PENSAMENTO ALGÉBRICO FUNCIONAL NA ALFABETIZAÇÃO: O USO DA PREVISÃO DE RESULTADOS EM PROBLEMAS ADITIVOS[1]

FUNCTIONAL ALGEBRAIC THINKING IN LITERACY: THE USE OF RESULTS PREDICTION IN ADDITIVE PROBLEMS

Vinicius Carvalho Beck[2]
João Alberto Silva[3]

Resumo

O objetivo da pesquisa é identificar características de um pensamento algébrico funcional na resolução de problemas aditivos por estudantes do Ciclo de Alfabetização, tendo como referencial a Teoria dos Campos Conceituais. O método utilizado na produção dos dados foi a Investigação-Ação. Constata-se o uso da estratégia de *previsão seguida por contagem* na situação de *comparar* proposta aos estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental. Concluímos que situações de *comparar*, como esta abordada em nossa pesquisa, podem oportunizar o uso de estratégias algébricas funcionais.

Palavras-chave: Problemas Aditivos. Pensamento Algébrico Funcional. Ciclo de Alfabetização.

Abstract

The aim of research is to identify characteristics of a functional algebraic thinking in problem-solving additives by students from Literacy Cycle, taking as a reference Theory of Conceptual Fields. The method used in the production of the data was the Research-Action. Note the use of *prediction followed by counting* strategy in the *compare* situation proposed to students of the third grade of elementary school. We conclude that *compare* situations, like this addressed in our research, can enhance the use of functional-algebraic strategies.

Keywords: Additive Problems. Functional Algebraic Thinking. Literacy Cycle.

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, surgiram estudos abordando as estratégias utilizadas por crianças na resolução de problemas aritméticos (KAMII, 1990; NUNES e BRYANT, 1997; BORBA e NUNES, 2004; CHAPIN e JOHNSON, 2006), e em particular, de problemas aditivos. Também surgiram mais recentemente, no âmbito da educação matemática, trabalhos abordando o desenvolvimento do pensamento algébrico (BLANTON e KAPUT, 2005; CARPENTER et al.,2005; IRWIN e BRITT, 2006; CANAVARRO, 2007; FUJII e STEPHENS, 2008; STEPHENS e WANG, 2008).

Alguns documentos nacionais e internacionais responsáveis pela organização da prática docente já apresentam uma expectativa de se desenvolver o pensamento algébrico desde anos iniciais do Ensino Fundamental (NCTM, 2000; BRASIL, 2012).

Embora muitos trabalhos sobre o pensamento algébrico abordem direta ou indiretamente problemas aditivos, a relação destes problemas com os aspectos algébricos do pensamento lógico-matemático ainda não está totalmente esclarecida.

O matemático e psicólogo francês Gérard Vergnaud (1985, 1990, 1997) propôs a Teoria dos Campos Conceituais, que explica a aprendizagem das operações aritméticas nos primeiros anos escolares. No entanto, ele se interessou inicialmente pelas estratégias empregadas por estudantes na resolução de problemas aditivos e multiplicativos, sem considerar se determinadas classes de problemas favorecem mais o desenvolvimento do pensamento algébrico ou

1 Apoio: OBEDUC, CAPES, FAPERGS

2 Professor de Educação Básica, Instituto Federal Sul-Riograndense - Campus Pelotas - Visconde da Graça (IFSUL-CAVG). viniciusbeck@cavg.ifsul.edu.br

3 Professor na Universidade Federal do Rio Grande - FURG. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências-PPGEC, Núcleo de Estudos em Epistemologia e Educação em Ciências – NUEPEC. joaosilva@furg.br

outro tipo de pensamento. Na época em que a teoria foi proposta, a alfabetização matemática estava centrada na aritmética, sem contemplar ainda o pensamento algébrico e outros eixos temáticos. Além disso, a própria ideia de alfabetização matemática ainda era bastante incipiente, pois a alfabetização estava focada quase que exclusivamente no ensino da Língua Portuguesa.

