

ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE CÁLCULOS MENTAIS E OS NÍVEIS DE CONSTRUÇÃO DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

STRATEGIES FOR RESOLUTION OF MENTAL CALCULATIONS AND LEVELS CONSTRUCTION ARITHMETIC OPERATIONS

Karen Hyelmager Gongora Bariccatti¹

Rosely Palermo Brenelli²

Resumo

A presente pesquisa analisou as estratégias de resolução de cálculos mentais de adições e de subtrações, em estudantes que cursavam a terceira e a quinta série do Ensino Fundamental. Além disso, fundamentada no construtivismo de Jean Piaget, identificou níveis de construção das operações aritméticas, em situações que envolviam igualação de quantidades e construção de diferenças (interdependências entre adições e subtrações), o que possibilitou, então, verificar as relações entre as estratégias de resolução de cálculos e os níveis de construção das operações aritméticas. Os participantes desta pesquisa foram estudantes de escolas municipais e estaduais da cidade de Toledo-PR, totalizando vinte alunos da terceira série e vinte alunos da quinta série. Após a análise qualitativa e quantitativa dos dados, pode-se afirmar a correlação entre a resolução dos cálculos mentais e os níveis de construção das operações de adição e subtração. Assim, os estudantes que apresentaram níveis mais avançados nas provas piagetianas, alcançaram mais acertos nas resoluções e o uso de estratégias mais elaboradas. Tais resultados foram identificados como independentes da série dos estudantes e dependentes dos níveis cognitivos. Finaliza-se com as implicações educacionais do estudo que visa resgatar a importância do cálculo mental, fato pouco considerado em propostas curriculares do oeste do Paraná.

Palavras-Chave: Cálculo mental; Construtivismo; Adição; Subtração.

Abstract

This research examined the strategies for solving mental arithmetic additions and subtractions in students who attended the third and fifth grade on. Furthermore, based on constructivism of Jean Piaget identified levels of construction of the arithmetic operations, in situations involving equalization of quantities and construction of differences (interdependencies between additions and subtractions), which allowed then to examine relationships between the strategies of resolution calculations and levels of construction of the arithmetic operations. The participants in this study were students from state and municipal schools of the city of Toledo-PR, totaling twenty students from third grade and twenty fifth graders. After a qualitative and quantitative data, we could say the correlation between the resolution of mental calculations and levels of construction operations of addition and subtraction. Thus, students who had higher levels of test Piaget, achieved a better score in the resolutions and the use of more elaborate strategies. These results were identified as independent of the number of students and dependents of cognitive levels. Ends with the educational implications of the study that seeks to rescue the importance of mental calculation, a fact not sufficiently appreciated in the curricular proposals in western Paraná.

Keywords: Mental calculation; Constructivism; Addition, Subtraction.

INTRODUÇÃO

As discussões e a apresentação de propostas para o ensino e a aprendizagem da matemática

não são recentes. Tais discussões, no Brasil, intensificaram-se com o movimento escolanovista nas décadas de 1930 e 1940, que buscou acompanhar o cenário internacional da época. No entanto, o ideário de tal movimento, o qual

¹ Doutora em Educação/UNICAMP e pedagoga da Universidade Tecnológica Federal do Paraná UTFPR-campus Toledo.

² Doutora em Educação/UNICAMP e professora assistente do Departamento de Educação/UNICAMP.

preconizava uma matemática mais concreta e significativa para o aluno, de acordo com o seu desenvolvimento cognitivo, não chegou a ser disseminado em todo o país para, dessa maneira, influenciar e/ou alterar a metodologia tradicional das salas de aula. De acordo com Fiorentini (1995, p. 5), até o final da década de 1950, no Brasil, o ensino de matemática foi caracterizado pela “ênfase às idéias e formas da matemática clássica, sobretudo ao modelo euclidiano e à concepção platônica de matemática”, salvo raras exceções. Nas décadas de 1960 e 1970, prevalecendo uma visão behaviorista de aprendizagem, configura-se uma maneira tecnicista de conceber a matemática e a ênfase recai sobre o treino de habilidades estritamente técnicas, o apego a fórmulas e definições. Assim, o rigor e a precisão da linguagem matemática são valorizados “como se a matemática não tivesse relação com interesses políticos e sociais” (FIORENTINI, 1995, p.16). A partir da década de 1980, começam a surgir novos questionamentos sobre o ensino da matemática e as primeiras linhas de pesquisa de uma comunidade nacional de investigação da Educação Matemática. Tais questionamentos seguem até a atualidade, no sentido de que ainda se busca um ensino significativo, transdisciplinar, de caráter investigativo, motivador, ligado a aspectos culturais e sociais na área matemática.

Para Piaget (1977, p.10), o ensino, em todas as suas formas, abarca três problemas centrais, “cuja solução está longe de ser alcançada e dos quais se pode indagar como serão resolvidos senão com a colaboração dos mestres ou de uma parte deles”. Observa-se a atualidade desses problemas, a seguir descritos. O primeiro problema central é formulado pela questão: qual é o objetivo desse ensino? Acumular conhecimentos úteis? (Mas em que sentido são úteis?) Aprender a aprender? Aprender a inovar, a produzir o novo em qualquer campo tanto quanto no saber? Aprender a controlar, a verificar ou simplesmente repetir?

