resolvendo pela regra de Sarrus, tem-se:

$$\begin{array}{ccc|cc|l} x & y & 1 & x & y & \\ 0 & 6.000,00 & 1 & 0 & 6.000,00 & = 0 \Rightarrow \\ 1.000 & 11.000,00 & 1 & 1.000 & 11.000,00 & \\ & & & + & + & + \end{array}$$

A equação da reta dos CT é dada por: 5,00x - y = - 6,000,00 ou y = 5,00x + 6,000,00. Para a reta das RT, temos: x_A = R$ 0, y_A = R$ 0, xB = R$ 1.000 e y_B = R$ 15.000,00.

Substituindo e adotando a regra de Sarrus, tem-se:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1.000 & 15.000,00 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{array}{ccc|cc|l} & & & - & - & - \\ x & y & 1 & x & y & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & = 0 \Rightarrow \\ 1.000 & 15.000,00 & 1 & 1.000 & 11.000,00 & \\ & & & + & + & + \end{array}$$

A equação da reta da RT que é dada por: 15,00x - y = 0 ou y = 15,00x. Com as duas equações definidas, para encontrar o PE verifica a intersecção das retas. Sendo elas concorrentes, tem um único ponto em comum, cujas coordenadas satisfazem simultaneamente ambas equações. Para determinar o ponto de intersecção basta resolver o sistema formado pelas equações.

Resolvendo pelo Método da Declividade da Reta (ou coeficiente angular de uma reta) sabe-se que os pontos da reta dos CT são: x_A = $ 0, y_A = $ 6.000,00, x_B = $ 1.000 e y_B = $ 11.000,00. Assim, aplicando a fórmula do coeficiente angular, m = 5,00, indica que cada saca produzida tem-se um custo de R$ 5,00.

Aplicando a fórmula da equação da reta que passa por um ponto e tem o coeficiente angular, tem-se: $(y - y_a) = m\,(x - x_a)$, onde será utilizado x_B = 1.000, y_B = 11.000,00 e o coeficiente angular da reta (5,00). O resultado será y = 5x + 6.000,00

Os pontos da reta das RT são x_A = 0, y_A = 0, x_B = 1.000 e y_B = 15.000,00. Logo m = 15,00, indicando que cada saca produzida tem-se uma receita de R$ 15,00.

Substituindo os valores encontrados, utilizar-se-á x_B = 1.000, y_B = 15.000,00 e o coeficiente angular da reta (15,00), será: $(y - y_a) = m\,(x - x_a) \rightarrow y = 15{,}00x$

Obtida as duas equações cuja intersecção é o PE deve ser resolvido o sistema de equações para determiná-lo.

3.3 Progressão aritmética (PA)

Para obter o PE, pode-se, primeiramente, calcular a PA da RT determinando os pontos de $\mathbf{a_i}$**:**

$a_1 = 0$	$a_5 = 6{,}00$	$a_9 = 12{,}00$
$a_2 = 1{,}50$	$a_6 = 7{,}50$	$a_{10} = 13{,}50$
$a_3 = 3{,}00$	$a_7 = 9{,}00$	$a_{11} = 15{,}00$
$a_4 = 4{,}50$	$a_8 = 10{,}50$	

Os pontos acima representam o total de receita conforme a produção obtida. A razão **r** é determinada pela diferença entre um termo qualquer (a partir do segundo) e o seu termo anterior, assim r = 1,50.

PA da RT, onde a_1 = 0 e r = 1,50.

$$a_n = a1 + (n - 1)\,r$$

$$a_7 = 9{,}00$$

Em seguida calcula a PA do CT, determinando os pontos de b_i:

$b_1 = 6{,}00$	$b_5 = 8{,}00$	$b_9 = 10{,}00$
$b_2 = 6{,}50$	$b_6 = 8{,}50$	$b_{10} = 10{,}50$
$b_3 = 7{,}00$	$b_7 = 9{,}00$	$b_{11} = 11{,}00$
$b_4 = 7{,}50$	$b_8 = 9{,}50$	

Os pontos b_i representam o CT, conforme a produção obtida, que também formam uma PA, com razão **r** = 0,50

PA do CT, onde $b_1 = 6{,}00$ e $r = 0{,}50$.

