

---

**DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS, DESLOCAMENTOS E TENSÕES DE CONTATO DE UM EDIFÍCIO ALTO EM RADIER CONSIDERANDO A INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA*****DISTRIBUTION OF STRESS, DISPLACEMENTS AND BEARING STRESS OF A HIGH-RISE BUILDING WITH RAFT FOUNDATION CONSIDERING THE SOIL-STRUCTURE INTERACTION***

*Henrique Cesar Campagnolo Gimenes  
Jeselay Hemetério Cordeiro dos Reis  
Rafael Alves de Souza*

**Resumo:** Dentre as soluções de fundações utilizadas em edifícios altos os radiers têm seu uso recorrente. A tensão de contato, deslocamento elástico e a carga vertical são fatores importantes a serem conhecidos, bem como as suas relações com a tipologia do elemento de fundação, maciço de solos e a superestrutura do edifício, tornando toda essa dinâmica complexa. A complexidade dessa interação vem das muitas variáveis envolvidas no conjunto edifício, fundação e maciço de solos. Nesse contexto, o presente artigo tem como objetivo apresentar a análise desses três fatores e suas variações de comportamento conforme a mudança da tipologia de radier, geometria, posição e formato dos pilares de um edifício alto. Para tanto, foi desenvolvido um estudo de caso com o auxílio do software SAP2000, onde o solo foi concebido às luzes do modelo de Winkler, regido pela literatura consagrada da área e a ABNT NBR 6122 (2019), um modelo de um edifício alto com radier como solução de fundação. Por fim ficou evidenciado que a tensão de contato, deslocamento elástico e a carga vertical são influenciados em grande parte pela rigidez da fundação e essa propriedade é determinante no conjunto, podendo até resultar em redistribuição de esforços dos pilares.

**Palavras-chaves:** Edifícios Altos, Radier, Tensão, Rigidez e Redistribuição de Esforços.

**Abstract:** *Among the foundation solutions used on high-rise buildings, raft foundations has been used recurrently. The bearing stress, elastic displacements and vertical load are important factors to be known, as well the relations with the typology of the foundation element, soil mass and the building super structure, making all of these dynamics well complex. This complexity interaction comes from the plenty variables involved in the group of the building structure, the foundations and soil mass. On this context, the present article has the objective to present the analysis of these three factors and their behavior variances in according to the typologies changes of the raft foundation, geometry, position and column shape of high-rise building. Therefore, has been developed a study case with the aid of the software SAP2000, where de soil was designed by the light of the Winkler's model, guided by the consecrated literature of the area and the Brazilian foundation standard (ABNT NBR 6122 (2019)), an structure model of a high-rise building with a raft foundation as solution. By the end, it was evidenced that the bearing stress, the elastic displacement and the vertical load are driven largely by the foundation hardness and this property is decisive and it may even result on column stress redistribution.*

**Keywords:** *High-Rise Building, Raft Foundation, Stress, Hardness and Stress Redistribution.*

## 1 Introdução

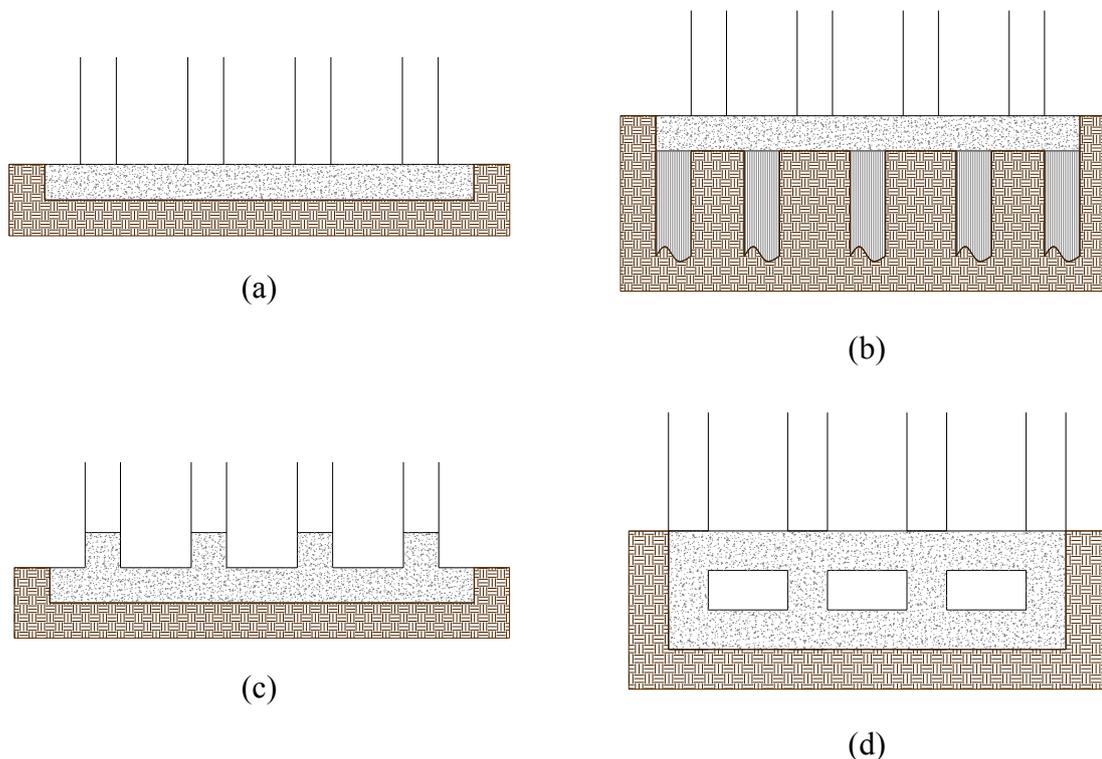
Na engenharia de estruturas, os edifícios altos geralmente são considerados como pórticos espaciais, formados por: vigas, lajes e pilares apoiados sobre elementos de fundação. Os elementos de fundações se constituem em peças estruturais com o objetivo de transferir os esforços para o maciço de solos.

As fundações são divididas em diretas e indiretas, onde as fundações diretas transferem os esforços da estrutura pelo contato direto da base com o maciço de solo, podendo ser classificadas em diretas profundas e diretas superficiais ou rasas. As fundações diretas rasas são aquelas cuja profundidade de assentamento é inferior a duas vezes a menor dimensão da fundação e também não mobilizam o atrito lateral, devido a forma da sua cunha de ruptura, que contorna e isola o elemento de fundação longe da sua superfície, isolando o mecanismo de atrito lateral resistente.

Quando a projeção da área da base ocupa mais de 70% da projeção da obra, geralmente são utilizadas fundações rasas do tipo radier (ABNT NBR 6122, 2019). O ACI R10 (2019) define o radier como uma laje sobre o solo, cuja principal função é suportar as cargas aplicadas da superestrutura através da tensão admissível de contato do solo.

Segundo Souza (2017), a classificação dos radies, conforme a sua tipologia pode ser dividida em: radier liso, com capitel, nervurado em caixão e estaqueado, entre outras tipologias aqui não abordadas. A Figura 1 mostra algumas tipologias de radier, onde se observa o radier liso (Figura 1a), o radier liso estaqueado (Figura 1b), o radier nervurado (Figura 1c) e o radier em caixão (Figura 1d), respectivamente. Em muitos países, os radies têm sido utilizados como solução de fundações para edifícios altos, sendo empregado tanto em maciços de solos arenosos quanto em maciço de solos argilosos (YAMASHITA *et al.*, 2011; KATZENBACH *et al.*, 2000; POULOS, 2016).

A análise de estabilidade e o dimensionamento de radier pode ser realizada usando diversas técnicas analíticas ou numéricas. Muitos desses autores utilizam a técnica de elementos finitos de barras apoiados sobre meio de Winkler e a partir dessa análise realizam estudos paramétricos a fim de se obter a altura do radier, geometria da seção, módulo de elasticidade e o  $f_{ck}$ , os quais são as variáveis que mais influenciam nas distribuições tensões internas e pressões de contato com o solo (TABSH E EL-EMAN, 2014; TABSH *et al.* 2020).



**Figura 1.** Tipologias de radier – Adaptada de Souza (2017)

Os principais parâmetros que afetam a resposta estrutural do elemento, são a espessura do radier, espaçamento entre os pilares, módulo de elasticidade do solo, módulo de elasticidade do concreto, tipologia das cargas, geometria e tipologia da superestrutura, (TABSH E EL-EMAN, 2014; TABSH et al. 2020 e SERT E KILIÇ, 2016). Esta última acaba por comandar os deslocamentos da fundação e esforços internos do elemento de fundação (SERT E KILIÇ, 2016).

No cenário atual de projeto de edifícios altos o aumento do pé-direito dos edifícios, a diminuição da quantidade de pilares, o aumento dos vãos das lajes e vigas, proporcionados pela tecnologia do concreto protendido e a necessidade de grandes escavações de subsolo, faz do radier uma solução de fundação viável em edifícios altos. É visível que a diminuição do número de pilares acarreta no aumento vertiginoso das cargas para a fundação, fazendo com que os blocos de fundação tenham muitas estacas para suprir esse fluxo de carga e acabam vindo a se sobrepôr, ocupando maior parte do terreno. É notório também que para estabilidade global do edifício seja atendida, além das estruturas aporticadas, faz-se necessário a utilização de núcleos rígidos e pilares-paredes, sendo mais corriqueiro a presença de seções complexas de elementos de pilar nascendo das fundações de edifícios altos.