O segundo problema refere-se aos objetivos do ensino: escolhidos esses objetivos (por quem ou com o consentimento de quem?), resta determinar, ainda, quais são os ramos (ou detalhe dos ramos) necessários, indiferentes ou contraindicados para atingi-los: os da cultura, os do raciocínio e, sobretudo (o que não consta de um grande número de programas), os ramos da experimentação, formadores de um espírito de descoberta e de controle ativo? Como problema

final, ressalta o autor: escolhidos os ramos, resta conhecer suficientemente as leis do desenvolvimento mental para encontrar os métodos mais adequados ao tipo de formação educativa desejada.

Um marco importante, dentre tantas contribuições, e que parece sempre atual, é sua preocupação com a Educação Matemática. Conforme Piaget (1972), a orientação dada a essa educação depende do sentido epistemológico que o desenvolvimento psicológico recebe, bem como a aquisição das operações e das estruturas lógico-matemáticas. Assim, Piaget (1972, p.8) afirma que seria justificável colocar a ênfase nas explicações do professor, na “transmissão de verdades” prontas, e insistir na utilização da linguagem axiomática, sem muita preocupação a respeito das idéias das crianças, se “o platonismo está certo ao considerar que as entidades matemáticas existem independentemente do sujeito, ou se o positivismo lógico está correto ao reduzir as entidades matemáticas a uma sintaxe e a uma semântica gerais”.

Diante do exposto, centraliza-se a preocupação da pesquisa na coexistência de posturas didáticas diferentes para o tratamento de conceitos matemáticos e de estratégias de cálculos das operações aritméticas no sistema educacional. É bastante difundida a visão de que os conceitos numéricos são construídos pelas crianças e várias pesquisas têm ressaltado esse aspecto de construção do conhecimento. Por outro lado, os procedimentos de cálculos, sejam escritos ou mentais, são vistos ainda, no espaço escolar, como conteúdos para serem observados e empiricamente retidos. Assim, a ênfase recai no ensino de “como fazer” para resolver as adições, as subtrações, as multiplicações, as divisões. Logo, ensinam-se as regras a serem memorizadas. Torna-se uma visão bastante reduzida da matemática concebendo-a como uma repetição de cálculos e fórmulas e a realização infundável de exercícios. Nesse sentido, de apresentar hipóteses construtivas para os conceitos e para a compreensão da resolução dos cálculos mentais, insere-se este estudo.

CÁLCULOS MENTAIS

Estudos recentes têm investigado as diferentes estratégias de resolução de cálculos mentais e escritos em situações escolares, com crianças em diferentes idades. Por cálculo mental

compreende-se a utilização de diversos invariantes lógico-matemáticos, também presentes no uso de algarismos escritos, como as propriedades associativa, distributiva e comutativa no momento de evocação de uma resposta (CORREA, 2004). Assim, longe de ser sinônimo de memorização mecânica de fatos numéricos, o cálculo mental destaca-se pela articulação de procedimentos para a obtenção de resultados exatos ou aproximados. Parra (1996), diferencia o cálculo automático ou mecânico (uso de um algoritmo ou de um material) e o cálculo pensado ou refletido e dessa forma o define

Entenderemos por cálculo mental o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados. Os procedimentos de cálculo mental se apóiam nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações, e colocam em ação diferentes tipos de escrita numérica, assim como diferentes relações entre os números (PARRA, 1996, p.89).

A autora ao constatar a pouca teorização sobre o cálculo mental e sua relação na construção dos conhecimentos matemáticos, destaca algumas hipóteses didáticas para seu ensino em anos iniciais. A primeira hipótese é a de que as aprendizagens no terreno do cálculo mental influem na capacidade de resolver problemas. Parra (1996, p.96) assim exemplifica as relações numéricas que podem ser desencadeadas, em 24:

*20+4, se temos que dividi-lo por 4, por 2 ou por 10;
12+12, se se quer a metade;
25-1, se se quer multiplicar por 4;
21+3, se se quer saber que dia da semana será 24 dias mais tarde;
próximo a 25%, se se quer fazer uma estimativa em um problema de porcentagem;
6X4, se se quer prever quantos pacotes de seis sabonetes podem ser feitos...*

A segunda hipótese é a de que o cálculo mental aumenta o conhecimento no campo numérico. Quando o cálculo passa a ser objeto de reflexão é possível que o estudante analise os dados, estabeleça relações, tire conclusões, seja capaz de fundamentá-las, confirme sua hipótese de várias maneiras, reconheça as situações que

não funcionam, estabeleça os limites do que encontrou. Como terceira hipótese, o trabalho com o cálculo mental habilita para uma maneira de construção do conhecimento que favorece uma melhor relação do aluno com a matemática. Assim, vai além de técnicas arbitrárias em que os alunos sentem-se fora do processo de construção do conhecimento e passam a interagir mais pessoalmente em todo esse processo.

A quarta hipótese é a de que o trabalho de cálculo pensado deve ser acompanhado de um aumento progressivo do cálculo automático. Nesse sentido, o cálculo mental é uma via de acesso para a compreensão e construção de algoritmos e sua ferramenta de controle, entende-se, portanto, “que um bom domínio do repertório aditivo é condição necessária, porém não suficiente para a aquisição do algoritmo da soma” (PARRA, 1996, p.200).