$b_n = b_1 + (n-1)\,r$

$b_7 = 9{,}00$

Para encontrar o PE iguala-se a RT (a_n) com o CT (b_n), a saber:

P.A. da RT $\Longrightarrow a_n = a_1 + (n-1)\,r$

P.A. do CT $\Longrightarrow b_n = b_1 + (n-1)\,r$, portanto:

$a_n = b_n$

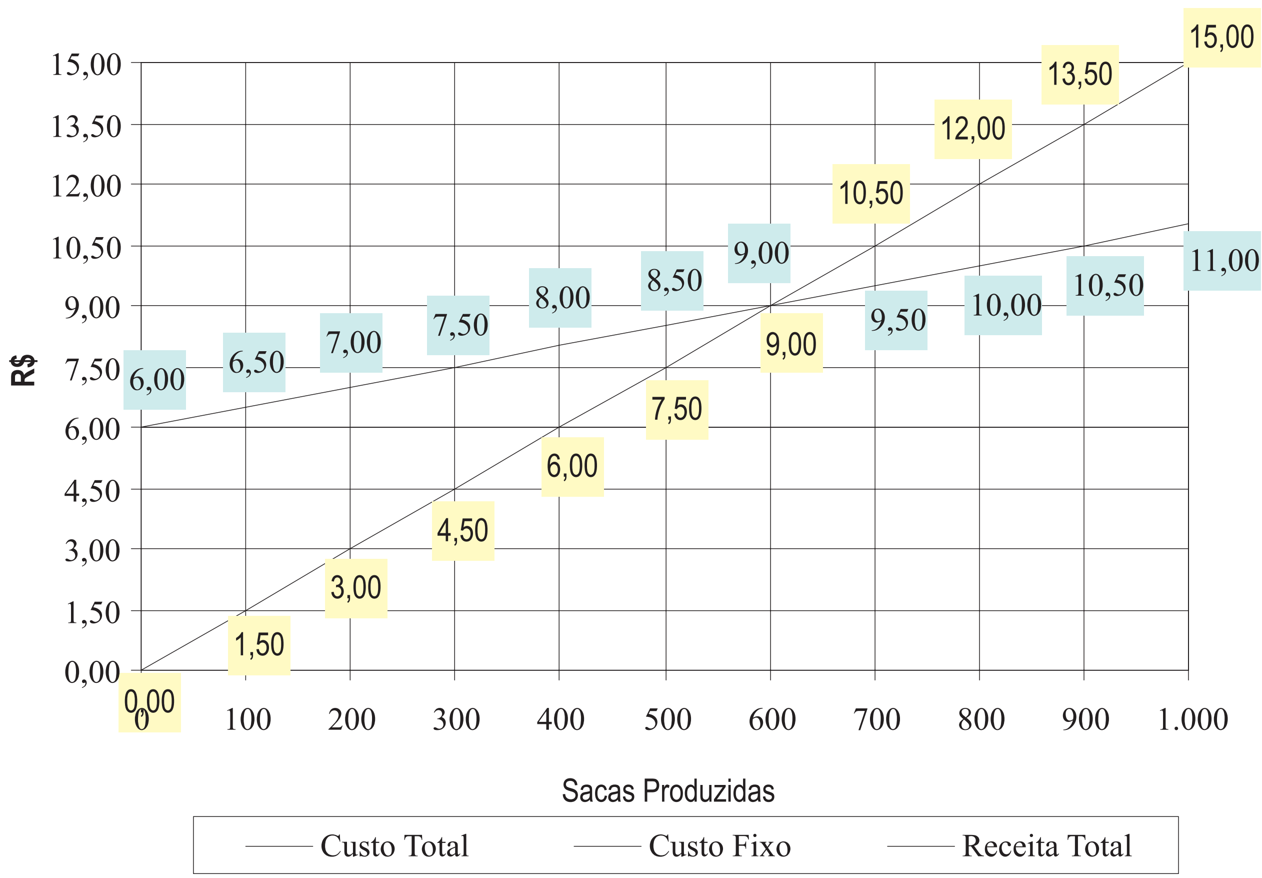
Substituindo os valores encontra-se:

$a1 + (n-1)\,r = b1 + (n-1)\,r$

$0 + (n-1) * 1{,}50 = 6{,}00 + (n-1) * 0{,}50$

$n = 7$

Desse modo, o PE encontra-se no 7º termo, ou seja, PE = a_7 ou b_7, onde pode-se utilizar qualquer uma das duas PA para encontrar o valor de a_7 (gráfico 1).



