Revista Tecnológica - Universidade Estadual de Maringá - ISSN 1517-8048
DOI: 10.4025/revtecnol.v33i1.72312

COMPARAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MODELOS CONSTITUTIVOS MODIFICADOS DE CARREIRA E CHU PARA UHPC ATRAVÉS DE REGRESSÃO NÃO LINEAR.

COMPARISON OF PARAMETERS FROM MODIFIED CONSTITUTIVE MODELS BY CARREIRA AND CHU FOR UHPC THROUGH NON-LINEAR REGRESSION.

Guilherme Naoto Endo [1]
Romel Dias Vanderlei [2]

Resumo: O modelo constitutivo Carreira & Chu (1985), que descreve o comportamento tensão por deformação do concreto sob compressão simples, é amplamente empregado em análises de matrizes cimentícias devido à sua simplicidade. No entanto, esse modelo apresenta limitações ao lidar com concretos e argamassas contendo fibras, como é o caso específico do UHPC. Para superar essas limitações, foram propostas alterações do modelo por Ezeldin & Balaguru (1992) e por Mansur et al. (1999). Este estudo tem como objetivo uma abordagem computacional com regressões não lineares, desenvolvidas na linguagem R, e otimização de Leverberg–Marquardt para ajuste dos parâmetros para o comportamento à compressão do UHPC. Os dados utilizados para validação foram provenientes de ensaios à compressão em UHPC com adição de 1% e 2% de fibras metálicas. Os modelos convergiram de maneira satisfatória para os ensaios realizados. O modelo de Mansur et al. (1999) destacou-se principalmente na representação dos comportamentos nos pós-picos.

Palavras-chaves: Modelo Constitutivo; Carreira e Chu; UHPC; Fibras; Regressão não linear.

Abstract: *The Carreira & Chu (1985) constitutive model, which describes the stress-strain behavior of concrete under simple compression, is widely employed in analyses of cementitious matrices due to its simplicity. However, this model has limitations when dealing with concretes and mortars containing fibers, as is the specific case with UHPC. To overcome these limitations, modifications to the model have been proposed by Ezeldin & Balaguru (1992) and by Mansur et al. (1999). This study aims for a computational approach using nonlinear regressions, developed in the R language, and Leverberg–Marquardt optimization for parameter adjustment for the compression behaveor of UHPC. The validation data were obtained from compression tests on UHPC with the addition of 1% and 2% metallic fibers. The models satisfactorily converged to the performed tests. The model by Mansur et al. (1999) stood out mainly in representing post-peak behaviors.*

Keywords: *Constitutive Model; Carreira and Chu; UHPC; Fibers; Non-linear Regression.*

[1]*Universidade Estadual de Maringá, Campus Maringá – Brasil, e-mail: guilherme_naoto@outlook.com*
[2] *Universidade Estadual de Maringá, Campus Maringá – Brasil, e-mail: rdvanderlei@uem.br*

Revista Tecnológica - Universidade Estadual de Maringá - ISSN 1517-8048
DOI: 10.4025/revtecnol.v33i1.72312

1 Introdução

O modelo constitutivo analítico proposto por Carreira & Chu (1985) foi desenvolvido como uma alternativa para representar a resposta tensão-deformação do concreto simples sob compressão. Conforme destacado por Alsomiri et al., (2023), devido à sua simplicidade, este modelo tem sido extensivamente empregado por diversos pesquisadores para descrever o comportamento à compressão do Concreto de Ultra Alto Desempenho (UHPC).

Este modelo leva em consideração três parâmetros fundamentais: a máxima tensão à compressão ($\sigma_{máx}$), a deformação correspondente à tensão máxima ($\varepsilon_{máx}$) e um parâmetro β, que representa a forma da curva tensão-deformação característica do material. O valor de β pode ser determinado mediante a relação entre os dois primeiros parâmetros e o módulo de elasticidade inicial (E_{it}), conforme expresso na Eq. (1). A forma matemática completa do modelo é apresentada na equação Eq. (2), onde ε_f representa a deformação última.