Entretanto, apesar do uso do radier como solução de fundação ser largamente difundido no mundo, no que se refere a edifícios altos, e de uma grande demanda de pesquisas

no estado da arte sobre o assunto, ainda existem vários pontos para serem tratados com relação ao uso do radier como fundação. A distribuição dos esforços, os deslocamentos e a tensão de contato transferida ao maciço de solos, são algumas das grandezas que variam conforme a tipologia, arranjo geométrico e rigidez desse elemento de fundação, e tal tema é pouco explorado no cenário atual das empresas de fundações, engenheiros de estruturas/geotécnicos, como também no estado da arte.

O objetivo desse trabalho é mostrar os resultados de tensão de contato, deslocamentos elásticos e carga vertical nas fundações em radier submetidas a cargas altas considerando a interação solo-estrutura (ISE), e conseqüentemente, a rigidez do elemento de fundação e a rigidez do maciço de solos.

Dessa forma fez-se a simulação de um edifício alto hipotético de 35 pavimentos, totalizando 106,4 m metros de altura com fundações em radiers. Faz-se a análise de três tipos básicos de radier, de modo a avaliar sua eficiência na distribuição de esforços. Não entrará no mérito da discussão desse escrito a estabilidade global da solução de fundação, especificamente a estabilidade quanto ao tombamento e deslizamento e também o dimensionamento de estrutural dessas soluções.

## **2 Recalques**

Para Velloso e Lopes (2011) os recalques de uma fundação são divididos em imediatos e no tempo, que juntos compõem o recalque total.

O recalque imediato é aquele que ocorre logo na atuação das primeiras solicitações e o recalque no tempo ocorre principalmente devido ao adensamento do maciço de solos, fluência do concreto e fenômenos viscosos. Ainda os mesmos autores recomendam o ensaio laboratorial triaxial para melhor compreensão do fenômeno, em vista das várias tipologias de cargas e outros tipos de solos.

O controle dos recalques também tem importância fundamental na performance dos radiers, segundo Velloso e Lopes (2011), os métodos de previsão de recalque são divididos em racionais, empíricos e semi-empíricos. Os racionais são tidos como método de cálculo direto, baseados na mecânica clássica com a Teoria da Elasticidade ou métodos de cálculo analíticos computacionais como o Método das Diferenças Finitas, Método dos Elementos Finitos e Método dos Elementos de Contorno. O Método dos Elementos Finitos, MEF, é largamente utilizado em softwares comerciais de análise, dimensionamento e detalhamento.

Para Dalla Rosa e Thomé (2004) os ensaios de placa são de grande utilidade para obtenção dos parâmetros de deformação, resistência e reação, parâmetros esses que são vitais

para o cálculo e previsão de recalques utilizando formulações consagradas ou carregando modelos de cálculos diretos em softwares de análise.

Mesmo com esses valores em mãos é necessário realizar outros ensaios laboratoriais, afim de conseguir mais parâmetros para um melhor entendimento e modelagem do solo em questão. Uma outra alternativa para a obtenção do coeficiente de reação vertical é correlacionando-o com propriedades elásticas do maciço de solos, tendo em vista alguns fatores como geometria, dimensões e rigidez do elemento de fundação.

Perloof (1975) apresentou um modelo analítico para o cálculo desse coeficiente, conforme a Equação 1, onde  $E_s$  é o módulo de elasticidade do solo,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson do solo,  $I_w$  fator de influência da forma e rigidez da sapata e  $B$  menor dimensão da sapata.

$$k_s^v = \frac{E_s}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{I_w} \cdot \frac{1}{B} \quad (1)$$

O módulo de elasticidade do solo é uma grandeza muito variável e complexa para determinação, recomenda-se que seja determinada via ensaios laboratoriais como o ensaio triaxial ou ensaios em campo como a penetração estática (CPT) ou dinâmica (SPT). Para Teixeira e Godoy (1996) a determinação do módulo de elasticidade pode ser feita utilizando das Equações (2), (3) e (4).

$$E_s = 3 \cdot K_{spt} \cdot N_{spt} - \text{solos arenosos} \quad (2)$$

$$E_s = 5 \cdot K_{spt} \cdot N_{spt} - \text{solos siltoso} \quad (3)$$

$$E_s = 7 \cdot K_{spt} \cdot N_{spt} - \text{solos argiloso} \quad (4)$$

Para a determinação do produto ( $K_{spt} \cdot N_{spt}$ ), utiliza-se o ensaio de SPT versado na ABNT NBR 6484 (2020) para o valor  $N_{spt}$ . Já para os valores de  $K_{spt}$  utiliza-se os dados mostrados na Tabela 1.

**Tabela 1** - Valores de  $K_{spt}$  de acordo com Teixeira e Godoy (1996).

Tipo do Solo	$K_{spt}$
Areia	0,90
Areia siltosa	0,70
Areia argilosa	0,50

Silte arenoso	0,45
Silte	0,35
Argila arenosa	0,30
Silte argiloso	0,25
Argila siltosa	0,20

Fonte: Adaptado Teixeira e Godoy (1996)

O fator  $I_w$  depende da rigidez da placa, podem ser utilizado como 0,95 para placa flexível ou 0,82 para placa rígida (SOUZA e REIS, 2008). Outro fator importante para ser observado é o coeficiente de Poisson, que geralmente é considerado como tendo um valor médio de 0,3 de modo geral, podendo ser empregado 0,25 para areias ou 0,4 para argilas saturadas (TENG, 1962).

Para obtenção do coeficiente de reação horizontal é possível utilizar a correção encontrada em Teng (1962) que é mostrada na Equação (5):

$$k_h = v \cdot k_v \quad (5)$$

### 3 Interação solo-estrutura (ISE)

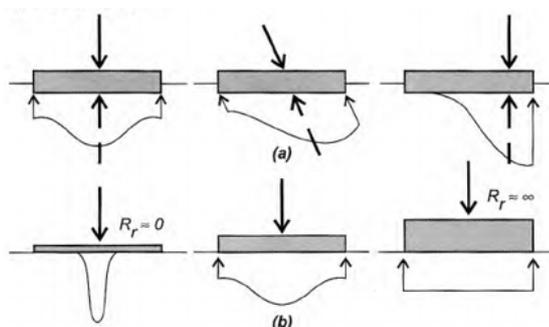
Segundo a norma ABNT NBR 6122 (2019) a definição de interação solo-estrutura, é o processo de análise estrutural que considera conjuntamente as deformabilidades das fundações e da superestrutura.

A popularização do computador fez com que os métodos numéricos ficassem mais presentes e habituais no cálculo estrutural. Dessa forma a hipótese mais simplista, do solo ser um elemento rígido ou indeslocável, foi se tornando obsoleta, sendo substituída por métodos numéricos mais sofisticados, tais como o Método das Diferenças Finitas (MDF) e o Método dos Elementos Finitos (MEF) (SOUZA e REIS, 2008).

A interação-solo estrutura é constituída por uma série de molas independentes, com o comportamento elástico linear, onde a rigidez dessa mola representasse a rigidez do solo, sendo essa uma constante de proporcionalidade entre a pressão aplicada e o deslocamento do solo (WINKLER (1867) *apud* SANTOS (2008)). Um segundo modelo é do Meio Contínuo, sendo influenciado pela teoria da elasticidade e o de deformações laterais com coeficiente de Poisson (TENG, 1962; VELLOSO e LOPEZ, 2011).

Velloso e Lopes (2011) destacam que a ISE fornece os deslocamentos reais da fundação, bem como da estrutura, que se estiver incluída na análise, acaba por influenciar diretamente nos esforços internos desta. Tais esforços são influenciados pelas características das cargas aplicadas, rigidez relativa fundação-solo, propriedades do solo e intensidades das cargas.

A tipologia das cargas influi na distribuição de tensões, visto que cargas pontuais têm mais concentração de tensões, como mostra a Figura 2. No que diz respeito à rigidez relativa fundação-solo, Velloso e Lopes (2011) discorrem que quanto maior for a rigidez, mais igualmente o distúrbio será dissipado para o solo e quanto menor for a rigidez mais concentrada a reação do solo será, é também mostrado na Figura 2.