Valores expressos em R$ 1.000,00.

Gráfico 1 - Progressão Aritmética da Receita e do Custo Total

3.4 Otimização

Considere que um fabricante deseja maximizar a receita bruta de sua fábrica. A tabela 1 mostra as composições das ligas fabricadas, seus respectivos preços e as quantidades de matérias primas disponíveis.

Tabela 1 - Tipos de Liga

Itens / Atividades	Liga tipo A	Liga Tipo B	Matéria prima disponível
Cobre	2	1	16
Zinco	1	2	11
Chumbo	1	3	15
Preço de Venda	R$ 30,00	R$ 50,00	-

Deve, primeiramente, identificar quais são as variáveis que influenciam nas tomadas de decisão para a obtenção do resultado final. Neste caso, as variáveis de decisão são os tipos de ligas produzidas visando a maximização do lucro, a saber:

x_1 a quantidade de liga A a ser produzida.
x_2 a quantidade de liga B a ser produzida.

O objetivo principal do problema apresentado é maximizar a RT que será denominada de Z. Portanto: Max $Z = 30{,}00x_1 + 50{,}00x_2$.

Restrições das quantidades de matérias primas disponíveis:

$2x_1 + x_2 \leq 16$, para o cobre

$x_1 + 2x_2 \leq 11$, para o zinco

$x_1 + 3x_2 \leq 15$, para o chumbo

$x_1 \geq 1$; $x_2 \geq 1$, por tratar-se de quantidade de ligas a ser produzidas, deve-se ter apenas números inteiros.

Com a representação gráfica das retas de restrição identifica a região onde as possíveis soluções para o problema poderão se encontrar, denominada de região viável. Assim qualquer ponto na região viável satisfaz as condições (gráfico 2).

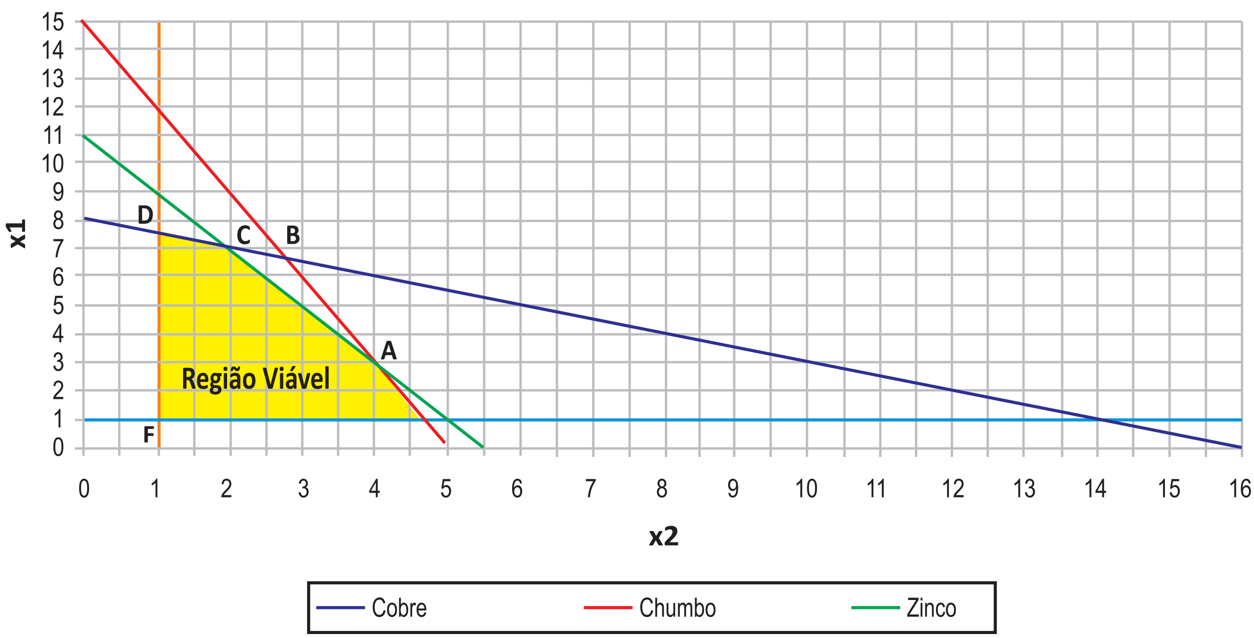


Gráfico 2 - Programação Linear através das restrições

Assim tem-se que:

Cobre $\Longrightarrow 2x_1 + x_2 = 16$;
Chumbo $\Longrightarrow x_1 + 3x_2 = 15$;
Zinco $\Longrightarrow x_1 + 2x_2 = 11$.