Os resultados positivos sobre o trabalho com o cálculo mental em escolas também foram apresentados nas pesquisas de Butlen e Pezard (1992, 2000), Gómez (1995), Lethielleux (2001), Anselmo e Planchette (2006). De acordo com Sanches, Baptista e Marzola (2008) esse cálculo se apóia nas diferentes maneiras de calcular e na possibilidade de eleger a melhor maneira para a resolução de cada uma das situações. É um recurso que estimula as crianças a agirem com mais segurança na resolução de situações-problema, elas compreendem melhor as técnicas usuais de cálculo escrito, tornam-se mais autônomas. Para as autoras, o cálculo mental é um importante recurso pedagógico ainda pouco explorado pelas escolas.

Neste sentido, Boulay, Le Bihan e Violas (2004) diferenciam duas funções do cálculo mental: a social e a pedagógica. Por função pedagógica entende-se que o cálculo mental permite a construção e o reforço dos conhecimentos relativos à estruturação dos números e suas propriedades, amplia a capacidade de elaboração de estratégias originais, além de auxiliar na resolução de situações-problema. A função social evidencia-se na utilização de cálculos no dia-a-dia, na necessidade de diversificação de estratégias de cálculos mais complexos e na utilização de cálculos aproximados.

A importância do cálculo mental para a aprendizagem de conceitos matemáticos, nos anos iniciais do ensino fundamental, é destacada por Guimarães e Freitas (2008) ao investigarem as

contribuições de práticas regulares de cálculo mental para a ampliação e a construção de novos procedimentos na aprendizagem dos conceitos aditivos e multiplicativos. Através de um levantamento de pesquisas sobre esse tema, destacam que o cálculo mental não é muito estimulado pelas escolas brasileiras e dessa forma, deixam de ser aproveitados os espaços de construção de novos esquemas de ação, os espaços de múltiplas interações em sala de aula, de desenvolvimento de habilidades como a atenção, a memória, a concentração, o que amplia o repertório de cálculos dos alunos e agiliza o seu uso. O professor, ao identificar que invariantes operatórios são mobilizados pelas crianças, nas situações-problema que envolvam o cálculo mental, pode atuar diretamente sobre eles.

As pesquisas apresentadas anteriormente, não descartam o trabalho com os cálculos escritos e com os algoritmos já nas séries iniciais, no entanto, para os autores Ralston, Kamii e Joseph esse ensino chega a ser prejudicial. Para Ralston (1999), há uma diferença a ser considerada na aritmética de papel e lápis (APL) e na aritmética mental. O autor propõe que esta última substitua o cálculo escrito ao melhorarem o sentido numérico, possibilitarem tanto a organização mental em um processo de raciocínio não-trivial, como a variedade de estratégias possíveis para a execução de cálculos. Ele propõe ainda que, caso não se acabe com a aritmética de lápis e papel, o que a seu ver seria o ideal, deve-se adiá-la para séries mais adiantadas.

As autoras Kamii e Joseph (2005) ressaltam como Ralston, o caráter prejudicial do ensino dos algoritmos. Em suas investigações com crianças de segunda série constataram que o ensino desses algoritmos faz com que as crianças desistam de pensar e “desensinam” o valor posicional, impedindo que as crianças desenvolvam o senso numérico. Elas defendem a reinvenção da aritmética pelas crianças, substituindo o que as escolas ensinam sobre as adições, subtrações, multiplicações e divisões. As crianças constroem conceitos numéricos por meio de seu próprio pensamento, sem qualquer instrução, a partir do momento que sujeitam as relações já feitas a novas relações.

Além dos estudos sobre as diferentes estratégias de cálculos, podem ser evidenciados os estudos que ressaltam o papel da memória e o desempenho em aritmética, sugerindo que o tempo de resposta se modifica em função dos

cálculos e do tamanho dos problemas, sendo que situações como $2+2=$, apresentam um tempo de resposta mais rápido que outros cálculos, por exemplo. (SHANE, 2004; BARROUILLET; LEPINE, 2005; JACKSON et al, 2005).

No desenvolvimento das operações aritméticas também estão sendo avaliados o fator do senso numérico (MALOFEEVA et al, 2004; SALLY, CORAL, 2005) e o papel da habilidade de conhecer corretamente a sequência numérica e sua relação com o desempenho em aritmética, sendo que saber contar é um procedimento de resolução que aumenta a habilidade no cálculo, a criança descobre regularidades nas sucessões e pode desencadear estratégias mais novas e precisas para resolver problemas matemáticos (JOHANSSON, 2005).

A PESQUISA

Os participantes desta pesquisa foram quarenta alunos, vinte que frequentavam a terceira série (N=20) e vinte que frequentavam a quinta série (N=20), provenientes de três escolas públicas da cidade de Toledo, PR. A amostra, de natureza justificada, foi composta por estudantes que aceitaram participar da pesquisa e possuíam autorização para tal, de ambos os gêneros, com idades entre 8;6 a 10;2 na terceira série e 10;6 a 13;2 na quinta série. Os estudantes realizaram primeiramente as situações-problema, como as propostas por Lucangeli *et al* (2003), com acompanhamento pela pesquisadora, por meio de anotações e gravações em vídeo. Foram, por volta de três a quatro sessões, de aproximadamente 50 min, para a coleta de dados das resoluções das operações aritméticas. Cada estudante foi testado individualmente. Enquanto eles estavam envolvidos nas resoluções dos cálculos, respondiam a seguinte pergunta: “Você poderia me dizer como resolveu esse cálculo?” As informações repassadas oralmente à pesquisadora e o comportamento não-verbal observado foram registrados nos protocolos de cada um dos estudantes, visando a classificação das estratégias utilizadas nos cálculos. A seguir, foram propostas as situações da prova de igualação de quantidades e construção de diferenças aos estudantes. Para a análise dos dados, no que se refere à resolução de cálculos mentais e escritos, foram utilizadas as categorias propostas por Lucangeli *et al* (2003) e criado um protocolo de pesquisa. Dessa forma, foram quantificados os acertos e os erros dos

estudantes em cada uma das operações aritméticas e o tipo de estratégia utilizada nessas resoluções:

COF= contagem nos dedos. A criança começa por um algarismo, geralmente o maior deles, na operação, e muda até acrescentar ou retirar o menor algarismo, contando em seus dedos unidade após unidade. É frequente o procedimento de contar alto e com ritmo nos movimentos dos dedos das mãos.