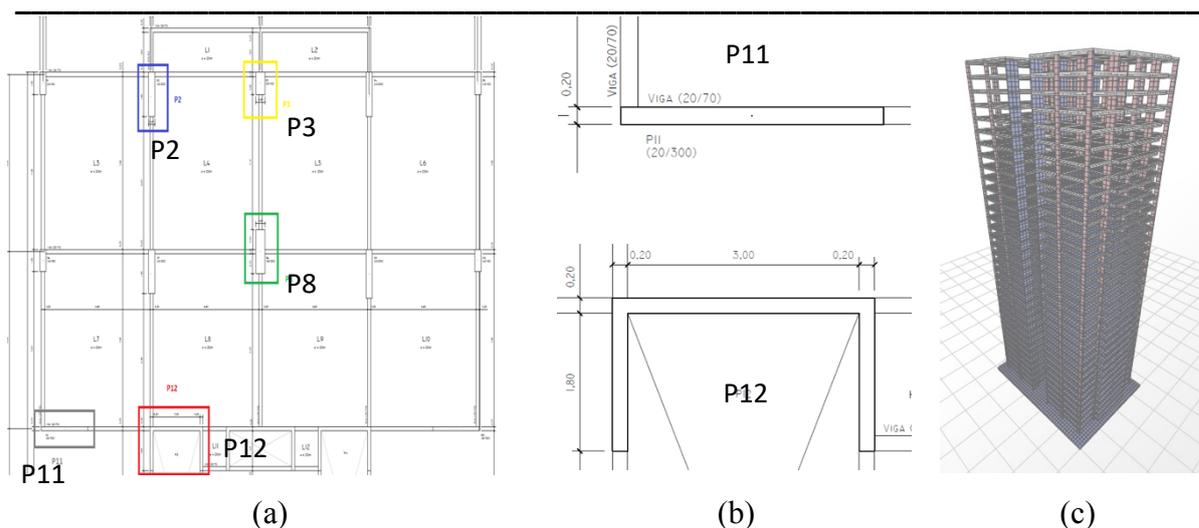
**Figura 2.** Influência das carga aplicadas (a) e da rigidez relativa fundação-solo (b) – Fonte: Velloso e Lopes (2011)

## 4 Estudo Paramétrico

### 4.1 Estrutura de concreto

A estrutura analisada foi concebida em concreto armado, com lajes maciças, vigas e pilares aporticados, núcleo rígido e pilares-parede. A altura do modelo tem 106,4 m de altura, com pé-direito em 3,04 m, vigas com dimensões em 20x70 cm, lajes com altura de 20,0 cm e pilares analisados com dimensões em P2 (40x200), P3 (60x100), P8 (60x200), P11 (20x300) e P12 (20x200x340). A Figura 3 (a) ilustra a forma do tipo do edifício e destaca os pilares analisados (b) mostra em detalhes o P11 (20x300) e P12 (20x200x340) e (c) ilustra o modelo do edifício.

A respeito da tipologia dos elementos do modelo, tem-se que as vigas foram modeladas com elemento tipo barra (frame) e as lajes, pilares e o radier com elemento tipo casca (shell-thin). A escolha dos pilares é justificada devido a sua singular localização na planta e/ou geometria de sua seção. Sucintamente pode-se destacar as escolhas de cada um desses elementos na Tabela 4.



**Figura 3.** Forma do tipo espelhada (a) e Pilares P11 e P12 (b) Modelo do edifício SAP 2000 (c)

**Tabela 4 – Pilares estudados e justificativas para suas análises**

Pilar	Justificativa
P2 (40x200)	Pilar de extremidade de balanço, geometria de pilar-parede
P3 (60x100)	Pilar de extremidade de balanço, retangular
P8 (60x200)	Pilar de centro da forma, retangular, grande carga
P11 (20x300)	Pilar de canto, pilar-parede, flexão na menor inércia
P12 (20x300x340)	Núcleo rígido, geometria complexa, centro da forma

Fonte: Autoria própria (2020)

Em relação a modelagem, foi feita no software SAP2000, com as seguintes condições de contorno: Aço CA-50, concreto C25,  $E = E_{ci} = 33.600 \text{ MPa}$ ,  $G = 10.000 \text{ MPa}$ , coeficiente térmico de  $1 \times 10^{-5}$ , coeficiente de Poisson = 0,2, carga acidental =  $2,0 \text{ kN/m}^2$ , permanente =  $1,0 \text{ kN/m}^2$  e alvenaria =  $0,56 \text{ kN/m}$ . Os efeitos das ações de vento foram determinados de acordo com a ABNT NBR 6123 (1988) sendo que para uma edificação de 106,4 m a carga de vento para uma altura de 106,4 m foi de  $1,62 \text{ kN/m}^2$ .

#### 4.2 Solo

O maciço de solos da região de implantação do edifício se localiza na cidade de Maringá-PR e foi caracterizado com sondagens de simples reconhecimento com ensaios de SPT, cuja descrição é mostrada sucintamente na Tabela 5. Para o cálculo do coeficiente de reação vertical foi utilizado o modelo analítico de Perloof (1975), iniciando-se o cálculo com a quantificação do produto  $(K_{spt} \cdot N_{spt})$ . Dessa forma foi adotado o valor médio de  $N_{spt}$  das quatro últimas camadas da zona de compressão, mostrados na Tabela 5, com valor médio

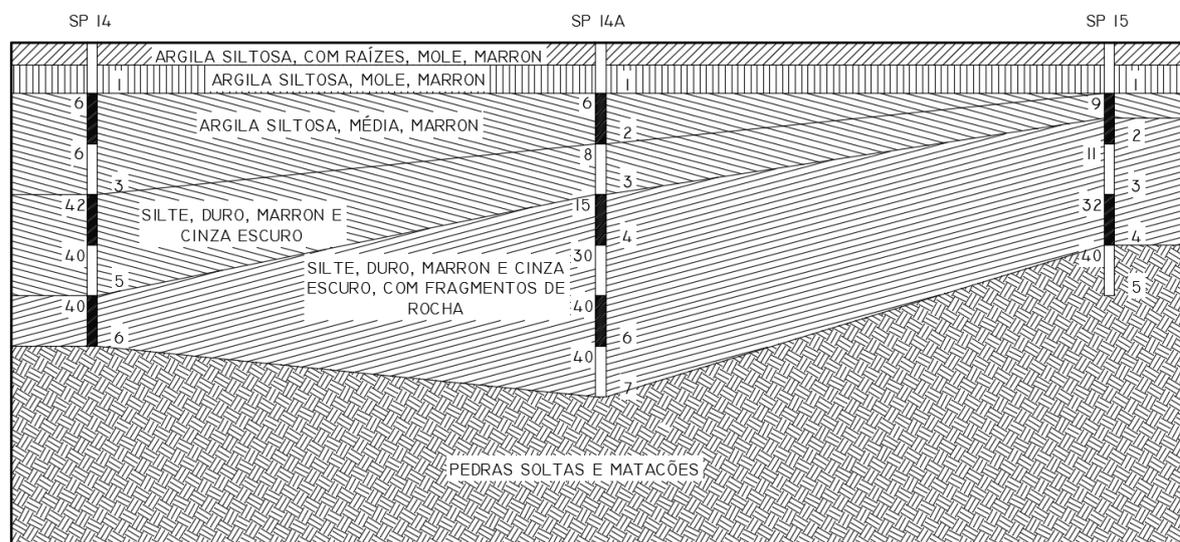
$N_{spt}$  igual a 38 e de  $K_{spt}$  igual 0,4. Utilizando-se da Equação (3) foi obtido  $E_s$  igual a 76,0 MPa.

**Tabela 5** – Furo de sondagem SP-14, padrão.

Nº de golpes	Profundidade	Descrição
6,0	0-1	Argila, siltosa, média
6,0	1-2	Argila, siltosa, média
42	2-3	Silte argiloso, duro, marrom e cinza escuro
40	3-4	Silte argiloso, duro, marrom e cinza escuro
40	4-5	Silte argiloso, duro, marrom e cinza escuro com fragmentos de rocha
30	5-6	Material não perfurável pela sonda à percussão

Fonte: Autoria própria (2020)

A Figura 5 ilustra o perfil do solo descrito nos três furos de sondagem:



**Figura 5.** Perfil geológico das campanhas de sondagem

Com isso definido, foi quantificado o valor de  $k_s^y$ , conforme a Equação (1), com os seguinte dados de entrada: coeficiente de Poisson do solo igual 0,4, fator de forma da sapata quadrada com  $I_w$  igual 0,82, dimensões unitárias da sapata com  $L=B=1,00$  e módulo de elasticidade do solo  $E_s$  igual a 76 MPa, determinado conforme a Equação (3). Como o radier foi discretizado em uma malha quadrada de  $1,00 \times 1,00 \text{ m}^2$  os valores de  $L$  e  $B$  foram atribuídos como 1,00.

A Tabela 6 resume os valores de  $k_s^y$  obtidos com a Equação (1) e os  $k_s^y$  nas direções  $x$  e  $y$  obtidos com a Equação (5).

**Tabela 6** – Coeficientes de reação vertical e horizontal.

Direção do Coeficiente de reação	Módulo (MPa/m)
$kz_s^v$	110,34
$kx_s^v$	44,135
$ky_s^v$	44,135

Fonte: Autoria própria (2020)

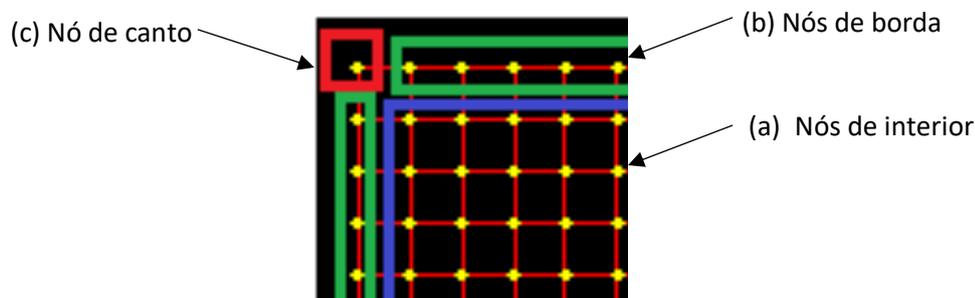
Na atribuição dos parâmetros de coeficiente de reação no modelo estrutural, foi levada em conta a posição dos nós do elemento de fundação radier. Como a malha foi concebida em espaçamento unitário, os nós do interior do radier têm uma área de significância diferente dos nós de borda e dos nós de canto. Os nós do interior têm uma área de influência de 1,00 m<sup>2</sup>, já os nós da borda tem uma área de influência de 0,5 m<sup>2</sup> e, por fim, os nós do canto tem uma área de influência de 0,25 m<sup>2</sup>.