De acordo com Chiang (2006), os prováveis pontos ótimos (solução ótima), se encontram em um dos vértices da região formada pelas intersecções das retas. Ao resolver pelos sistemas de equações determinam-se os valores dos respectivos pontos.

Ponto A

$x_1 + 3x_2 = 15$

$x_1 + 2x_2 = 11$ (multiplicado por –1)

$x_2 = 4$

$x_1 + 3x_2 = 15$

$x_1 = 3$

A (3, 4)

Ponto B

$2x_1 + x_2 = 16$

$x_1 + 3x_2 = 15$ (multiplicado por –2)

$x_2 = 2,9$

$x_1 + 3x_2 = 15$

$x_1 = 6,3$

B (6,3, 2,9)

Ponto C

$2x_1 + x_2 = 16$

$x_1 + 2x_2 = 11$ (multiplicado por –2)

$x_2 = 2$

$2x_1 + x_2 = 16$

$2x_1 + 2 = 16$

$x_1 = 7$

C (7, 2)

Ponto D

$2x_1 + x_2 = 16$

$x_2 = 1$

$x_1 = 7,5$

D (7,5, 0)

Ponto E

$x_1 = 1$

$x_1 + 3x_2 = 15$

$1 + 3x_2 = 15$

$x_2 = 4,66$

E (0 , 4,66)

Ponto F

$x_1 = 1$

$x_2 = 1$

F (1, 1)

Considerando que a fabricação de ligas não admite fração, logo os vértices devem ser números inteiros, aproximando para o menor número inteiro mais próximo (tabela 2).

Tabela 2 - Vértices dos pontos ótimos

Ponto	Vértices Encontrados	Vértices Ajustados
A	(3 , 4)	(3 , 4)
B	(6,3 , 2,9)	(6 , 2)
C	(7 , 2)	(7 , 2)
D	(7,5 , 1)	(7 , 1)
E	(0 , 4,66)	(0 , 4)
F	(1 , 1)	(1 , 1)

Verifica-se que substituindo os vértices na equação a ser otimizada, tem-se:

Tabela 3 - Max Z = 30,00x_1 + 50,00x_2:

Ponto	**x_1**	**x_2**	**Z = 30,00x_1 + 50,00x_2**
A	3	4	Z = 30,00 * 3 + 50,00 * 4 = 290,00
B	6	2	Z = 30,00 * 6 + 50,00 * 2 = 280,00
C	7	2	Z = 30,00 * 7 + 50,00 * 2 = 310,00
D	7	1	Z = 30,00 * 7 + 50,00 * 1 = 260,00
E	0	4	Z = 30,00 * 0 + 50,00 * 4 = 200,00
F	1	1	Z = 30,00 * 1 + 50,00 * 1 = 80,00

Apesar dos diversos pontos na região viável, apenas um satisfaz plenamente as condições requeridas (solução ótima). O ponto C é onde se obtém a maior RT possível (R$ 310,00). Assim, x_1 = 7 e x_2 = 2, onde são fabricadas 7 unidades da liga tipo "A" e 2 unidades da liga tipo "B". Desse modo, observa que um dos fatores mais importantes da programação linear é a possibilidade de simular os experimentos e comparar os resultados. Como exemplo, utilizar-se-á os pontos externos e internos a região viável (tabela 4).

Através da simulação identifica-se a existência de várias soluções para o problema de otimização apresentado, mas que somente uma satisfaz plenamente a condição exigida (item 06). Verifica-se que todos os vértices localizados fora da região viável sofrem uma ou mais restrições (itens de 01 a 05) e que os vértices localizados na região viável apresentam soluções (itens de 07 a 11).