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{\sigma_{máx}}{\varepsilon_{máx}.E_{it}}} \qquad \beta \geq 1.0 \quad \varepsilon \leq \varepsilon_f \tag{1}$$

$$\sigma(\varepsilon) = \sigma_{máx} . \frac{\beta.\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{máx}}\right)}{\beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{máx}}\right)^{\beta}} \tag{2}$$

No entanto, o modelo apresenta limitações, principalmente por não considerar os efeitos mecânicos proporcionados pelas fibras, especialmente no pós-pico, onde as fibras alteram consideravelmente a ductibilidade do material. Assim algumas adaptações foram desenvolvidas com finalidade de adequar essa equação. Ezeldin & Balaguru (1992) adequaram o modelo para concreto de alta resistência com fibras. Os autores separaram o comportamento da curva em dois limites. Por meio de ferramentas estatísticas identificaram o melhor ajuste para a relação do parâmetro β e propuseram modificações para outro parâmetro (β) no pós-pico assim é introduzido um novo parâmetro substituindo β por um segundo parâmetro β_1.

Mansur et al. (1999) também dividiu o comportamento em dois trechos distintos, separados pela tensão máxima. No entanto, mantêm um mesmo parâmetro β para ambos os trechos, e introduz dois parâmetros de correção, k_1 e k_2, fatores que multiplicam o β nos estágios pós-pico, conforme expresso na equação Eq. (3). O modelo de Ezeldin & Balaguru (1992) pode ser tratado como um caso especial do modelo de Mansur et al. (1999), onde $\beta = \beta_1.n$ e $n = k_1 = k_2$.

Revista Tecnológica - Universidade Estadual de Maringá - ISSN 1517-8048
DOI: 10.4025/revtecnol.v33i1.72312

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} \sigma_{máx} \cdot \dfrac{\beta.\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{máx}}\right)}{\beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{máx}}\right)^{\beta}} & para\ \varepsilon \leq \varepsilon_{máx} \\ \sigma_{máx} \cdot \dfrac{\beta.k_1.\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{máx}}\right)}{\beta.k_1 - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{máx}}\right)^{\beta.k_2}} & para\ \varepsilon > \varepsilon_{máx} \end{cases} \quad (3)$$

Este estudo utiliza regressões não lineares, implementadas por um algoritmo em linguagem R com otimização de Leverberg–Marquardt, como método alternativo para determinar os parâmetros (β, n, k_1 e k_2) que proporcionem o melhor ajuste às curvas experimentais coletadas de UHPC com adições de 1% e 2% de fibras. Além disso, será realizada uma comparação entre os modelos constitutivos para regressão com deformação limite (ε_{lim}) de 1% e 1,4% para avaliar a eficácia de cada abordagem na descrição do comportamento do material.

2 Desenvolvimento

Foram obtidos dados experimentais de ensaios de compressão em corpos de prova cilíndricos com 5 cm de diâmetro e 10 cm de altura, realizados por três pesquisadores distintos (Krahl, 2018; Oliveira, 2019; Ribeiro, 2022). Os resultados desses ensaios no UHPC-1% e UHPC-2%, ou seja, com a inclusão de fibras nas proporções de 1% e 2% em relação ao volume, foram extraídos das imagens apresentadas nesses estudos, utilizando o método de captura de pontos por determinação de coordenadas em imagem raster. No total, foram coletados 12 ensaios para cada porcentagem de fibras, distribuídos entre 6 do primeiro autor, 5 do segundo e 1 do terceiro. A coleta desses pontos teve como objetivo garantir uma distribuição aproximadamente equidistante em relação ao eixo x (deformação).

Os ensaios foram compilados em um banco de dados, separados pela quantidade de adição de fibras, e submetidos a regressão não linear para cada um dos modelos, foi determinado o limite da regressão para uma deformação máxima (ε_{lim}) de 1,0% e de 1,4% e utilizado o comando “nlsLN” da linguagem de programação R para ajuste dos parâmetros e da curva.

Os resultados obtidos convergiram de maneira consistente em todas as análises conduzidas para cada modelo, considerando uma tolerância de convergência estabelecida em 11,49.10 -08. Os valores estimados para cada parâmetro, acompanhados do erro padrão, t-valor, p-valor e erro residual correspondentes a cada regressão separa por quantidade de adição de

Revista Tecnológica - Universidade Estadual de Maringá - ISSN 1517-8048
DOI: 10.4025/revtecnol.v33i1.72312

fibras, a regressão feita para os dados até a deformação limite de 1% e 1,4% apresentados na Tabela 1 e Tabela 2.