Devido a esse fator os coeficientes de reação vertical e horizontal foram corrigidos conforme a posição do nó no elemento de fundação. A Tabela 7 mostra os valores dos coeficientes de reação conforme a posição do nó e a Figura 6 ilustra graficamente a localização dos nós interiores (a), nós de borda (b) e nós de canto (c) na planta do radier.

**Tabela 7** – Coeficientes de reação vertical e horizontal corrigido conforme a posição do nó

Direção do Coeficiente de Reação	Interior (MPa/m)	Borda (MPa/m)	Canto (MPa/m)
$kz_s^v$	110,34	55,16	27,58
$kx_s^v$	44,135	27,06	11,03
$ky_s^v$	44,135	27,06	11,03

Fonte: Autoria própria (2020)



**Figura 6.** Localização esquemática dos nós e suas posições

A fim de confirmarmos os resultados analíticos de coeficiente de reação, realizou-se um processo iterativo para o cálculo desses coeficientes utilizando-se da própria simulação numérica do modelo da estrutura estudada. Um dos nós do pilar P2 foi escolhido e nele foi analisado os valores de carga ( $F_i$ ) e deslocamento elástico ( $w_i$ ) e com a Equação (6) foi calculado o valor do coeficiente de reação do nó examinado.

$$k_s^v i = \frac{F_i}{w_i \cdot A_i} \quad (6)$$

Se o valor do coeficiente de reação obtido na Equação (6) fosse significativo próximo ao atribuído ao nó, com erro menor que 0,1% a iteração seria cessada e o valor do coeficiente seria considerado convergido.

A Tabela 8 mostra sequencialmente nas colunas, os valores de coeficiente de reação segundo a Equação (1), atribuídos inicialmente no modelo, recalque elástico obtido na simulação, força no nó analisado, área de influência do nó analisado, valor do coeficiente de reação segundo a Equação (6), o erro absoluto e o erro relativo. Pode-se observar que a partir da segunda iteração o valor de erro absoluto e relativo torna-se zero, confirmando o valor de coeficiente de reação 109,93 MPa/m investigado no processo iterativo.

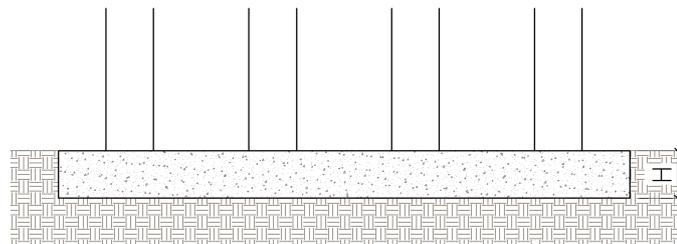
**Tabela 8** – Processo iterativo na corroboração do coeficiente de reação

Iteração	$k_s^v$ inicial (MPa/m)	$w_i$ (m)	$F_i$ (KN)	A (m <sup>2</sup> )	$k_s^v$ obtido (MPa/m)	Erro Absoluto	Erro Relativo
1	110,34	0,0048	52,77	1,00	109,93	3,99	0,36%
2	109,93	0,0048	52,77	1,00	109,93	0,00	0,00%

Fonte: Autoria própria (2020)

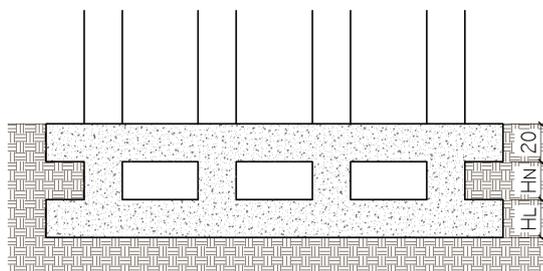
### 4.3 Soluções de fundação

As soluções de fundações analisadas na simulação foram de três tipos. A primeira solução estudada foi radier liso com alturas de 50, 100, 150, 200, 250 e 300 cm. Com essa variação de alturas pretende-se estudar a influência da rigidez do radier, na distribuição da tensão de contato, no deslocamento elástico e carga vertical de cada pilar. A Figura 7 ilustra a geometria do radier analisado. A segunda solução escolhida para análise foi o radier de caixão perdido. O radier estudado tem a mesma geometria da forma do tipo do edifício, acrescido de vigas na divisa do lote, sendo que todos esses elementos têm seção transversal de 100x300 cm. A laje superior do caixão tem 20,0 cm de altura e a inferior varia de 50 a 300 cm.



**Figura 7.** Radier liso com alturas variando de 50 a 300 cm

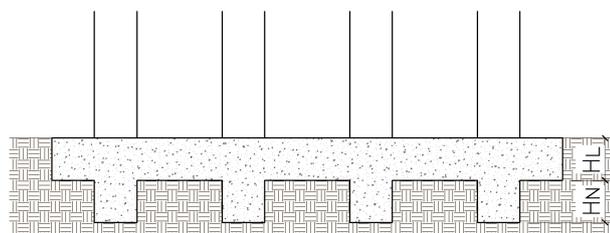
A Figura 8 ilustra a geometria do radier analisado. Com essa variação de altura, pretende-se avaliar a rigidez da laje do fundo do caixão e sua influência nos parâmetros de tensão de contato, deslocamento elástico e carga vertical dos pilares.



**Figura 8.** Radier de caixão perdido com alturas variando de 50 a 300 cm

Por fim, a terceira solução selecionada para análise foi o radier nervurado. Também utilizando-se da planta do pavimento tipo como guia e com vigas nas divisas do lote, foram lançados elementos de chapa com largura igual a 100 cm e altura variável. A laje do piso do térreo tem 20,0 cm de altura e a altura das nervuras varia de 50 a 300 cm, seguindo o padrão anterior.

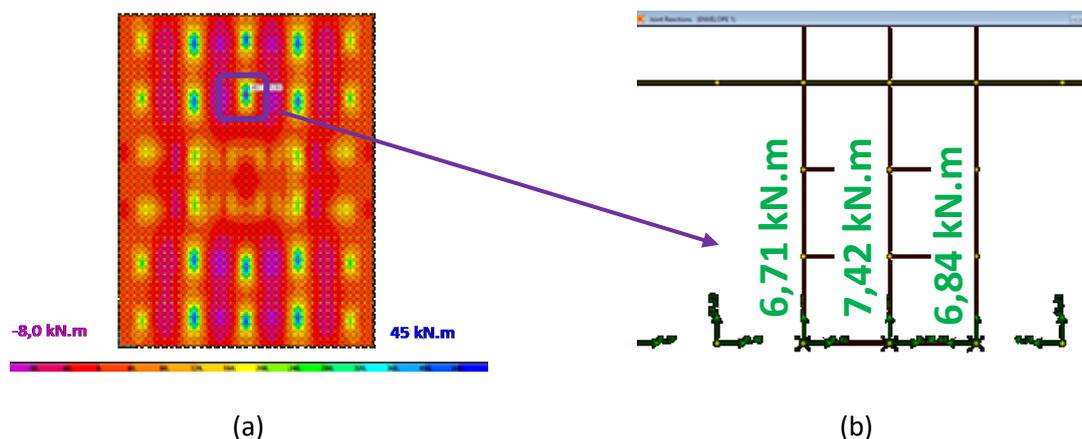
A Figura 9 ilustra a geometria do radier analisado. Com essa variação de altura, pretende-se avaliar a rigidez das almas das nervuras e a sua influência nos parâmetro de tensão de contato, deslocamento elástico e carga vertical do pilares.



**Figura 9.** Radier nervurado com alturas variando de 50 a 300 cm

## 5 Resultados e Discussões

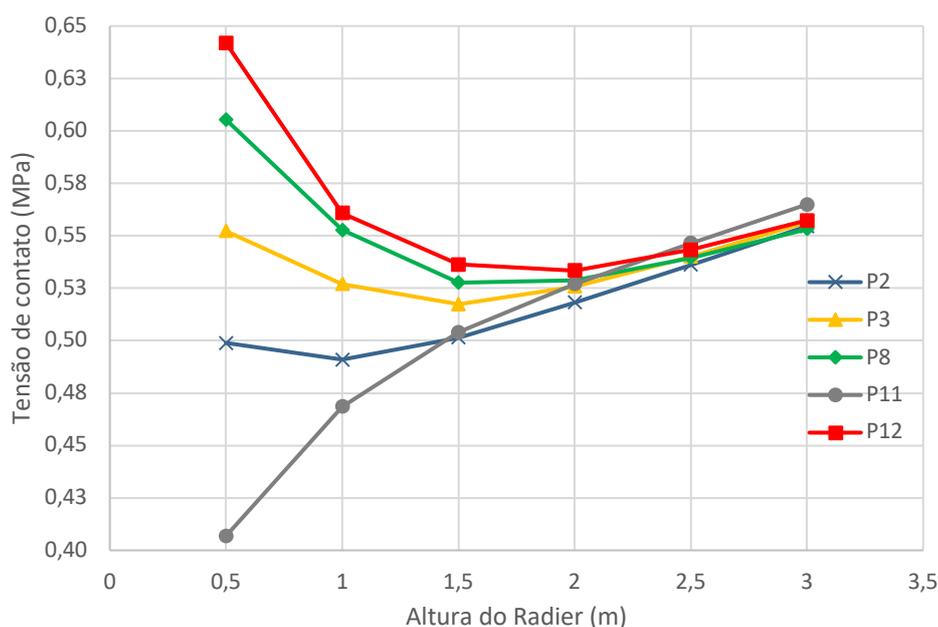
Os resultados foram obtidos mediante análises feitas no software SAP2000 e os dados coletados são discutidos e analisados a seguir em forma de gráficos e tabelas. A seguir a Figura 10 exemplifica como os resultados foram coletados do modelo, mostrando (a) o momento fletor do radier em planta e (b) as tensões de contato no pilar P8 em detalhes, ambos os resultados para o radier liso de h 100,0 cm.