Tabela 4 - Simulação de experimentos para a otimização

N.º	Ligas Fabricadas Em unidades		Cobre Matéria prima ≤16			Zinco Matéria prima ≤11			Chumbo Matéria prima ≤15			Receita Bruta (R$)
	X_1	X_2	"A"	"B"	Total	"A"	"B"	Total	"A"	"B"	Total	Total
01	8	5	16	5	21	8	10	18	8	15	23	Sofre restrição
02	8	4	16	4	20	8	8	16	8	12	20	Sofre restrição
03	7	4	14	4	18	7	8	15	7	12	19	Sofre restrição
04	7	3	14	3	17	7	6	13	7	9	16	Sofre restrição
05	6	5	12	5	17	6	10	16	6	15	21	Sofre restrição
06	7	2	14	2	16	7	4	11	7	6	13	R$ 310,00
07	7	1	14	1	15	7	2	9	7	3	10	R$ 280,00
08	7	0	14	0	14	7	0	7	7	0	7	R$ 210,00
09	8	0	8	0	8	8	0	8	8	0	8	R$ 240,00
10	6	2	12	2	14	6	4	10	6	6	12	R$ 280,00
11	4	2	8	2	10	4	4	8	4	6	10	R$ 220,00

Com isso, verifica que a solução ótima é o ponto onde satisfaz plenamente as condições estabelecidas, contornando as restrições existentes e proporcionando melhor aproveitamento dos recursos físicos e monetários disponíveis.

É importante ressaltar que só é possível obter uma solução única para o problema de programação linear, se o número de equações for igual ao de variáveis, caso contrário, pode-se ter um sistema super-determinado (existem equações demais) ou um sistema sub-determinado (faltam equações) e qualquer ponto da reta satisfaz o sistema. Caso isto ocorra deve utilizar outras técnicas, como o método Simplex, Multiplicadores de Lagrange e outros, que não constituem nosso objetivo e necessitam de estudos aprofundados.

As restrições em unidades que as matérias primas (cobre, zinco e chumbo) sofrem e que delimitam a quantidade máxima que pode ser produzida podem ser representadas, também, através de intervalos numéricos. A tabela 5 mostra a quantidade de matéria prima que a produção de cada liga absorve.

Tabela 5 - Quantidades disponíveis

Matéria prima	Liga tipo "A"	Liga tipo "B"	Quantidade disponível
Cobre	8	16	16
Zinco	11	5,5	11
Chumbo	15	5	15

A partir do conjunto de dados, denomina-se o cobre de Conjunto A, o zinco de Conjunto B e o chumbo de Conjunto C. Assim tem-se para a fabricação da liga tipo "A":

$A = \{ x \text{ E } IR / 1 \leq x \leq 8 \}$

$B = \{ x \text{ E } IR / 1 \leq x \leq 11 \}$

$C = \{ x \text{ E } IR / 1 \leq x \leq 15 \}$

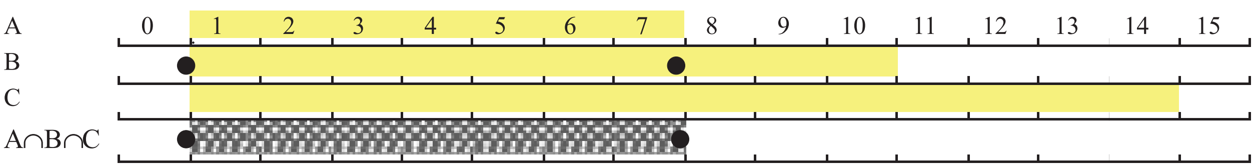


Figura 2 - Restrição de matéria-prima da liga tipo "A"

Para a fabricação da liga tipo "B":

$A = \{ x \text{ E } IR / 1 \leq x \leq 16 \}$

$B = \{ x \text{ E } IR / 1 \leq x \leq 5{,}5 \}$

$C = \{ x \text{ E } IR / 1 \leq x \leq 5 \}$

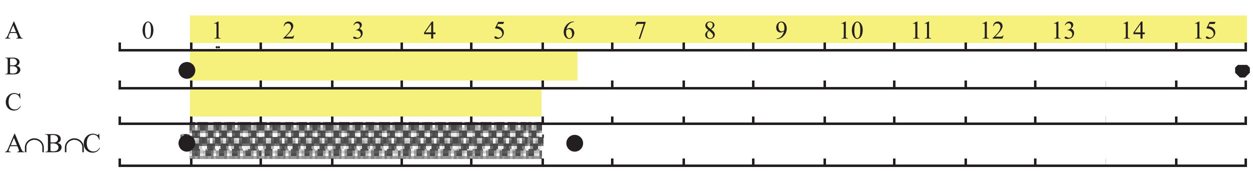


Figura 3 - Restrição de matéria-prima da liga tipo "B"