Tabela 1 - Resultados da regressão não linear para cada autor (ε_{lim} = 1,0%)

Carreira & Chu						
		Resultado	Erro padrão	t valor	p valor	Erro residual
UHPC-1%	β	4.67284	0.07116	65.67	< 2e-16	16.14
UHPC-2%	β	3.91262	0.05072	77.13	< 2e-16	15
Ezeldin & Balaguro						
		Resultado	Erro padrão	t valor	p valor	Erro residual
UHPC-1%	β	8.35457	1.35645	6.159	1.84E-09	15.74
	n	0.55271	0.09012	6.133	2.13E-09	
UHPC-2%	β	6.09356	0.70868	8.598	2.35E-16	14.6
	n	0.63563	0.07437	8.547	3.42E-16	
Mansur et.al.						
		Resultado	Erro padrão	t valor	p valor	Erro residual
UHPC-1%	β	8.35457	1.21022	6.903	2.10E-11	14.04
	k1	0.21258	0.03696	5.751	1.81E-08	
	k2	0.38321	0.05796	6.611	1.28E-10	
UHPC-2%	β	6.09355	0.63886	9.538	< 2e-16	13.16
	k1	0.28767	0.03963	7.259	2.34E-12	
	k2	0.46214	0.05216	8.86	< 2e-16	

Tabela 2 - Resultados da regressão não linear para cada autor (ε_{lim} = 1,4%)

Modelo de Carreira & Chu						
		Resultado	Erro padrão	t valor	p valor	Erro residual (MPa)
UHPC-1%	β	4.02721	0.05935	67.86	< 2E-16	18.98
UHPC-2%	β	3.32338	0.03992	83.25	<2E-16	18.37
Modelo de Ezeldin & Balaguro						
		Resultado	Erro padrão	t valor	p valor	Erro residual (MPa)
UHPC-1%	β	8.3544	1.60	5.24	6.5E-12	18.51
	n	0.475	0.09	5.22	7.6E-12	
UHPC-2%	β	6.09356	0.86638	7.033	6.50E-12	17.85
	n	0.53953	0.07697	7.01	7.60E-12	
Modelo de Mansur et.al.						
		Resultado	Erro padrão	t valor	p valor	Erro residual (MPa)
UHPC-1%	β	8.35457	1.18673	7.04	6.10E-12	13.77
	k1	0.10799	0.01731	6.239	9.11E-10	
	k2	0.26395	0.03868	6.825	2.45E-11	
UHPC-2%	β	6.09356	0.64329	9.472	< 2E-16	13.26
	k1	0.15184	0.01908	7.957	1.15E-14	
	k2	0.3228	0.03578	9.022	< 2E-16	

Revista Tecnológica - Universidade Estadual de Maringá - ISSN 1517-8048
DOI: 10.4025/revtecnol.v33i1.72312

Adotando um limite de significância de 5%, expresso pelo coeficiente de p-valor inferior a 5%, conclui-se que todos os parâmetros exibem p-valor inferior a 5%, portanto significância estatística. Com base nos resultados obtidos, foram gerados gráficos de curva tensão-deformação para o UHPC-1% e UHPC-2% com os dois diferentes limites impostos a regressão (ε_{lim}) de 1% e 1,4%, os quais estão apresentados na Figura 1.

Conforme previsto, o modelo proposto por Mansur et al. (1999), devido à sua amplitude, conduziu a regressões com menores erros residuais em todas as análises. A disparidade torna-se mais evidente à medida que o valor do limite para a regressão (ε_{lim}) aumenta, indicando uma melhor adaptação do modelo ao comportamento pós-pico. Entretanto, observa-se que o erro residual não apresenta uma alteração significativa no modelo ao variar o ε_{lim} de 1,0 para 1,4%.