Seria interessante contextualizar o referencial da Teoria dos Campos Conceituais com as abordagens que surgem à luz das novas tendências na educação matemática e nas novas concepções de alfabetização. Por exemplo, dentro dos problemas aditivos, poderíamos analisar que problemas possibilitam o uso de um pensamento algébrico.

Neste artigo, pretendemos responder a seguinte questão de pesquisa: Qual a influência do pensamento algébrico funcional nas estratégias de resolução de problemas aditivos na etapa de alfabetização? Tendo esta questão em vista, nosso objetivo é contribuir no sentido de se compreender mais claramente a relação que existe entre os problemas aditivos e o pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização.

PESQUISAS SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO FUNCIONAL

Blanton e Kaput caracterizam o pensamento algébrico como o

> processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade (2005, p.413).

Estes autores desenvolveram pesquisas com o objetivo de compreender e caracterizar o pensamento algébrico nos primeiros anos escolares, definindo este início da aprendizagem de conceitos algébricos como *early algebra*.

Verschaffel, Greer e De Corte (2007) entendem que o pensamento algébrico está associado com o reconhecimento do que é geral numa situação matemática e à expressão de generalizações. Kieran (2007) ressalta que a álgebra não deve ser entendida apenas como um conjunto de procedimentos envolvendo símbolos alfabéticos, que não deve ser encarada apenas como um conjunto de técnicas, mas também como uma forma de pensar e raciocinar em situações matemáticas. Apesar de Kieran (2007) utilizar o termo “álgebra”, e não “pensamento algébrico”, a “álgebra” de Kieran (2007) parece estar definida no mesmo sentido do “pensamento algébrico” de Verschaffel, Greer e De Corte (2007), e também de Blanton e Kaput (2005).

A ideia de se trabalhar com o pensamento algébrico nas etapas iniciais da educação escolar é relativamente recente. O *National Concil of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) destaca quatro eixos que devem orientar o trabalho pedagógico envolvendo o pensamento algébrico nos vários níveis de ensino. São eles: “(1) compreender padrões, relações e funções; (2) representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; (3) usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; e (4) analisar a mudança em vários contextos”. Cada nível de ensino deve considerar também aspectos específicos da faixa etária dos alunos e dos conteúdos de outros eixos da matemática, recebendo adequações de acordo com estas características (NCTM, 2000).

Logo em seguida da publicação das orientações do NCTM (2000), surgiram na literatura vários trabalhos abordando questões relativas ao desenvolvimento do pensamento algébrico, inclusive no Brasil. Falcão (2003) questiona a anterioridade da aritmética em relação à álgebra, destacando que a álgebra é um campo com características específicas, e não simplesmente uma extensão da aritmética. O autor conclui que a álgebra no Ensino Fundamental não deve se restringir apenas à aquisição de códigos algorítmicos ao final desta etapa de ensino, destacando que as noções de função e incógnita poderiam ser mais bem desenvolvidas se estes assuntos fossem abordados com maior frequência e desde o Ciclo de Alfabetização. Um termo utilizado pelo autor que merece destaque, tendo em vista a proposta de álgebra na alfabetização, é o que ele chama de *pré-álgebra*, ou seja, uma primeira experiência com o pensamento algébrico, sem a exigência rigorosa de uma representação simbólica.

Blanton e Kaput (2005) propõem uma divisão do pensamento algébrico em duas vertentes: a *aritmética generalizada* e o *pensamento funcional*. A primeira se caracteriza pela generalização das operações e o raciocínio acerca da relação entre números. Já a segunda se caracteriza pela descrição da variação numérica em certo domínio. Destacamos que as duas vertentes do pensamento algébrico propostas por Blanton e Kaput (2005) ampliam consideravelmente a noção de pensamento algébrico. Vamos nos concentrar, neste trabalho, no pensamento funcional.

O pensamento funcional está mais associado à ideia de descrição da variação de quantidades, que é a mesma ideia do conceito de função em matemática. Blanton e Kaput (2005) apresentam vários exemplos de problemas que podem auxiliar no desenvolvimento deste tipo de pensamento, destacando principalmente a simbolização das quantidades, as operações com expressões simbólicas, a representação gráfica de dados, a descoberta de relações funcionais e a previsão de resultados desconhecidos utilizando dados conhecidos.