Outro exemplo é de uma empresa que produz duas linhas de produtos A e B, com uma planta industrial que contém três departamentos de produção: corte, mistura e embalagem. O equipamento em cada departamento pode ser operado 8 horas por dia, determinando a capacidade diária de cada departamento. O processo de produção é descrito da seguinte maneira: a) o produto A é primeiro cortado e depois embalado. Cada tonelada desse produto consome $^1/_2$ hora da capacidade de corte e $^1/_3$ hora da capacidade de embalagem e, b) o produto B é primeiro misturado e depois embalado e cada tonelada deste produto consome 1 hora da capacidade de mistura e $^2/_3$ hora da capacidade de embalagem. Os produtos A e B geram, respectivamente, R$ 20,00 e R$ 25,00 de receitas líquidas. Qual o melhor nível de produção que a empresa deve implantar para maximizar o lucro?

Denomina-se o lucro de Z, o produto A de x_1 e o produto B de x_2, portanto: Max Z = 20,00x_1 + 25,00x_2, sujeito as seguintes restrições:

$$
\begin{array}{llcll}
^1/_2 x_1 & & \leq & 8 & \text{[Restrição do corte]} \\
 & x_2 & \leq & 8 & \text{[Restrição de mistura]} \\
^1/_3 x_1 & +2x_2 & \leq & 8 & \text{[Restrição de embalagem]} \\
x_1 & , x_2 & \geq & 0 &
\end{array}
$$

A tabela 6 e o gráfico 3 apresentam, respectivamente, o tempo necessário para produzir os produtos A e B e a programação linear para os mesmos.

Tabela 6 - Horas necessárias de produção por tonelada

	Produto A	Produto B	Capacidade
Corte	½	0	8
Mistura	0	1	8
Embalagem	$^1/_3$	$^2/_3$	8
Lucro	R$ 20,00	R$ 25,00	

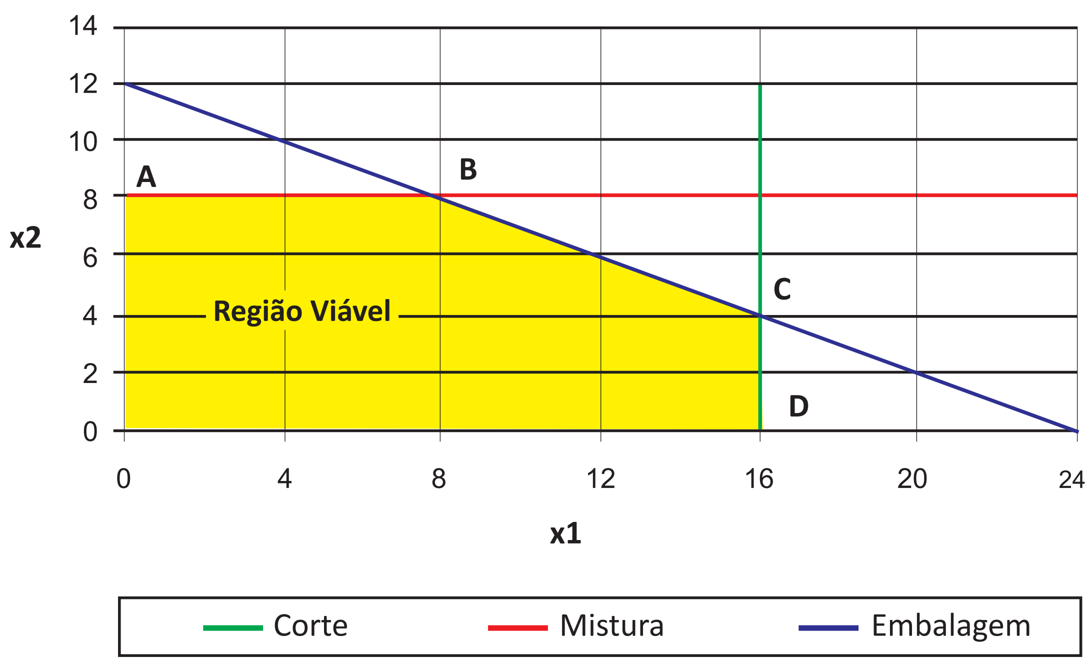


Gráfico 3 - Programação Linear para os produtos A e B

Assim tem-se: Corte $\Rightarrow x_1 = 16$;
Mistura $\Rightarrow x_2 = 8$;
Embalagem $\Rightarrow x_1 + 2x_2 = 24$.