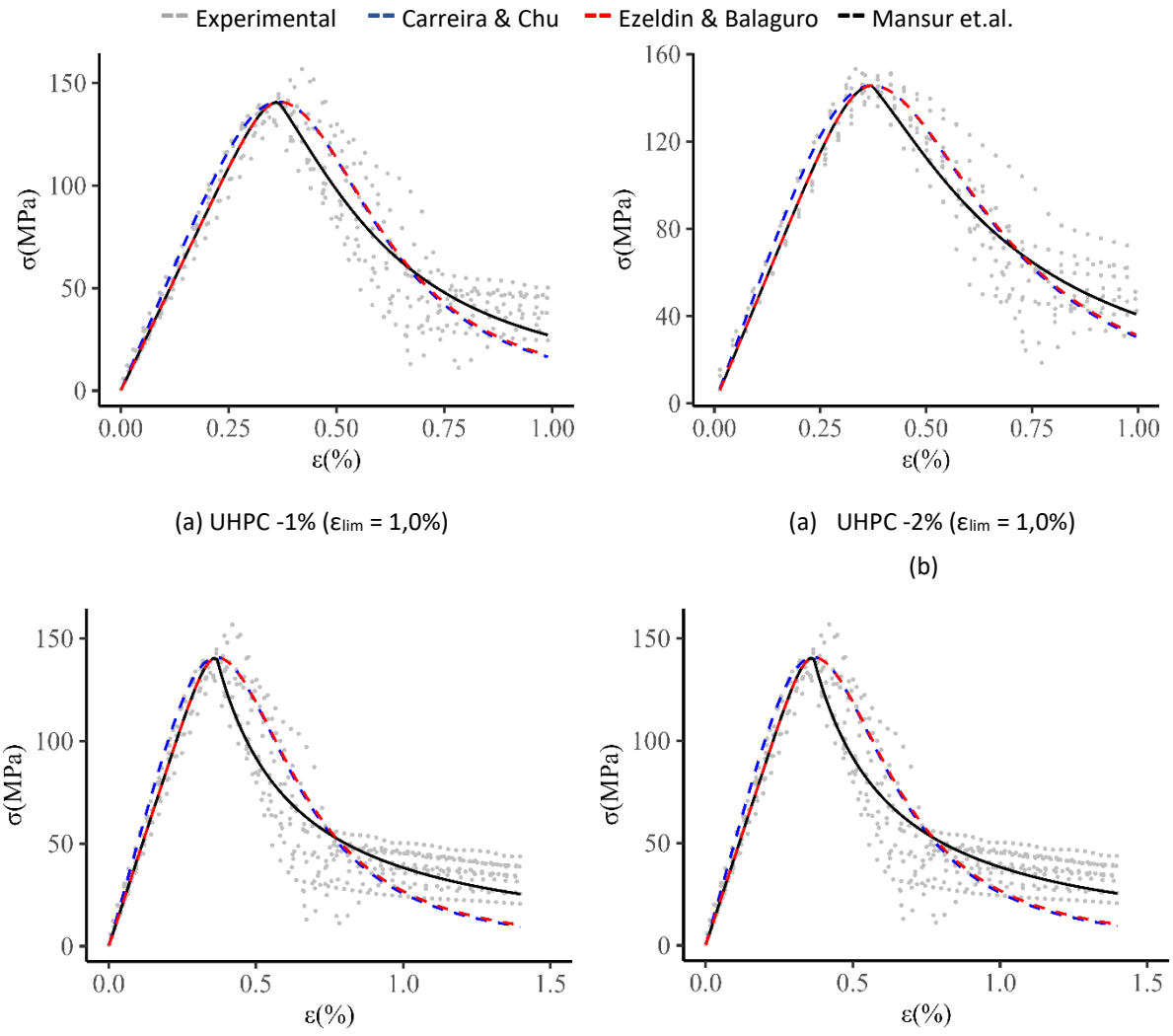

Figura 1 - Resultados gráficos dos modelos obtidos pela regressão computacional

Revista Tecnológica - Universidade Estadual de Maringá - ISSN 1517-8048
DOI: 10.4025/revtecnol.v33i1.72312

Outra observação interessante é o fato dos coeficientes k_1, k_2 e n resultarem em valores menores que 1, ou seja são valores que minoram o β inicial. Logo se consideramos apenas Eq. (2) e substituirmos o β inicial por esses novos valores, os resultados obtidos são valore maiores de E_{it}, como se o material se comportasse como um outro material com maior rigidez nos pós pico. Isso evidencia provavelmente o efeito protagonista das fibras no pós-pico, visto que sua contribuição gradualmente cresce conforme avança a degradação da matriz cimentícia.

Os βs diminuem à medida que o volume de fibras aumenta o que evidencia um aumento no módulo de elasticidade, no entanto, com o acréscimo de fibras os valores dos outros parâmetros decresceram.