**Figura 10.** Momento[kN.m] (a), Tensão contato[kN/m<sup>2</sup>] no radier liso h=100 cm no P8 (b)

### 5.1 Tensão de contato

A Figura 11 ilustra graficamente a distribuição da tensão de contato da solução de fundação com radier liso. Destaca-se que nas alturas menores, as tensões de contato são dispersas e à medida que a rigidez geométrica aumenta, proporcionada pelo aumento da altura do radier, as tensões de contato tendem a convergir para um resultado comum, por volta de 0,55 MPa, para todos os pilares quando o radier tem uma altura de 3,00 m. Para compreender melhor os dados realizou-se uma análise estatística que contava com além dos parâmetros de média e desvio padrão, os parâmetros de variância, variação absoluta e variação percentual dos dados. A primeira é uma medida de dispersão que mostra o quão distante cada valor do conjunto está do valor médio, a segunda mostra a variação absoluta entre o valor máximo para o mínimo e a última é a variação percentual absoluta do valor máximo para o valor médio dos dados. Na Tabela 9 mostra-se uma análise estatística dos dados, com média, desvio padrão, variância, variação absoluta e variação percentual dos valores de tensão de contato para as diferentes alturas (0,5;1,0;1,5;2,0;2,5 e 3,0 metros) de cada um dos pilares analisados (P2, P3, P8, P11 e P12) da modelagem para o radier liso. Destaca-se os valores diminutos de desvio padrão, variação absoluta e também valores nulos de variância. Já em termos percentuais P11 e P12 são bem notáveis.



**Figura 11.** Tensão de contato no radier liso

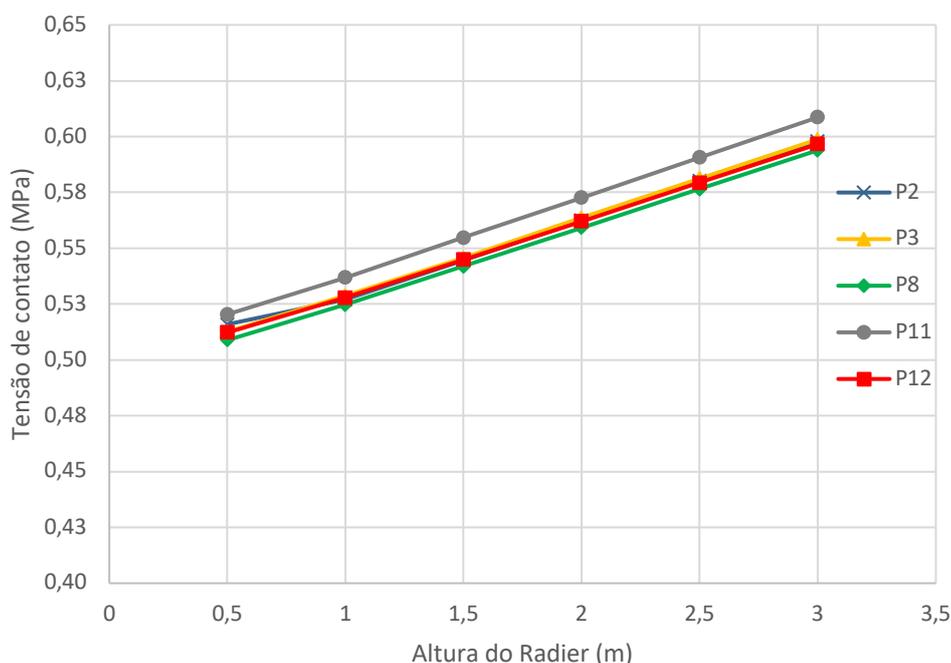
**Tabela 9 –** Dados estatísticos da tensão de contato – Radier Liso

Pilar	Média (MPa)	Desvio Padrão (MPa)	Variância (MPa)	Variação Absoluta (MPa)	Variação percentual
P2	0,52	0,02	0,00	0,06	11%
P3	0,54	0,02	0,00	0,04	7%
P8	0,55	0,03	0,00	0,08	13%
P11	0,50	0,06	0,00	0,16	28%
P12	0,56	0,04	0,00	0,11	17%

Fonte: Autoria própria (2020)

A Figura 12 ilustra graficamente a distribuição da tensão de contato da solução de fundação com radier caixão. Nota-se que a tensão de contato para dos diversos pilares tem valores coesos, próximos um dos outros e que crescem linearmente com o aumento da altura da laje de fundo do radier em caixão. Verifica-se também que a proximidade dos pontos de tensão de contato para cada respectiva altura, indicando um sistema já rígido devido à altura das vigas do caixão.

A Tabela 10 exhibe a análise estatística dos dados, com média, desvio padrão, variância, variação absoluta e variação percentual dos valores de tensão de contato para as diferentes alturas (0,5;1,0;1,5;2,0;2,5 e 3,0 metros) de cada um dos pilares analisados (P2, P3, P8, P11 e P12) da modelagem para o radier caixão. Destaca-se a grande uniformidade dos valores médios das tensões em todos os pilares, baixíssimos valores de desvio padrão e variância e uniformidade do acréscimo de tensão observada na variação absoluta e percentual.



**Figura 12.** Tensão de contato no radier caixão

**Tabela 10 –** Dados estatísticos da tensão de contato – Radier Caixão

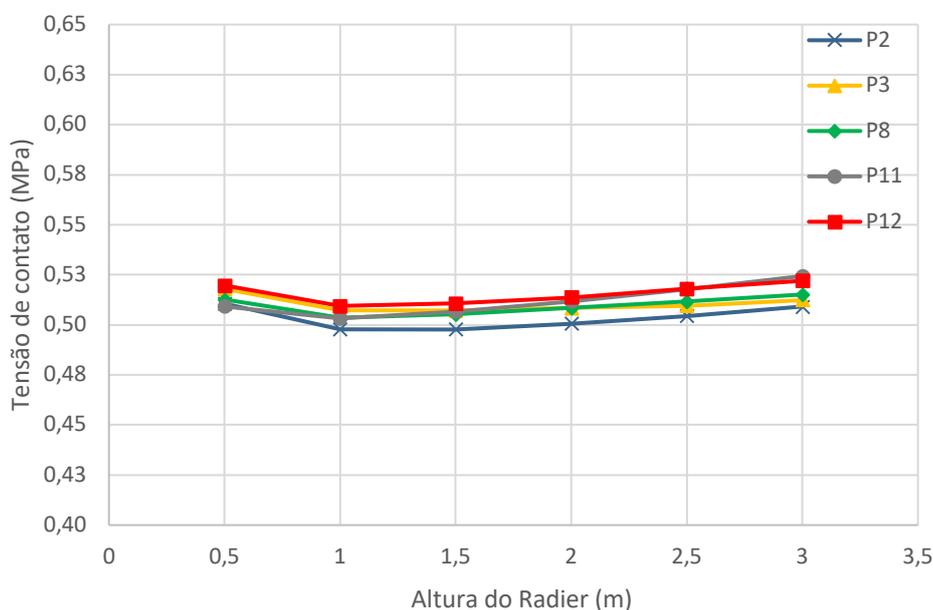
Pilar	Média (MPa)	Desvio Padrão (MPa)	Variância (MPa)	Variação Absoluta (MPa)	Variação percentual
P2	0,55	0,03	0,00	0,08	14%
P3	0,55	0,03	0,00	0,09	14%
P8	0,55	0,03	0,00	0,09	14%
P11	0,56	0,03	0,00	0,09	14%
P12	0,55	0,03	0,00	0,08	14%

Fonte: Autoria própria (2020)

A Figura 13 ilustra graficamente a distribuição da tensão de contato da solução de fundação com radier nervurado com vigas. Nota-se a grande uniformidade de tensões de contato variando de 0,5 MPa até 0,55 MPa sem grande variação com a alteração da altura do radier, posição do pilar e geometria. É possível observar também um ponto mínimo de tensão de contato quando a altura das nervuras é 1,00 m, após esse valor os valores de tensão de contato voltam a crescer.

Na Tabela 11 mostra-se a análise estatística dos dados, com as medidas de dispersão aqui já mencionados anteriormente, dos valores de tensão de contato para as diferentes alturas (0,5;1,0;1,5;2,0;2,5 e 3,0 metros) de cada um dos pilares analisados (P2, P3, P8, P11 e P12) da modelagem para radier nervurado com vigas. Destaca-se aqui também a grande uniformidade dos valores médios das tensões em todos os pilares, baixíssimos e quase nulos

valores de desvio padrão e variância e por fim uniformidade no acréscimo de tensão observada na variação absoluta e percentual.