Se a solução ótima encontra-se em um dos vértices da região viável, formado pela intersecção das retas, resolvendo-os pelos sistemas de equações, determina-se os valores dos respectivos pontos.

Ponto A

$x_1 = 0$

$x_2 = 8$

A (0 , 8)

Ponto D

$x_1 = 16$

$x_2 = 0$

D (16, 0)

Ponto B

$x_2 = 8$

$x_1 + 2x_2 = 24$

$x_1 = 8$

C (8, 8)

Ponto C

$x_1 = 16$

$x_1 + 2x_2 = 24$

$x_2 = 4$

C (16, 4)

Substituindo os pontos na equação a ser otimizada, tem-se que a solução ótima, demonstrado tabela 7.

Tabela 7 - Max $Z = 20{,}00x_1 + 25{,}00x_2$

Ponto	x_1	x_2	$Z = 20{,}00x_1 + 25{,}00x_2$
A	0	8	Z = 20,00 * 0 + 25,00 * 8 = 200,00
B	8	8	Z = 20,00 * 8 + 25,00 * 8 = 360,00
C	16	4	Z = 20,00 * 16 + 25,00 * 4 = 420,00
D	16	0	Z = 20,00 * 16 + 25,00 * 0 = 300,00

No ponto C (16, 4) a empresa deve fabricar 16 unidades do produto A e 4 unidades do produto B, gerando lucro de R$ 420,00.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O fato de no processo de ensino da matemática e da contabilidade de custos não ocorrer, por parte dos professores, a demonstração que estas áreas de conhecimento são complementares acaba induzindo os discentes à conclusão de que não há interdisciplinaridade entre elas. Este artigo, através do ponto de equilíbrio e da otimização, possibilitou a aplicação de diversos conteúdos matemáticos, tais como: funções, sistemas de equações, progressão aritmética, geometria para a obtenção destes.

Os discentes, também, em sua maioria, tendem a acreditar que a matemática é uma disciplina de difícil compreensão e aplicação, que exige muita capacidade de raciocínio. Se no processo de ensino for demonstrada a aplicação da matemática em sua área de formação, custos neste caso, esta percepção pode ser desmistificada e contribuir para o aprendizado em ambas as áreas de conhecimento.

Neste trabalho demonstrou-se que é possível relacionar o conteúdo de contabilidade de custos a alguns princípios da matemática, onde o professor deve assumir o papel de facilitador e possibilitar uma visão ampla dos campos de aplicação dos conceitos ensinados aos discentes, proporcionando, desta forma, melhor aprendizagem, aumento da capacidade de raciocínio e conhecimento teórico-prático.

Assim, a aplicação de princípios e conceitos da matemática à área contábil, e vice-versa, pode proporcionar maiores e melhores entendimentos de situações do cotidiano pessoal ou organizacional, proporcionando mais significado ao aprendizado de áreas que, eventualmente, possam parecer sem aplicabilidade no momento em que são trabalhados em sala de aula. Neste sentido, o desafio aos docentes é procurar ser criativos na aplicação dos conceitos e conteúdos a serem ministrados. Promover a interação de áreas afins e até de áreas que possam parecer sem afinidade, mas que pelo esforço e criação de novos insights no cotidiano acadêmico, poderá gerar maior interesse por parte dos discentes e oportunizar aulas mais dinâmicas e enriquecedoras.

REFERÊNCIAS

ALVES, Railda. F.; BRASILEIRO, Maria do Carmo E.; BRITO, Suerde M. de O. Interdisciplinaridade: um conceito em construção. **Episteme**. Porto Alegre: n. 19. p. 139-148, jul.-dez./2004.

ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. **Introdução à pesquisa operacional**: métodos e modelos para análise de decisão. Rio de Janeiro: LTC, 1998.