CON= contagem mental a partir de um algarismo. É uma estratégia com um nível levemente mais alto de dificuldade, em que a criança é capaz de operar com números de forma representativa, embora ainda movimentos corpóreos possam ocorrer.

1010 ou estratégia de decomposição. As crianças separam os números em unidades e dezenas, somando ou subtraindo-os separadamente, como observado em: $[77+49=(70+40)+(7+9); 77-42=(70-40)+(7-2)]$.

N10= somente o segundo operador é decomposto em unidades e dezenas, como em: $[77+49=(77+10+10+10+10)+9; 52-28=(52-10-10)-8]$.

MA= algoritmo mental. A criança frequentemente resolve os cálculos mentalmente, depois os representa por escrito, movendo da direita para a esquerda para completar os resultados.

C10= formação de dez unidades. A criança forma múltiplos de dez e realiza as operações com maior facilidade, como em: $[43+6=(43+7)-1; 43-7=(43-3)-4]$.

AUTO= cálculos automáticos (recuperação de resultados). A criança resolve automaticamente os cálculos por um processo de recuperação das respostas da memória.

RESULTADOS

Adições com cálculos mentais (43+6; 55+7; 76+49)³

Tabela 01 – Totalização de acertos e de erros dos estudantes da terceira e da quinta série, nas adições com cálculos mentais

Cálculo mental		3ª série		5ª série	
		Acertos	Erros	Acertos	Erros
Adição	43+6	19 (95%)	1 (5%)	20 (100%)	0 (0%)
	55+7	14 (70%)	6 (30%)	17 (85%)	3 (15%)
	76+49	9 (45%)	11 (55%)	10 (50%)	10 (50%)

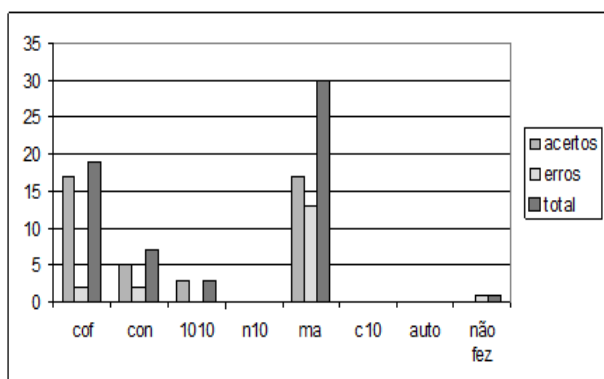
Os resultados das adições com cálculos mentais estão organizados na Tabela 01. Constatase que a proporção de acertos reduz, nas duas séries, conforme são apresentadas situações mais complexas na adição. Em 43+6, uma parte dos estudantes de terceira e quinta séries iniciou a adição pelas unidades (3+6) totalizando nove e acrescentou as dezenas, nesse caso, a contagem nos dedos foi um recurso que garantiu o resultado correto. Também, grande parte dos estudantes, conservou a parcela 43 e continuou a contagem acrescentando mais seis unidades. Em 55+7, o total das unidades é doze, assim os estudantes deveriam adicionar mais uma dezena, obtendo-se o resultado 62; os erros observados foram no cálculo com resultados 61 ou 63, bem próximos ao resultado correto. A forma de resolução mais utilizada pelos estudantes foi a de conservar a parcela 55 e continuar a contagem nos dedos até o 62. Em 76+49, temos acréscimos nas unidades e dezenas; nesse caso, a forma de resolução mais utilizada foi a estratégia de algoritmos mentais (MA), em que os estudantes armam mentalmente a operação iniciando por 6+9 unidades e a seguir, 7+4 dezenas. Os erros mais observados foram nos cálculos obtendo-se totais como 119, 108, 128, 145, entre outros, e não o correto 125.

A operação 43+6 foi resolvida com acerto por dezenove estudantes de terceira série e uma resolução incorreta. A operação 55+7 foi resolvida corretamente por quatorze alunos e apresentando erros, por seis alunos. A operação 76+49 foi resolvida com acerto por nove estudantes e com erro, por onze. A análise das respostas dos estudantes de terceira série, para as adições com cálculos mentais propostas, identifica as estratégias de uso dos algoritmos mentais (MA) e de contagem nos dedos (COF), como as mais utilizadas. A essa análise, pode-se adicionar o Gráfico 01, que ilustra a distribuição das estratégias utilizadas pelos participantes de terceira série. Os acertos totalizaram dezessete utilizações da estratégia MA e dezessete da estratégia COF. Foram contabilizadas cinco utilizações corretas da estratégia de contagem mental a partir de um algarismo (CON) e três utilizações da estratégia de decomposição 1010,

³ Estratégias de cálculos mentais nas adições e subtrações: COF (contagem nos dedos); CON (contagem mental a partir de um algarismo); 1010 (decomposição); N10 (decomposição); MA (algoritmo mental); C10 (formação de dez unidades); AUTO (cálculos automáticos)

como em $76+49 = (70+40)+(6+9)$. Os erros na utilização das estratégias totalizaram treze utilizações da estratégia MA, duas utilizações da estratégia COF, duas da CON e um estudante não conseguiu resolver a adição. As estratégias N10, C10 e AUTO não foram utilizadas pelos estudantes da terceira série.