**Figura 13.** Tensão de contato no radier nervurado com vigas

**Tabela 11** – Dados estatísticos da tensão de contato – Radier Nervurado com vigas

Pilar	Média (MPa)	Desvio Padrão (MPa)	Variância (MPa)	Varição Absoluta (MPa)	Varição percentual
P2	0,50	0,01	0,00	0,01	3%
P3	0,51	0,00	0,00	0,01	2%
P8	0,51	0,00	0,00	0,01	2%
P11	0,51	0,01	0,00	0,02	4%
P12	0,52	0,01	0,00	0,01	2%

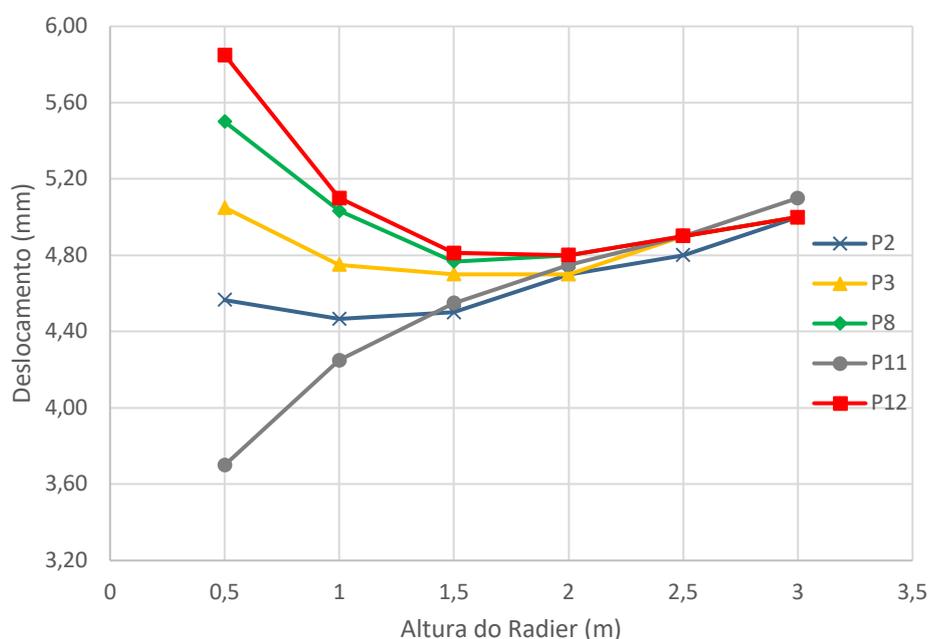
Fonte: Autoria própria (2020)

## 5.2 Deslocamento elástico

A Figura 14 representa graficamente os deslocamentos da solução de fundação com radier liso. Destaca-se que nas alturas menores, os deslocamentos são dispersos e à medida que a rigidez geométrica aumenta, os deslocamentos tendem a convergir para um resultado comum, por volta de 5,0 mm, para todos os pilares quando o radier tem uma altura de 3,00 m. Vale ressaltar também a similaridade do traçado dos gráficos de deslocamento com os gráficos de tensão de contato.

Na Tabela 12 exibe-se a análise estatística dos dados, com média, desvio padrão, variância, variação absoluta e variação percentual dos valores de deslocamento elástico para as diferentes alturas (0,5;1,0;1,5;2,0;2,5 e 3,0 metros) de cada um dos pilares analisados (P2,

P3, P8, P11 e P12), na modalidade de radier liso. É possível verificar a diversidade de valores de deslocamento elástico, contudo muito próximos, em todos os pilares. São observados pequenos valores de desvio padrão e variância. No que tange a variação percentual do deslocamento elástico, apresenta-se valores distintos para cada pilar, variando de 7% a 27%.



**Figura 14.** Deslocamento do radier liso

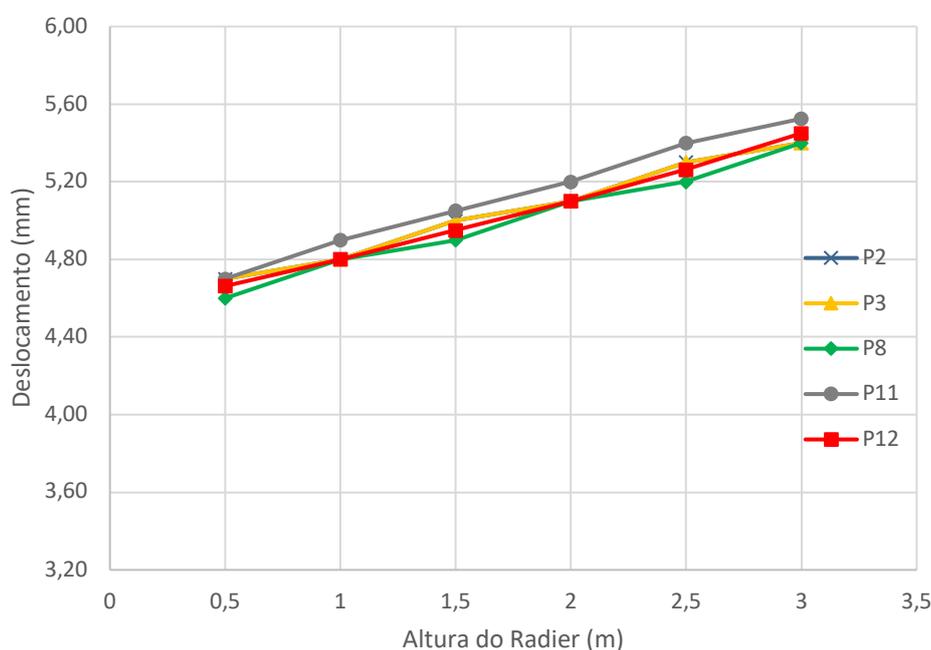
**Tabela 12 –** Dados estatísticos de deslocamento elástico – Radier Liso

Pilar	Média (mm)	Desvio Padrão (mm)	Variância (mm)	Variação Absoluta (mm)	Variação percentual
P2	4,67	0,20	0,04	0,53	11%
P3	4,85	0,15	0,02	0,35	7%
P8	4,99	0,27	0,07	0,73	13%
P11	4,52	0,51	0,26	1,40	27%
P12	5,07	0,40	0,16	1,05	18%

Fonte: Autoria própria (2020)

Na Figura 15 pode-se observar os deslocamentos da solução de fundação radier caixão. Observa-se um comportamento linear do deslocamento elástico com o aumento da altura das vigas do radier. Nota-se também uma pequena variação do deslocamento, de 4,6 a 5,3 mm, evidenciando o comportamento rígido da estrutura. Na Tabela 13 exibe-se a análise estatística dos dados, com média, desvio padrão, variância, variação absoluta e variação percentual dos valores de deslocamento elástico para as diferentes alturas (0,5;1,0;1,5;2,0;2,5 e 3,0 metros) de cada um dos pilares analisados (P2, P3, P8, P11 e P12), na modalidade de radier caixão. Observa-se que valores de deslocamento elástico são muito próximos de 5,00

mm, nota-se também pequenos valores de desvio padrão e variância. No tange a variação percentual do deslocamento elástico, esta encontra-se bem agrupada, em torno de 15%.



**Figura 15.** Deslocamento do radier caixão

**Tabela 13** – Dados estatísticos de deslocamento elástico – Radier Caixão

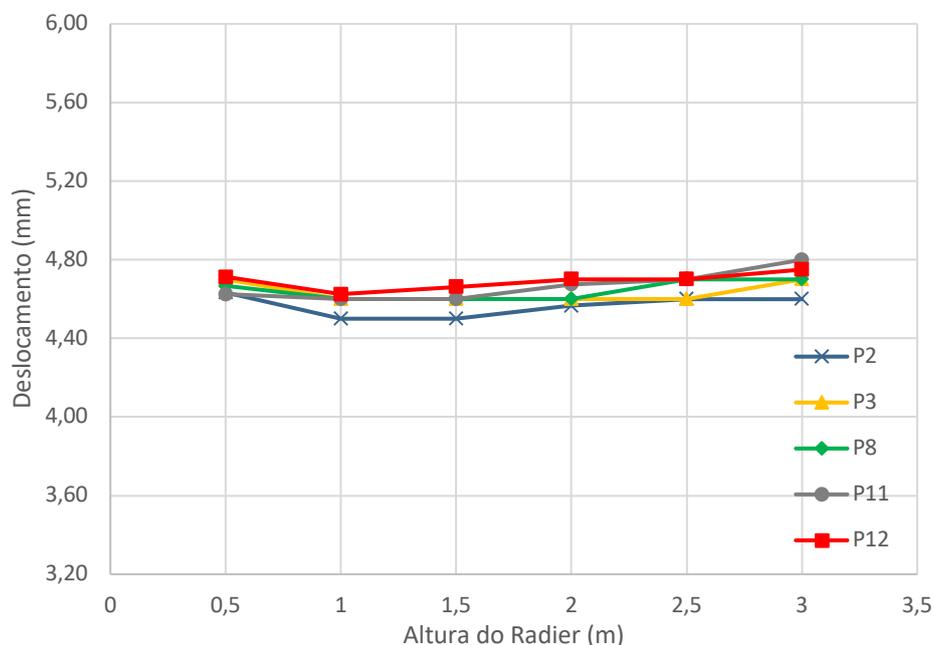
Pilar	Média (mm)	Desvio Padrão (mm)	Variância (mm)	Varição Absoluta (mm)	Varição percentual
P2	5,04	0,27	0,08	0,70	13%
P3	5,04	0,27	0,08	0,70	13%
P8	4,99	0,29	0,08	0,80	15%
P11	5,12	0,31	0,10	0,80	15%
P12	5,03	0,29	0,09	0,79	14%

Fonte: Autoria própria (2020)

A Figura 16 ilustra graficamente o recalque elástico da solução de fundação com radier nervurado com vigas. Nota-se a grande uniformidade dos valores de deslocamento variando de 4,63 a 4,80 mm sem grande variação com a alteração da altura do radier, posição do pilar e geometria, comportamento esse análogo ao gráfico de tensões de contato.