Embora o conceito de função seja tratado mais formalmente apenas no final do Ensino Fundamental e/ou início do Ensino Médio, existem situações-problema e tarefas que podem ser realizadas desde os anos iniciais Ensino Fundamental com o objetivo de desenvolver o pensamento funcional nos estudantes. A seguir são apresentadas as pesquisas de Ponte e Velez (2011), e também de Silva e Savioli (2012), que ilustram esta possibilidade.

Ponte e Velez (2011) analisaram as representações de dois estudantes de 7 anos em 3 tarefas envolvendo sequências e combinações de objetos. Os autores constataram que as crianças conseguiram utilizar boas representações para as sequências, conseguiram prever termos próximos do início, e em alguns casos, até mesmo termos mais afastados, seguindo o raciocínio esperado de acordo com a proposta da tarefa. No entanto, destaca-se que algumas representações podem indicar erroneamente um bom desenvolvimento do processo de conceitualização, citando o caso de um dos estudantes, que elaborou uma representação para as combinações sem, no entanto, produzir explicações que evidenciassem o entendimento do raciocínio utilizado.

Silva e Savioli (2012) utilizaram a metodologia de análise do conteúdo para compreender o pensamento algébrico nas resoluções de tarefas realizadas com 35 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. As autoras concluíram que ainda que os estudantes não apresentem uma linguagem simbólica para formalizar o pensamento algébrico, eles possuem mecanismos de representação para visualizar a comparação de quantidades, abstraindo algumas relações matemáticas do contexto apresentado. Em uma das tarefas aplicadas na pesquisa, não havia uma contextualização, apenas instruções que mencionavam um procedimento numérico. Nesta última tarefa, ainda que não houvesse um contexto para que as crianças o representassem, elas identificaram padrões e algumas conseguiram compreender e prever facilmente os valores que deveriam preencher nas lacunas em branco, conforme a demanda da tarefa.

METODOLOGIA

O presente trabalho apresenta uma pesquisa de natureza qualitativa, tendo em vista que os dados analisados são oriundos de diálogos entre os participantes da pesquisa, e não são utilizados métodos quantitativos na análise e produção dos resultados. Nossa concepção de pesquisa qualitativa é a mesma apontada por Garnica (2004, p. 86).

Devido a forte relação que existe entre o tema desta pesquisa e o possível impacto que os resultados do estudo possam ter na educação escolar, sobretudo na alfabetização matemática, optamos pela metodologia de Investigação-Ação para produção de dados. Ela é constituída por quatro etapas: planejamento, ação, observação e reflexão (CARR e KEMMIS, 1988). Estas quatro etapas compõem o que se tem chamado, no âmbito das pesquisas educacionais, de ciclos da espiral de investigação-ação escolar (KEMMIS e MACTAGGART, 1988). No caso específico desta pesquisa, as etapas da investigação-ação escolar são apresentadas no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - Detalhamento da Investigação-Ação.

Momentos	Descrição
Planejamento	Estudo inicial da realidade da proposta dentro do grupo de pesquisa. Construção das situações-problemas. Elaboração dos materiais a serem aplicados. Elaboração do roteiro para a atividade.
Ação	Ação nas turmas de 3º ano em escolas da rede municipal, parceiras do grupo de pesquisa para a produção dos dados.

	Proposição das atividades. Elaboração de perguntas durante o desenvolvimento das estratégias pelas crianças.
Observação	Observação das condutas das crianças, dos materiais que produziram e das explicações que adotaram para algumas estratégias. Registro nos diários de campo das respostas das crianças, bem como das estratégias utilizadas por elas na tentativa de encontrar soluções para as situações-problema propostas.
Reflexão	Análise dos dados coletados. Reflexão sobre os limites da situação-problema empregada. Elaboração de uma compreensão de como as crianças do Ciclo da Alfabetização agem e as capacidades que apresentam na resolução de problemas aditivos elementares. Posteriormente, também foram analisadas as mesmas estratégias do ponto de vista do pensamento algébrico.

Fonte: Os autores.