Gráfico 01: Distribuição das estratégias utilizadas pelos estudantes da terceira série, nas adições com cálculos mentais

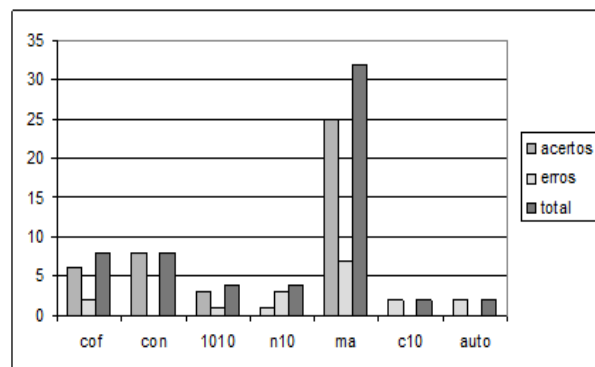


Cof- contagem nos dedos, Con- contagem mental, 1010- decomposição, N10- decomposição, Ma- algoritmo mental, C10- formação de dez unidades, Auto- recuperação automática dos resultados

No caso da quinta série, a operação $43+6$ foi resolvida com acerto por todos os alunos. A operação $55+7$ foi resolvida corretamente por dezessete alunos e com erros, por três alunos. A operação $76+49$ foi resolvida com a mesma proporção de dez acertos e dez erros. A análise das respostas dos estudantes de quinta série para as adições com cálculos mentais propostas, identifica a utilização de estratégias de algoritmos mentais (MA), de contagem mental (CON) e contagem nos dedos (COF) como as três mais utilizadas. Os acertos totalizaram quarenta e sete operações resolvidas, com as seguintes estratégias: vinte e cinco utilizações da estratégia MA, oito da estratégia CON e seis da estratégia COF, além de três utilizações corretas da estratégia 1010. Dois estudantes resolveram a adição com a estratégia C10, de formação de dez unidades, como em $76+49=(76+50)-1$, outros dois utilizaram a de recuperação automática de resultados AUTO e uma utilização da estratégia N10, como no exemplo $76+49=$, em que a segunda parcela é decomposta $(76+10+10+10+10)+9$. Os erros no uso das estratégias totalizaram treze utilizações, assim

distribuídas: sete utilizações da estratégia MA, três utilizações da estratégia N10, duas da COF e uma da estratégia 1010. O Gráfico 02 ilustra os resultados anteriormente descritos.

Gráfico 02: Distribuição das estratégias utilizadas pelos estudantes da quinta série, nas adições com cálculos mentais



Cof- contagem nos dedos, Con- contagem mental, 1010- decomposição, N10- decomposição, Ma- algoritmo mental, C10- formação de dez unidades, Auto- recuperação automática dos resultados

Subtrações com cálculos mentais (43-7; 52-28; 51-16)⁴

Os resultados para a subtração com cálculos mentais estão expressos na Tabela 02. Observa-se que os resultados são semelhantes para as duas séries e, no caso da terceira subtração proposta, a quinta série apresentou resultados inferiores aos da terceira série.

Tabela 02 – Totalização de acertos e de erros dos estudantes da terceira e da quinta série, nas subtrações com cálculos mentais

Cálculo mental		3ª série		5ª série	
		Acertos	Erros	Acertos	Erros
Subtração	43-7	13 (65%)	7 (35%)	13 (65%)	7 (35%)
	52-28	7 (35%)	13 (65%)	6 (30%)	14 (70%)
	51-16	10 (50%)	10 (50%)	7 (35%)	13 (65%)

⁴ Estratégias de cálculos escritos nas adições e subtrações: CAR+ (tabulando com uma escrita contínua das operações); CAR- (uso de algoritmos); AUTO (cálculos automáticos)

As subtrações foram resolvidas pelos estudantes de terceira série com a totalização de treze acertos e sete erros, em 43-7. A possibilidade de acompanhar a resolução dessa subtração com a contagem nos dedos, garantiu uma maior proporção de acertos. O mesmo não ocorreu em 52-28, que apresentou sete acertos e treze erros, existindo dificuldades no momento dos estudantes serem solicitados a subtrair tanto as unidades, quanto as dezenas. Tais erros ocorreram pela utilização da propriedade comutativa, que é existente na adição, mas não produz acertos na subtração; é inexistente nesse caso. Assim, os estudantes aplicaram essa propriedade e resolveram no caso das unidades de 52-28, por exemplo, pela ordem inversa 8-2 e o resultado mais encontrado foi 36 e não o correto 24.