De acordo com a proposição de Carreira & Chu (1985) utilizando da Eq. (2) e com os β encontrados nas regressões é possível estimar o módulo de elasticidade tangencial inicial (E_{it}). Os resultados estipulados de (E_{it}) utilizando essa equação para todos os modelos são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – E_{it} calculado usando equações de CARREIRA & CHU (1985) (β)

		Carreira & Chu	Ezeldin & Balaguro	Modelo de Mansur et.al.
	ε_{lim}	E_{it} (GPa)	E_{it} (GPa)	E_{it} (GPa)
UHPC-1%	1,0%	48.9	43.7	43.7
	1,4%	51.2	43.7	43.7
UHPC-2%	1,0%	51.7	46.0	46.0
	1,4%	55.0	46.0	46.0

Observa-se que, devido à predominância da distribuição dos pontos em torno da tensão máxima no pós-pico, a regressão para o modelo de Carreira & Chu (1985), utilizando a equação do β Eq. (2), tende a superestimar o E_{it}, o que resulta em uma diferença acentuada para ε_{lim} = 1,4%. Devido à segmentação em dois trechos que os modelos modificados apresentam, os valores de β não sofreram alterações significativas. Portanto, os valores calculados para E_{it} são coerentes e permaneceram inalterados ao transitar de ε_{lim} = 1,0% para ε_{lim} = 1,4%.

4 Conclusões

A análise por regressão não-linear computacional demonstrou ser uma ferramenta eficaz na obtenção e avaliação dos parâmetros dos modelos constitutivos investigados. Os modelos convergiram de maneira satisfatória para os ensaios realizados em UHPC-1% e UHPC-2%. Entre os três modelos avaliados, o modelo proposto por Mansur et al. (1999)

Revista Tecnológica - Universidade Estadual de Maringá - ISSN 1517-8048
DOI: 10.4025/revtecnol.v33i1.72312

destacou-se ao apresentar os melhores resultados, principalmente na representação dos comportamentos nos pós-picos. O modelo de Ezeldin & Balaguru (1992) posicionou-se como uma alternativa intermediária, exibindo um comportamento semelhante ao de Mansur et al. (1999) no primeiro trecho e uma resposta análoga ao modelo de Carreira & Chu (1985) nos pós-picos.

Uma vantagem notável do modelo de Ezeldin & Balaguru (1992), quando comparado ao de Carreira & Chu (1985) utilizando a regressão não-linear computacional, foi a melhor correspondência no pré-pico com os dados experimentais. Isso permitiu uma validação mais precisa da relação proposta por Carreira & Chu (1985) entre o parâmetro β da regressão e o Módulo de Elasticidade Tangente (E_{it}) para o UHPC. Por outro lado, o modelo de Mansur et al. (1999) devido à sua complexidade, mostrou-se mais adequado para análises mais detalhadas, especialmente em deformações mais elevadas.

Para a análise com ε_{lim} = 1%, as diferenças entre os modelos nos erros residuais, para uma mesma quantidade de fibras, não ultrapassaram 2,1 MPa. Essa constatação sugere que, em condições específicas, a escolha entre os modelos pode depender das características e objetivos da análise a ser realizada.

Agradecimentos

Este estudo foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Referências

ALSOMIRI, M.; LIU, Z.; ABADEL, A. A.; LI, M. **Revision and development of material models of ultra-high performance concrete containing coarse aggregate and applications in structural-level flexural response predictions**. Structures, v. 51, p. 332–350, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.03.058. Acesso em 10 de Novembro de 2023.

CARREIRA, D. J.; CHU, K.-H. **Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression**. ACI Journal, v. 82, n. 6, p. 797–804, 1985.

EZELDIN, S.; BALAGURU, P. N. **Normal and High Strength Fiber Reinforced Concrete under Compression**. Journal of Materials in Civil Engineering, v. 4, p. 415–429, 1992.

KRAHL, P. A. **Lateral stability of ultra-high performance fiber-reinforced concrete beams with emphasis on transitory phases** [Doctoral dissertation]. University of São Paulo, Engineering School of São Carlos, São Carlos, 2018.

Revista Tecnológica - Universidade Estadual de Maringá - ISSN 1517-8048
DOI: 10.4025/revtecnol.v33i1.72312

MANSUR, B. M.; CHIN, M. S.; WEE, T. H. **Stress-Strain Relationship of High-Strength Fiber Concrete in Compression**. Journal of Materials in Civil Engineering, v. 11, p. 21–29, 1999.

OLIVEIRA, C. e O. **Estudo numérico e experimental da distribuição das fibras de aço em vigas UHPFRC** [Doutorado thesis]. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

RIBEIRO, P. de O. **Contributions to a constitutive model for Ultra-High Performance Fiber-Reinforced Concrete** [Doctoral dissertation]. University of São Paulo, São Carlos, 2022.