Nossa ideia inicial era compreender quais as estratégias e procedimentos empregados pelas crianças do Ciclo de Alfabetização na resolução de problemas que contemplam as competência e habilidades previstas na matriz de referência da Provinha Brasil de Matemática (INEP, 2015), a qual deste ponto em diante será referida pela sigla PBM. Entendeu-se que os sujeitos da pesquisa deveriam ser alunos do último ano do ciclo, ou seja, do 3º ano. Caso investigássemos estudantes dos outros anos, poderíamos encontrar dificuldades devido à ausência de contato com os conteúdos em discussão.

Foram realizadas testagens das atividades propostas com três turmas de aproximadamente 20 alunos. Tal estratégia foi necessária na medida em que a cada aplicação notavam-se problemas nas atividades elaboradas e dificuldades na produção de dados. Assim, foram realizadas três aplicações-piloto até entender-se que o instrumento atingira um desenvolvimento satisfatório. Os dados apresentados foram produzidos a partir da aplicação na quarta e última turma, na qual a situação-problema atingiu o auge do seu refinamento e as estratégias e procedimentos puderam ser melhor observados.

Durante a realização das atividades propostas as crianças eram organizadas em trios a fim de que pudessem dialogar entre si e compartilhassem o modo pelo qual resolviam os problemas. Essa abordagem facilitou a produção de dados, pois permitiu que os observadores capturassem mais precisamente as falas dos participantes do estudo.

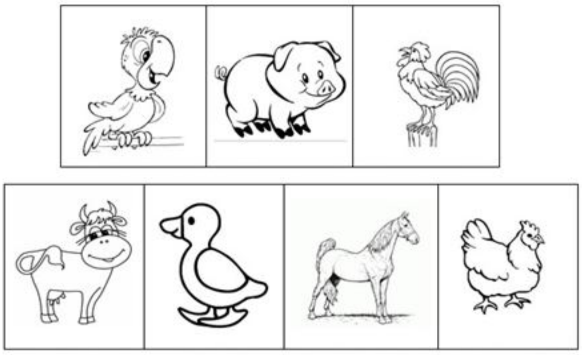
Dentro da perspectiva da investigação-ação escolar, durante a etapa do planejamento, diversos foram os movimentos de estruturação da situação-problema, que vem a ser um tipo de situação na qual o estudante não consegue agir de forma eficaz sem aprender algo enquanto participa da situação, se diferenciando do conceito original de problema, o qual não exige esta condição de aprendizagem ao longo do processo. Nesse momento, os pesquisadores e os professores da educação básica organizaram-se de forma a criar situações-problema não muito diferenciadas do contexto escolar, mas focadas em demandas relativas às competências e habilidades em questão.

Perrenoud (2000) define *competência* como a capacidade de agir eficazmente nas situações, mobilizando os recursos disponíveis, sejam materiais, afetivos ou cognitivos. No mesmo sentido, as habilidades configuram-se como o conjunto de conhecimentos práticos voltados a um saber-fazer e ao desenvolvimento de procedimentos. Elas ampliam as ideias dos conteúdos, que, usualmente, adquirem um fundo mais informacional, sem se ocupar das aprendizagens dos saberes procedimentais e atitudinais (ZABALA, 2000).

Foram desenvolvidas inicialmente seis situações-problema, uma para cada habilidade do campo aditivo, seguindo as habilidades previstas na PBM, na qual os alunos deveriam relatar como estavam resolvendo as situações-problema apresentadas. Como a pesquisa é de caráter qualitativo, elaboramos alguns critérios para serem analisados no decorrer da situação-problema, porém consideramos que ao longo da análise também outros fatores foram relevantes, principalmente no tocante às falas dos alunos, enquanto tentavam resolver os problemas.

Inicialmente, os estudantes foram divididos em dois grandes grupos, e foram disponibilizadas várias figuras com animais para que eles pintassem. O objetivo foi de que se familiarizassem com o material e pudéssemos ajustar o vocabulário quanto à nomenclatura dada a cada imagem. Havia quatro papagaios, cinco galinhas, cinco vacas, três porcos, três cavalos, oito patos e um galo. No decorrer da situação-problema, entretanto, essas quantidades sofriam pequenas alterações para surpreender os grupos. As figuras apresentadas foram as seguintes:

Figura 1 - Figurinhas Disponibilizadas aos Estudantes.