BALZAN, Newton César. Prefácio. In: Maria da Glória Pimentel. **O Professor em construção**. 2. ed. São Paulo: Papirus, 1994.

BEZERRA, Manoel Jairo. **Matemática.** 4ª ed. São Paulo: Editora Scipione, 1997.

BIANCHINI, Edwaldo e PACCOLA, Herval. **Curso de matemática**. 2ª ed. São Paulo: Editora Moderna Ltda, 1998.

BORNIA, Antonio C. **Análise gerencial de custos**. Porto Alegre: Bookman, 2002.

BRONSON, Richard. **Pesquisa operacional.** São Paulo: Editora McGraw-Hill do Brasil, 1985.

BRUNI, Adriano L.; FAMÁ, Rubens. **Gestão de custos e formação de preços**. São Paulo: Atlas, 2004.

CARDOSO, Fernanda Serpa; THIENGO, Angela Maura de Almeida; GONÇALVES, Maria Helena Dias; SILVA, Nilza Ribeiro da; NÓBREGA, Ana Lúcia; RODRIGUES, Carlos Rangel; CASTRO, Helena Carla. Interdisciplinaridade: fatos a considerar. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e tecnologia**. v. 1, n. 1, p. 23-37, jan.-abr./2008.

CASTRUCCI, Benedito. **Matemática**: estudo e ensino. São Paulo: F.T.D., 1976.

CHIANG, Alpha. **Matemática para economistas**. 4 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

DEMO, Pedro. **Conhecimento moderno**: sobre ética e intervenção do conhecimento. Petrópolis: Vozes, 1998.

EHRLICH, Pierre J. **Pesquisa operacional**: curso introdutório. 5ª ed. São Paulo: Atlas, 1985.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Práticas interdisciplinares na escola**. 9. Ed. São Paulo: Cortez, 2002.

GARCIA, L. A. M. Transversalidade. **Presença pedagógica.** V. 8, n. 45, pp. 82-84, 2002.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

HAMEL, J. Réflexions sur l'interdisciplinarité à partir de Doucault, Serres et Granger. **Revue Européenne des Sciences Sociales**. Tome XXXIII, n. 100. France: 1995.

HOJI, Masakazu. **Administração financeira**. São Paulo: Atlas, 2000.

JAPIASSÚ, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

JAPIASSÚ, Hilton. **A crise da razão e do saber objetivo**: as ondas do irracional. São Paulo: Letras & Letras, 1996.

KOCHE, José Carlos. **Fundamentos de metodologia científica**: teoria da ciência e prática da pesquisa. 14. ed. Petrópolis. Rio de Janeiro: Vozes, 1997.

LEIS, Hector Ricardo. Sobre o conceito de interdisciplinaridade. **Cadernos de Pesquisa Interdisciplinar em Ciências Humanas**. Florianópolis. n. 73. Ago./2005.

LENOIR, Yves.; HASNI, Abdelkrim. La interdisciplinaridad: por un matrimonio abierto de la razón, de la mano y del corazón. **Revista Ibero-Americana de Educación**, n. 35, 2004. Disponível em < http://www.rieoei.org/rie35a09.pdf>. Acesso em 08/abr./2008.

MARTINS, Gilberto de Andrade; THEÓPHILO, Carlos Renato. **Metodologia da investigação científica para ciências sociais aplicadas.** São Paulo: Atlas, 2007.

MORIN, Edgar. Le vie della complessità. In: BOCCHI G., CERUTI M.. **La sfida della complessità**. Milano: Feltrinelli, 1985, p. 49-60.

PAIVA, Manoel Rodrigues. **Matemática**. 1ª ed. São Paulo: Editora Moderna, 1995.

PIDD, Michael. **Modelagem empresarial:** uma ferramenta para a tomada de decisão. Porto Alegre: Bookman, 1998.

SILVA, Ermes de Medeiros; et al. **Pesquisa operacional:** para os cursos de economia administração, ciências contábeis. São Paulo: Atlas, 1998.

Endereço dos autores:

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais
Rua Tiradentes, 35/307 - Bairro Independência
Porto Alegre/RS
90560-030

Faculdade de Três de Maio (SETREM)
Departamento de Administração
Rua Avaí, 992
Três de Maio/RS
98910-000