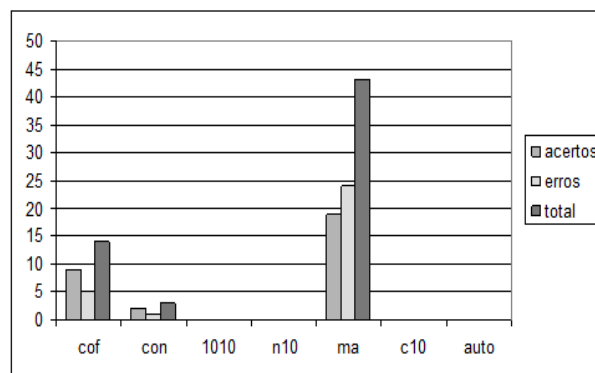
Algoritmo mental	Resolução da 3ª série	Resolução correta
$\begin{array}{r} _ 52 \\ - 28 \\ \hline \end{array}$	2-8=? 8-2=6 50-20=30 Total → 36	2-8=? 12-8=4 40-20=20 Total → 24

Em 51-16 foram dez acertos e dez erros nas resoluções. Os estudantes aplicaram o mesmo raciocínio apresentado na subtração anterior e resolveram $6-1=5$ e $50-10=40$, então, o resultado mais comum foi 45 e não o correto 35. Vale ser ressaltado que essas duas últimas subtrações resolvidas pelos estudantes da quinta série apresentaram mais erros do que as resolvidas pelos estudantes da terceira série. Em alguns momentos de resolução da subtração, os estudantes resolviam $2-8=6$ ou $1-6=5$, sem observarem que o cálculo estava errado.

As estratégias MA, de algoritmo mental e COF, de contagem nos dedos, foram as mais utilizadas nas resoluções das subtrações, como na situação das adições com cálculos mentais. Um total de dezenove estudantes da terceira série utilizou a estratégia MA e nove a de COF, de forma correta. Apenas dois estudantes usaram a contagem mental CON para resolver a subtração, também corretamente. A estratégia MA foi utilizada por vinte e quatro estudantes de forma incorreta, a COF por cinco estudantes e a CON por um estudante. Não foram observadas as utilizações das estratégias 1010, N10, C10 e

AUTO pelos estudantes da terceira série. Tais resultados podem ser observados no Gráfico 03.

Gráfico 03: Distribuição das estratégias utilizadas pelos estudantes da terceira série, nas subtrações com cálculos mentais

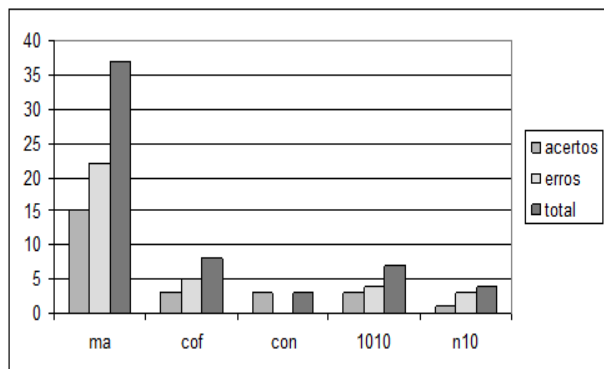


Cof- contagem nos dedos, Con- contagem mental, 1010- decomposição, N10- decomposição, Ma- algoritmo mental, C10- formação de dez unidades, Auto- recuperação automática dos resultados

A subtração 43-7, resolvida pelos estudantes de quinta série, totalizou treze acertos e sete erros. Já em 52-28 foram seis acertos e quatorze erros. Em 51-16, foram sete acertos e treze erros nas resoluções.

As estratégias MA (algoritmo mental) e COF (contagem nos dedos) foram as mais utilizadas nas resoluções das subtrações. De um total de vinte e seis resoluções corretas, quinze estudantes utilizaram a estratégia MA e quatro a de COF, três utilizaram a estratégia CON (contagem mental) e três a 1010 (decomposição em unidades e dezenas) e um estudante, a estratégia N10 (decomposição do segundo operador). A estratégia MA foi utilizada com erros por vinte e dois estudantes da quinta série, a COF por cinco estudantes, a 1010 por quatro, a N10 por três estudantes da quinta série, totalizando trinta e quatro utilizações incorretas. Não foram observadas as estratégias C10 e AUTO nas resoluções das subtrações. Esses resultados podem ser visualizados no Gráfico 04.

Gráfico 04: Distribuição das estratégias utilizadas pelos estudantes da quinta série, nas subtrações com cálculos mentais

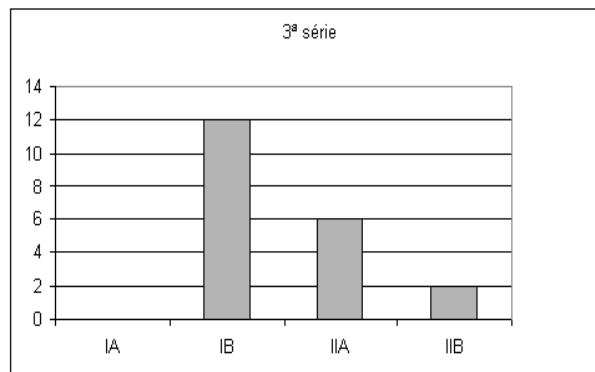


Cof- contagem nos dedos, Con- contagem mental, 1010- decomposição, N10- decomposição, Ma- algoritmo mental, C10- formação de dez unidades, Auto- recuperação automática dos resultados