Na Tabela 14 exibe-se a análise estatística dos dados, com as medidas de dispersão aqui já mencionados anteriormente, dos valores deslocamento elástico para as diferentes alturas (0,5;1,0;1,5;2,0;2,5 e 3,0 metros) de cada um dos pilares analisados (P2, P3, P8, P11 e P12) da modelagem para radier nervurado com vigas. É possível verificar a precisão deslocamento elástico obtido na modelagem, em todos os pilares, sendo esse valor em torno

de 4,6 m. Observa-se também pequenos valores de desvio padrão e variância. No que diz respeito à variação percentual de deslocamento elástico observa-se valores regulares em torno de 3%.



**Figura 16.** Deslocamento do radier nervurado com vigas

**Tabela 14** – Dados estatísticos de deslocamento elástico – Radier nervurado com vigas

Pilar	Média (mm)	Desvio Padrão (mm)	Variância (mm)	Varição Absoluta (mm)	Varição percentual
P2	4,57	0,06	0,00	0,13	3%
P3	4,63	0,05	0,00	0,10	2%
P8	4,64	0,05	0,00	0,10	2%
P11	4,67	0,08	0,01	0,20	4%
P12	4,69	0,04	0,00	0,12	3%

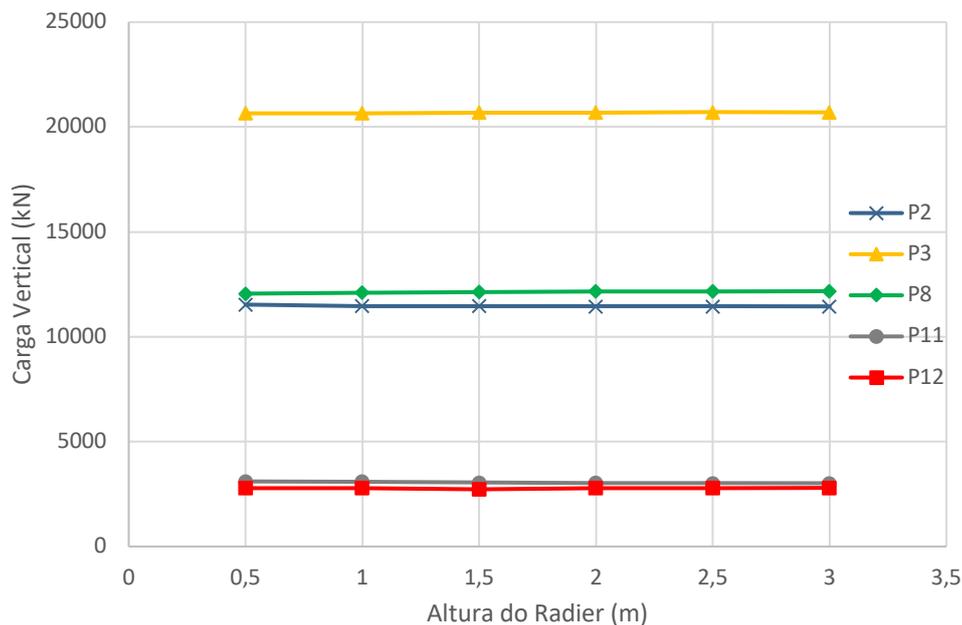
Fonte: Autoria própria (2020)

### 5.3 Carga vertical

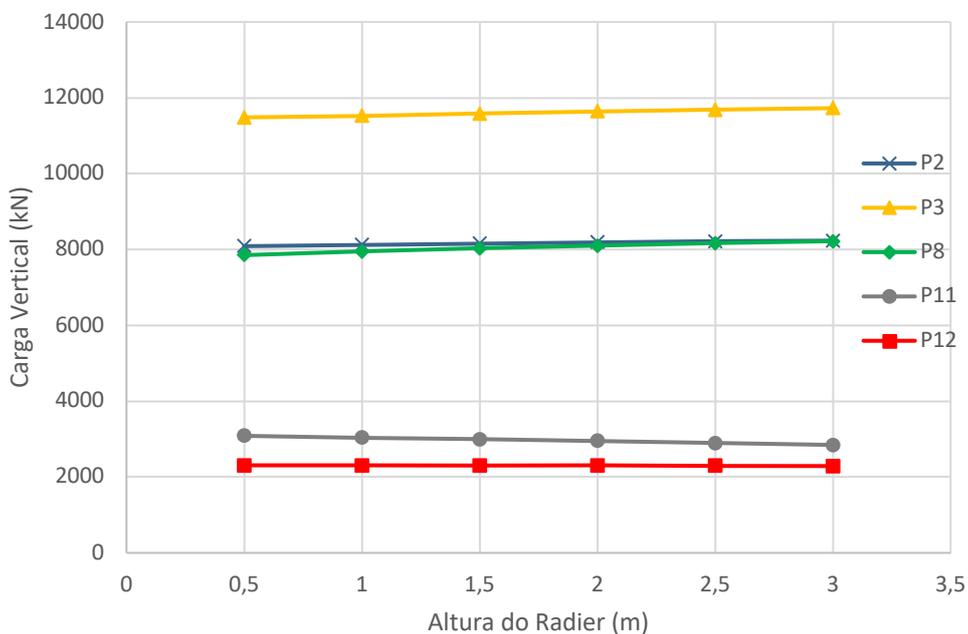
Nas Figuras 17 e 18 nota-se grande similaridade no traçado dos gráficos de carga vertical da solução de fundação com radier liso e radier caixão, respectivamente. Verifica-se uma diferença no valor absoluto das cargas, cerca de 8000 kN, para o pilar P3, mais carregado de cada simulação.

Vale a pena ressaltar também a estabilidade da distribuição de carga para os dois grupos de fundação sugerindo o comportamento rígido quanto a esse parâmetro, sendo a

rigidez da fundação, localização dos pilares e sua geometria da seção de pouca relevância no parâmetro analisado.



**Figura 17.** Carga vertical no radier liso



**Figura 18.** Carga vertical no radier caixão

Na Tabela 15 exibe-se a análise estatística dos dados, com média, desvio padrão, variância, variação absoluta e variação percentual dos valores de carga vertical para as diferentes alturas (0,5;1,0;1,5;2,0;2,5 e 3,0 metros) de cada um dos pilares analisados (P2, P3,

P8, P11 e P12), na modalidade de radier liso. Nota-se que para os pilares P2, P8 e P11 o desvio padrão e a variância apresentaram valores importantes, contudo a variação percentual de carga vertical foi bem singela, por volta de 2%. Nos demais pilares essa variação foi mais discreta, para o caso de P3 obteve-se uma variação de 0,2% de carga vertical.

**Tabela 15** – Dados estatísticos de carga vertical – Radier liso

Pilar	Média (kN)	Desvio Padrão (kN)	Variância (kN)	Varição Absoluta (kN)	Varição percentual
P2	11.469,03	32,64	1.065,58	85,50	1%
P3	20.684,25	19,68	387,38	46,35	0,2%
P8	12.132,93	46,18	2.132,72	116,00	1%
P11	3.052,40	37,11	1.376,98	85,15	3%
P12	2.780,69	26,49	701,82	68,19	2%

Fonte: Autoria própria (2020)

Na Tabela 16 mostra-se a análise estatística dos dados, com média, desvio padrão, variância, variação absoluta e variação percentual dos valores de carga vertical para as diferentes alturas (0,5;1,0;1,5;2,0;2,5 e 3,0 metros) de cada um dos pilares analisados (P2, P3, P8, P11 e P12), na modalidade de radier caixão. É possível verificar a pouca variação percentual de carga nos pilares P2, P3 e P12, pequenos valores de desvio padrão e variância em P12 e valores mais notáveis de acréscimo de carga em P8 e P11. Na Figura 19 percebe-se uma carga inicial comum nos pilares P2, P3 e P8, por volta de 16.500 kN.