Fonte: Os autores

Em seguida, os pesquisadores ficaram organizados em um canto da sala com certa quantidade de figuras, uma de cada uma das espécies apresentadas. Dos dois grandes grupos formados, que estavam pintando as figuras, três alunos foram escolhidos aleatoriamente para sentarem-se à mesa dos pesquisadores e responderem às situações-problema que foram previamente elaboradas. Antes de os alunos responderem, os pesquisadores perguntaram se eles conheciam aquelas espécies de animais e explicaram que eles moravam na "Fazenda Cocoricó". Com base nessas informações, eles responderam às perguntas, que são apresentadas no Quadro 2 abaixo. Depois que esse grupo terminou, outro grupo de três alunos sentou-se à mesa com os pesquisadores e o mesmo procedimento foi realizado, e assim sucessivamente.

As situações-problema foram elaboradas inicialmente para quantidades específicas das espécies. No entanto, quando um grupo se dissolvia e voltava para pintar, pensamos que uma possível comunicação com os colegas que ainda não haviam participado da situação-problema poderia induzir as respostas dos colegas quando estes participassem. Por isso, ao longo da atividade fomos alterando um pouco o enunciado de cada situação-problema. Por exemplo, em dado momento, enunciamos "Quantos animais de duas patas moram na fazenda Cocoricó?" (em vez de quatro patas, originalmente previsto), a fim de eliminar a possibilidade de acerto por conhecimento prévio da resposta. As perguntas utilizadas para analisar cada uma das ações foram:

Quadro 2 - Questões Propostas nas Situações-Problema.

CATEGORIAS DE PROBLEMAS ADITIVAS	SITUAÇÕES-PROBLEMA
Juntar	Quantos animais de quatro patas moram na fazenda Cocoricó?
Separar	Todos os animais da fazenda Cocoricó foram convidados para uma festa, mas os cavalos não podem entrar porque são muito bravos. Quantos animais vão poder entrar na festa?
Acrescentar	Chegaram mais duas galinhas para morar na fazenda. Quantas galinhas moram na fazenda Cocoricó agora?
Retirar	Três patos foram morar na fazenda vizinha. Quantos patos restaram na fazenda Cocoricó?
Comparar	A fazenda vizinha possui cinco papagaios a mais que a fazenda Cocoricó. Quantos papagaios moram na fazenda vizinha?
Completar	O dono da fazenda Cocoricó tem sono pesado e precisaria de cinco galos para ser acordado. Quantos galos faltam para que o dono consiga acordar de seu sono pesado?

Fonte: Os autores

Ressaltamos que das seis categorias de problemas investigadas, apenas as duas últimas apresentaram características diferenciadas daquelas já encontradas na literatura sobre problemas aditivos (NUNES e BRYANT, 1997; BORBA e NUNES, 2004; CHAPIN e JOHNSON, 2006). Nas situações relacionadas com as quatro categorias precedentes (*juntar, separar, acrescentar e retirar*) a estratégia de *contagem* foi a mais utilizada pelos estudantes, e a grande maioria dos grupos não apresentou dificuldades para encontrar a resposta. No entanto, nos deparamos com resultados mais complexos, em termos de análise, quando aplicamos as situações de *completar* e *comparar*.

Todas as situações-problema foram analisadas do ponto de vista das estratégias utilizadas, no entanto, apenas as duas últimas situações do Quadro 2 interessaram do ponto de vista do pensamento algébrico, pois assumimos a hipótese de que a ideia de uma busca por valor desconhecido (BLANTON e KAPUT, 2005) poderia ser utilizada na situação de *completar* e que um pensamento funcional envolvendo previsão de resultados (BLANTON e KAPUT, 2005) poderia ser utilizado na resolução da situação de *comparar*. Neste trabalho estamos interessados apenas na tentativa de verificação da segunda hipótese, deixando a análise da busca por valor desconhecido para ser desenvolvida em outro trabalho já em andamento, porém de forma independente da pesquisa que apresentamos neste artigo.