IGUALAÇÃO DE QUANTIDADES E CONSTRUÇÃO DE DIFERENÇAS

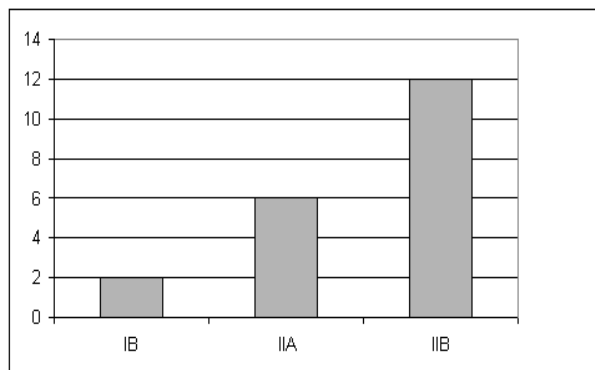
Como resultados da prova que investiga as interdependências entre as operações de adição e subtração (Prova de Igualação de quantidades e construção de diferenças), de Piaget e colaboradores (1980) identificou-se um total de doze alunos da terceira série que apresentou respostas no nível IB. Nesse nível, iniciam-se as relações entre as adições e as subtrações, e assim são denominadas “adições ou subtrações simples”, em que as crianças acrescentam ou retiram elementos nas situações, sem a total compreensão da inter-relação entre essas operações. Para o nível IIA, foram identificados seis estudantes que já iniciaram a compreensão das adições e subtrações relativas. Nesse caso, a partir de constatações ou experiências mentais, eles compreendem que uma transferência consiste em acrescentar elementos a outro conjunto final e também retirar elementos do conjunto inicial. Para o nível IIB, um total de dois estudantes já alcançou a identidade dos contrários, em que há dialética em acrescentar os mesmos elementos que são retirados de outro conjunto e igualizar quantidades com compensações antecipadas.

Gráfico 05: Distribuição dos participantes da terceira série, na prova de Igualação de quantidades e construção de diferenças



No caso da quinta série, foram identificados dois estudantes no nível IB, seis estudantes no nível IIA e doze estudantes no nível IIB na prova de igualação de quantidades e construção de diferenças de Piaget.

Gráfico 06: Distribuição dos participantes da quinta série, na prova de Igualação de quantidades e construção de diferenças



Para a resolução das subtrações com cálculos mentais mais simples, os estudantes procederam, como no caso das adições, apoiando seus cálculos na contagem com os dedos, retirando os elementos solicitados nas operações. Tais estratégias elementares garantiram os acertos em 65% das resoluções de terceira e quinta séries. Quando as subtrações exigiam cálculos nas unidades e dezenas, observa-se que a média de acertos reduz de forma acentuada, chegando a índices de 30% para a quinta série. Contrariamente a concepção de que em séries mais adiantadas os índices de acertos seriam maiores, os resultados para a subtração mental

revelaram mais acertos na terceira série. Constatase que, se a aprendizagem dos cálculos dependesse apenas de treinos e exercícios, a quinta série deveria ter resultados superiores, pois teve a possibilidade de “exercitar” por mais tempo tais cálculos. Os resultados demonstraram a complexidade da compreensão da operação de subtração, enquanto uma construção mais tardia e dependente de outros elementos do sistema de numeração.

Compararam-se os valores obtidos na terceira e quinta séries para cada um dos níveis (IB, IIA e IIB), com cada uma das operações de adição e subtração, em cálculos mentais e escritos e admitindo-se a hipótese nula com 90% e 95% de certeza, pode-se afirmar que os resultados não diferiram. Assim, por exemplo, um estudante da terceira série do nível IB obteve resultados estatisticamente semelhantes aos de estudantes do nível IB da quinta série. De uma forma geral, há um aumento de 10% de acertos nas adições e nas subtrações em cada mudança de nível de respostas na prova de Igualação de quantidades e construção de diferenças. Diante dos resultados encontrados na pesquisa, pode-se afirmar que existe uma correlação entre a resolução de cálculos mentais e os níveis cognitivos apresentados em provas piagetianas. Evidencia-se maior número de acertos em estudantes que apresentaram níveis superiores em tais provas, independente da série que estudam. Também foram observadas correlações entre os níveis cognitivos e as estratégias de resolução dos cálculos, sendo que estudantes que apresentaram níveis mais avançados de compreensão das relações entre as adições e as subtrações também apresentaram estratégias de cálculos mais sofisticadas, como as de decomposição dos algarismos e de recuperação automática dos cálculos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De forma geral, foi observado que, apesar de os estudantes terem pouco incentivo nas resoluções por meio do cálculo mental, eles apresentaram acertos e estratégias elaboradas. Disso origina-se a indagação da influência positiva que um ensino mais sistemático, que promova tais elaborações pessoais, possa desencadear. Observou-se que os estudantes criaram estratégias próprias, como as de contagem nos dedos, as de montagem de algoritmos mentais

baseados nos cálculos escritos que, apesar de não serem propriamente cálculos mentais, permitem a autoria de caminhos para a resolução de um mesmo cálculo. Tal diversidade de caminhos precisa ser discutida em sala de aula, além dos mecanismos próprios do cálculo mental, como a realização de estimativas e aplicação das propriedades das operações aritméticas (associativa e de decomposição).