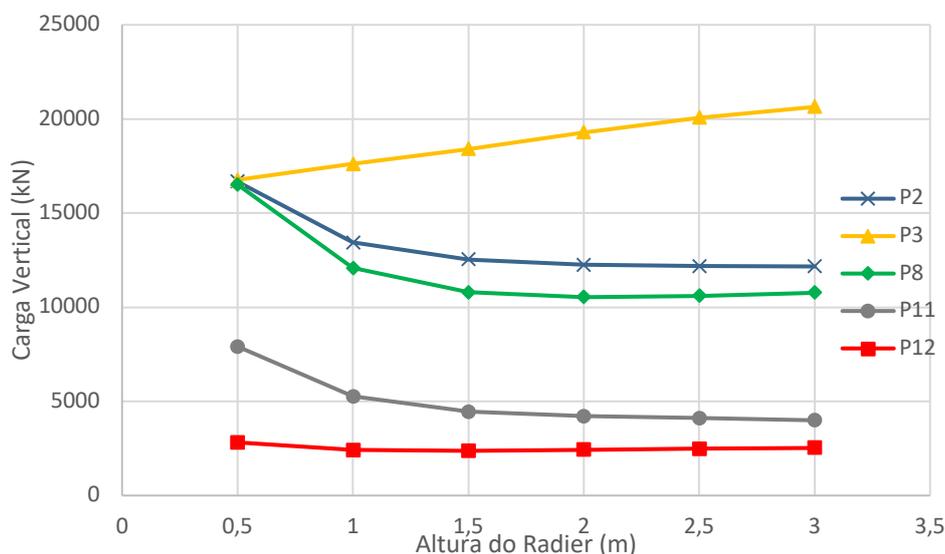
**Tabela 16** – Dados estatísticos de carga vertical – Radier Caixão

Pilar	Média (kN)	Desvio Padrão (kN)	Variância (kN)	Varição Absoluta (kN)	Varição percentual
P2	8.168,91	55,50	3.080,73	145,37	2%
P3	11.607,88	93,21	8.687,49	243,25	2%
P8	8.050,4	137,62	18.940,44	368,67	4%
P11	2.969,31	89,47	8.005,05	239,98	4%
P12	2.299,85	5,49	30,19	13,90	1%

Fonte: Autoria própria (2020)

Nota-se também que para os pilares P2, P8, P11 e P12 ocorre um decréscimo de carga nas primeiras alturas das almas das vigas radier e após 1,50 m uma estabilidade no valor de carga vertical. Já no pilar P3 o comportamento é oposto, ocorre um progressivo aumento de carga, com um comportamento linear. Na Tabela 17 exibe-se a análise estatística dos dados, com média, desvio padrão, variância, variação absoluta e variação percentual dos valores de carga vertical para as diferentes alturas (0,5;1,0;1,5;2,0;2,5 e 3,0 metros) de cada um dos

pilares analisados (P2, P3, P8, P11 e P12), na modalidade de radier nervurado com vigas. Observa-se a obtusa ordem de grandeza dos valores de desvio padrão e variância, em todos os pilares da forma com exceção de P12, que teve uma variação de carga vertical moderada, também é notável a variação percentual das carga verticais.



**Figura 19.** Carga vertical no radier nervurado com vigas

**Tabela 17 –** Dados estatísticos de carga vertical – Radier nervurado com vigas

Pilar	Média (kN)	Desvio Padrão (kN)	Variância (kN)	Varição Absoluta (kN)	Varição percentual
P2	13.118,34	1.764,00	3.111.682,66	4.503,80	27%
P3	18.747,18	1.479,54	2.189.041,63	3.873,65	19%
P8	11.721,59	2.340,70	5.478.868,32	5.983,47	36%
P11	4.838,86	1.502,14	2.256.436,41	3.920,08	50%
P12	2.506,53	162,56	26.426,02	447,80	16%

Fonte: Autoria própria (2020)

## 6 Conclusões

O presente trabalho sugere recomendações práticas, com métodos analíticos e utilizando a modelagem em MEF para a avaliação da ISE, de maneira a guiar o engenheiro de estruturas de forma mais realista na concepção de fundação em radier em edifícios altos. O cenário ideal para tal tarefa seria uma maior interação do engenheiro de estruturas com o engenheiro de fundações e geotecnia realizando um trabalho em conjunto com o último, orientando o primeiro na modelagem dos coeficiente de reação e dimensionando a fundação.

Nesse trabalho pode-se observar que a consideração da ISE e da rigidez da fundação proporciona diferenças significativas nos esforços atuantes nos pilares, na fundação e no

---

deslocamento elástico dessa última, sendo obtidas as seguintes conclusões por tipologia de fundações:

- Na tipologia lisa a tensão de contato mínima convergente é obtida com  $h=1,50$  m e para valores superiores a tensão de contato cresce linearmente para todos os pilares. A variação crescente de altura salienta uma redistribuição de esforços com diminuição de tensão em P12, P8 e P3 e acréscimo de tensão em P2 e P11.
- Na tipologia radier com caixão a tensão de contato mínima convergente é encontrada com  $h=0,5$  m na laje de fundo, com valores superiores a esse a tensão de contato cresce a uma taxa de 14% em todos os pilares, podendo ser atribuído ao aumento do peso próprio da fundação.
- Na tipologia nervurada com vigas, a tensão de contato mínima convergente também se dá com as alturas das nervuras com  $h=1,50$  m e os acréscimos de altura de nervura acarretam em pequenas variações de tensão de contato, caracterizando estabilidade.
- Na tipologia lisa o deslocamento elástico mínimo convergente é obtido com  $h=2,00$  m e para valores superiores o deslocamento cresce linearmente para todos os pilares. A variação crescente de altura denota uma redistribuição de esforços com a redução de deslocamento em P12, P8, P3 e P2 e aumento em P11.
- Na tipologia radier com caixão o deslocamento elástico mínimo convergente é obtido com  $h=0,5$  m na laje de fundo, com valores superiores a esse o deslocamento cresce linearmente em todos os pilares.
- Na tipologia nervurada com vigas, o deslocamento elástico mínimo convergente é obtido com  $h=1,50$  m e os acréscimos de altura de nervura acarretam em pequenas variações de tensão de contato, caracterizando estabilidade.
- Na tipologia lisa e no radier com caixão, a carga vertical é constante com o aumento da altura da laje lisa e da alma das nervuras, para todos os pilares, denotando estabilidade na solução para as diversas geometrias.
- Na tipologia nervurada com vigas, a carga vertical mínima convergente se dá com as alturas das nervuras com  $h=1,00$  m e os acréscimos de altura de nervura superiores esse valor não alteram os valores de carga vertical nos pilares, exceto em P3 que sua carga cresce linearmente com esse aumento.

Ressalta-se que nesse trabalho não foram avaliados o Estado Limite Último e o Estado Limite de Serviço dos elementos de fundação, bem como a segurança quanto ao tombamento

e escorregamento das soluções de fundação. Também não foi realizado um comparativo entre soluções sendo essas duas ressalvas muito importantes.

## Referências

- AL-ZAIDEE, S. R., FADHIL, A.T. AND AL-KUBAISI O.K., **Using Finite Element to Modify Winkler Model for Raft Foundation Supported on Dry Granular Soils.** International Journal of Science and Research Vol. 6, No.4 pp. 130-135, 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123 - Forças devidas ao vento em edificações: procedimento.** Rio de Janeiro, 1988.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122. Projeto e execução de fundações.** Rio de Janeiro, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12069. Solo: Ensaio de penetração de com in situ.** Rio de Janeiro, 1991.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6484. Solo: Sondagem de simples reconhecimento com SPT: Método de ensaio.** Rio de Janeiro, 2020.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 360 R-10. Guide to Design of Slabs-on-Ground.** Farmington Hills, 2019.
- DALLA ROSA, F. E THOMÉ, A. **Obtenção das características de resistência à deformabilidades de um solo residual de basalto através de ensaios de placa.** Jornadas Sud-Americanas de Ingenieria Estructural. Mendoza – Argentina, Facultad de Ingenieria, Universidad Nacional de Cuyo, 2004.
- KATZENBACH, R., ARSLAN, U. AND MOORMANN, C. **“Piled raft foundation projects in Germany”, Design applications of raft foundations.** Hemsley J.A. Editor, Thomas Telford, 1º Heron Quay, London – England, pp. 323-392, 2000.
- PERLOFF, W.H. **Pressure distribution and settlement.** In: WINTERKORN, H.F.; FANG, H.Y. Foundation Engineering handbook. New York: Van Nostrand Reinhold, 1975. p. 148-196.
- POULOS, H.G. **Tall building foundations: design methods and applications.** Innovative Infrastructure Solutions - Springer International Publishing. Switzerland, 2016.
- REIS, J.H.C. **Interação solo-estrutura de grupo de edifícios com fundações superficiais em argila mole.** 2000. Dissertação de Mestrado em Geotecnia, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos.

- SERT, S. AND KILIC, A.N. **Numerical Investigation of Different Superstructure LoadingType Effects in Mat Foundations.** International Journal of Civil Engineering. Iran, 2016.
- SOUZA F.A. **Radier simples, armado e protendido – Teoria e prática.** Campinas – São Paulo, 2017.
- SOUZA, R.A. E REIS, J.H.C. **Interação sobre solo-estrutura para edifícios sobre fundações rasas.** Acta Scientiarum. Technology, Vol. 30, No. 2, pp 161-171, 2008.
- TABSH, S.W. & EL-EMAM, M.M. **Finite element-based parametric analysis of mat foundations.** Numerical Methods in Geotechnical Engineering – Hicks, Brinkgreve & Rohe. Editor, Taylor & Francis Group, London, 2014.
- TABSH, S.W., EL-EMAM, M. AND PARTAZIAN, P. **Numerically Based Parametric Analysis of Mat Foundations.** Practice Periodical on Structural Design and Construction-ASCE. 2020.
- TEXEIRA, A.H.; GODOY, N.S. **Análise, projeto e execução de fundações rasas.** In: FUNDAÇÕES: Teoria e Prática. São Paulo: PINI, 1996. p. 227-264.
- TENG, W. C. **Foundation Design.** 13<sup>a</sup> impressão, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1962, 465 p.
- VELLOSO, D.A. E LOPES, F.R. **Fundações – Volume completo.** Oficina de Textos, São Paulo, 2011.
- YAMASHITA, K., HAMADA, J. AND YAMADA, T., **Field measurements on piled rafts with grid-form deep mixing walls on soft ground.** Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS & AGSSEA, Vol. 42, No. 2, pp. 1–10, 2011.