Tendo em vista o objetivo desta pesquisa, que é identificar características de um pensamento algébrico na resolução de problemas aditivos por estudantes do Ciclo de Alfabetização, desenvolvemos uma metodologia que chamamos de *Análise do Potencial Algébrico de Problemas Aditivos* (APAPA), que consiste em cinco etapas, as quais são descritas a seguir:

1º) Classificação do problema, segundo o referencial teórico (VERGNAUD, 1985; INEP, 2015);

2º) Análise dos erros;

3º) Descrição das estratégias eficazes, seguindo a literatura sobre estratégias empregadas em problemas aditivos (NUNES e BRYANT, 1997; BORBA e NUNES, 2004; CHAPIN e JOHNSON, 2006), mas também ressaltando aspectos próprios daqueles problemas que assumimos por hipótese estar ligados com o pensamento algébrico;

4º) Tentativa de se identificar um pensamento algébrico, guiando-se pelo que caracteriza esta forma de pensamento (BLANTON e KAPUT, 2005; CARPENTER et al. ,2005; IRWIN e BRITT, 2006; CANAVARRO, 2007; FUJII e STEPHENS, 2008; STEPHENS e WANG, 2008); e

5º) Identificação de teoremas-em-ação nas estratégias bem-sucedidas, seguindo o referencial da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1985, 1990, 1997).

RESULTADOS

Na situação-problema de *comparar*, fez-se a seguinte pergunta: “A fazenda vizinha possui cinco papagaios a mais que a fazenda Cocoricó. Quantos papagaios moram na fazenda vizinha?”.

1º) Classificação do problema:

Esta situação-problema pode ser considerada como um problema de *comparar* da matriz de referência da PBM, e também está incluída na categoria que Vergnaud (1985) denomina *problemas de relação entre medidas*.

Dos cinco grupos participantes, apenas dois conseguiram chegar ao resultado correto, enquanto os outros três grupos responderam incorretamente as perguntas feitas pelos pesquisadores.

2º) Análise dos erros:

Dos três grupos que não conseguiram chegar à resposta, um deles apresentou respostas aleatórias (os integrantes deste grupo diziam vários números e perguntavam se cada um destes números era a resposta do problema), sem apresentar uma estratégia clara de resolução, enquanto os outros dois grupos simplesmente não responderam, apresentando dificuldades no entendimento do enunciado. O extrato de protocolo apresentado a seguir ilustra a dificuldade de um dos grupos. Estes estudantes não conseguiram chegar à resposta correta, aparentemente por não compreenderem o significado da expressão “a mais”. Logo após um dos pesquisadores fazer a pergunta ao grupo, um integrante falou:

> — Mas não tem como resolver porque estão faltando papagaios.
> — Por que tu achas que estão faltando?
> — Porque nós só temos quatro papagaios e a resposta é cinco.
> — Como tu sabes que é cinco?
> — Porque está dizendo ali na pergunta.
> Fonte: Anotações do Diário de Campo dos pesquisadores.

A não congruência semântica, ou seja, a inversão da ordem em que as quantidades são enunciadas em relação à ordem em que as operações matemáticas devem ser realizadas para resolver a situação-problema, pode explicar esta dificuldade. De fato, não há conversão um-a-um entre as unidades significantes, que é uma das três condições necessárias para congruência

(BRANDT *et al.*, 2010). A natureza da quantidade inicial do enunciado é distinta da natureza da quantidade inicial do cálculo a ser realizado, já que a quantidade inicial do enunciado (que vamos denotar por Ki) é a quantidade de papagaios da Fazenda Cocoricó, enquanto a quantidade inicial do cálculo "Ki + 5 = quantidade final", que implicará na resposta, é uma quantidade referente aos papagaios da fazenda vizinha. Esta possibilidade de diferença nas unidades significantes pode ter sido uma barreira que alguns grupos não conseguiram ultrapassar.