Durante a realização da pesquisa, observou-se que os estudantes utilizaram a resolução dos cálculos com funções diferenciadas: a de semioticidade e a de reflexão sobre os fins e meios propostos (INHELDER; CELLÉRIER *et. al.*, 1996). Para os autores, os dois aspectos são indissociáveis e complementares: “concorrem para a formação de instrumentos cognitivos que se tornam, para o sujeito, *objetos que ajudam a pensar (objects-to-think-with)* (INHELDER; CELLÉRIER *et. al.*, 1996, p. 210). Dessa forma, os estudantes acompanharam a realização dos cálculos com gestos, imagens e com a própria linguagem. Os gestos mais observados foram de contagem nos dedos das mãos e pés e apontar com o lápis os algarismos que deveriam ser calculados. Sempre tais gestos foram acompanhados da linguagem: “zero não dá para emprestar, peço pro oito, quarenta e sete, quarenta e oito [...]”. Em relação às imagens, ressalta-se sua importância no cálculo mental, pois os estudantes dificilmente conseguiram recuperar automaticamente as respostas, e a estratégia mais efetiva foi a de montagem dos algoritmos mentais, tal como são feitos na resolução em livros e cadernos. O acesso às imagens mentais foi possível pelo acompanhamento das respostas que os estudantes forneciam quando realizavam os cálculos e eram solicitados a explicar como chegaram aos resultados desses cálculos. Quanto ao segundo aspecto da representação, os estudantes também a utilizaram para antecipar, planejar e conferir seus cálculos; sua incidência, portanto, ocorreu tanto sobre os caminhos a tomar quanto sobre os resultados aos quais conduziram.

Referências

- ANSELMO, B.; PLANCHETTE, P. Le calcul mental au collège: nostalgie ou innovation? **Repères IREM**, n.62, p.5-20, 2006.
- BARROUILLET, P. e LEPINE, R. Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems.

- Journal-of-Experimental-Child-Psychology**. v. 91, Jul (3), p.183-204, 2005.
- BOULAY, S.; LE BIHAN, M. VIOLAS, S. Le calcul mental. **Mathémaques**, 2004. Disponível em: <http://jclebreton.ouvaton.org/IMG/doc/Le_calcul_mental.doc>. Acesso em: 22 de out. 2008.
- BUTLEN D. e PEZARD, M. Calcul mental et resolution de problemes multiplicatifs, une experimentation du CP au CM2. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol.12, n23, p.319-368, 1992.
- BUTLEN D. e PEZARD, M. Calcul mental et résolution de problèmes numériques au début du collège, **Repères-IREM**, n.41, p.5-24, Topiques Editions, Metz, 2000.
- CORREA, Jane. A resolução oral de tarefas de divisão por crianças. **Estudos de Psicologia Natal**, vol.9, n1, jan/apr, p. 145-155, 2004.
- FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, ano 3, n. 4, 1995.
- GÓMEZ, B. La enseñanza del cálculo mental. **Revista Iberoamericana de educación Matemática**, n.4, p.17-29, 2005.
- GUIMARÃES, S. D., FREITAS, J. L. M. **Um olhar sobre o papel do cálculo mental para a aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental**. Disponível em http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicação Científica /Trabalhos /CC79180990100T.rtf >. Acesso em 04 de jun. 2008.
- INHELDER, B. e CELLÉRIER, G. **O desenrolar das descobertas da criança**. Porto Alegre: Artmed, 1996.
- JACKSON, N.; et al. Simple arithmetic processing: The question of automaticity. **Acta-Psychologica**. May Vol 119(1): 41-66, 2005.
- JOHANSSON, B. S. Number-word sequence skill and arithmetic performance. **Scandinavian-Journal-of-Psychology**. Apr, Vol 46 (2): 157-167, 2005.
- KAMIL, C. e JOSEPH, Leslie L. **Crianças pequenas continuam reinventando aritmética**. Porto Alegre: Artmed, 2005.
- LETHIELLEUX, C. **Le calcul mental au cycle des approfondissements**. Paris: Bordas, 2001.
- LUCANGELI et. al. Effective strategies for mental and written arithmetic calculation from the third to the fifth grade. **Educational Psychology**, vol 23, no 5, December., 2003.
- MALOFFEEVA, Elena; Day, Jeanne; Saco,-Ximena; Young,-Laura.; Ciancio,Dennis. (2004). Construction and Evaluation of a Number Sense Test With Head Start Children. **Journal-of-Educational-Psychology**. Dec; Vol 96 (4): 648-659., 2004.
- PARRA, C. SAIZ, I. **Didática da Matemática-reflexões psicopedagógicas**, Porto Alegre: Artmed, 1996.
- PIAGET, J. Comments on mathematical education. In: Developments in mathematical education: proceeding of the **2nd International Congresso in mathematical education**, Exeter, august, 29th, September, 1972.
- PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas: problema central do desenvolvimento**. Rio de Janeiro: Zahar, 1977.
- PIAGET, J. **As formas elementares da dialética**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1980.
- RALSTON, A. Let's abolish pencil-and-paper arithmetic. **The journal of computer in mathematics and science teaching** 18, n2, p.173-94, 1999.
- SALLY, H. K. CORAL. Defining early number sense: a participatory Australian study. **Educational Psychology**. October, vol. 25 (5):555-571, 2005.
- SANCHES, P.; BAPTISTA, M. e MARZOLA, R. **Novas perspectivas para o trabalho com cálculo mental em salas de 2º e 3º ano**. Disponível em: http://www.escoladavila.com.br/refle_pedag/renata%20patricia%20marilza.pdf. Acesso em 12 de outubro de 2008.
- SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília, DF:MEC/SEF, 1997.
- SHANE, P. Analogue equivalents in number processing of simple arithmetic sums. **Education psychology**, v.24, n.2, p.217-229, 2004.

Recebido: 18/06/2011

Aceito: 23/08/2011

Endereço para Correspondência: Karen Hyelmager Gongora Baricatti - Rua Guaira, 1143, Toledo, PR, CEP:85902-140
E-mail: karenhg@utfpr.edu.br