Outra explicação possível para o erro é a dificuldade na transposição da expressão "a mais" para a linguagem matemática. Apesar da presença da palavra "mais", indicando a operação, a ordem dos dados não corresponde à ordem usual da operação de adição, de modo que ainda que alguns estudantes possivelmente possam ter conjecturado o uso da adição para resolver o problema, podem não o ter feito porque os dados desta operação matemática não são usualmente dispostos como no enunciado.

3º) Descrição das estratégias eficazes:

É interessante destacar que mesmo nos grupos que conseguiram responder corretamente, houve dificuldade em lidar com a expressão "a mais" do enunciado. Os pesquisadores precisaram repetir várias vezes, especialmente a expressão "a mais", para que os estudantes evoluíssem na sua argumentação. Em um dos grupos que acertaram a resposta, dois estudantes separaram apenas os papagaios e começaram a observar os mesmos. O extrato de protocolo abaixo apresenta o diálogo entre os dois estudantes deste grupo:

> — Estão faltando papagaios aqui.
> — Claro que não. Agente tem que somar. Tu não estás vendo?
> — Mas não tem nada para somar aqui. Só temos quatro papagaios.
> — Claro que tem. Olha, se a fazenda vizinha tem cinco papagaios a mais que a nossa, quer dizer que temos que somar cinco com quatro (ele começou a contar nos dedos: 5,6,7,8,9) que vai dar nove e que é a resposta.
> — Ah, agora entendi. É que eu pensei que tinha que usar as figuras.
> Fonte: Anotações do Diário de Campo dos pesquisadores.

Em termos de estratégia, nota-se que a *contagem* não constituiu a estratégia principal para que o grupo obtivesse a resposta do problema. O estudante que propôs a *contagem* para que o grupo obtivesse a resposta, só utilizou o procedimento de *contagem nos dedos* após apresentar um raciocínio de *previsão* de como chegar ao número desconhecido, percebendo que a expressão "a mais" do enunciado é um dado que apenas indica a regra de previsão, e não um valor em si mesmo, o que fica explícito na frase "quer dizer que temos que somar cinco com quatro", que constitui uma espécie de "tradução" da linguagem semântica para a linguagem matemática.

Foram utilizadas duas estratégias articuladas, constituindo uma estratégia composta: a *previsão*, que tinha como objetivo reformular o enunciado para que pudesse ser tratado por alguma estratégia cognitivamente mais familiar aos estudantes; e a *contagem*, que foi uma estratégia secundária utilizada apenas para resolver o problema aritmético resultante da reformulação realizada com o uso da *previsão*, sendo esta última a estratégia cognitivamente mais familiar almejada no início da resolução.

O outro grupo que conseguiu responder corretamente não apresentou dificuldades para resolver o problema, o que apesar de positivo em termos de avaliação escolar, não oportunizou uma análise mais detalhada das estratégias utilizadas devido à simplicidade dos diálogos. Como ilustração da resolução proposta por este grupo, apresenta-se o extrato de protocolo abaixo:

> — É nove!
> — Por que a resposta é esta?
> — Porque aqui já tem quatro, e lá tem mais cinco. Então, é nove!
> Fonte: Anotações do Diário de Campo dos pesquisadores.

4º) Tentativa de se identificar um pensamento algébrico:

A partir dos dados, nota-se o uso de uma estratégia composta que pode ser chamada de *previsão seguida por contagem*. Destaca-se, tendo em vista as estratégias utilizadas pelas crianças, que o problema apresenta potencial para desenvolver na criança a habilidade de "prever resultados desconhecidos usando dados conhecidos", que constitui um dos aspectos apontados por Blanton e Kaput (2005) para o desenvolvimento do pensamento funcional – uma das duas vertentes do pensamento algébrico. Assumindo o referencial da Teoria dos Campos Conceituais, podemos dizer que este aspecto é um invariante operatório do pensamento algébrico, que poderia ser denominado, mais sinteticamente, *previsão de resultados*.

Esta habilidade de prever resultados a partir de dados conhecidos é utilizada em várias etapas no final do Ensino Fundamental e também no Ensino Médio. Por exemplo: ao utilizar qualquer fórmula o estudante parte da expressão conhecida para deduzir um resultado particular. Outro exemplo: ao atribuir valores no domínio de uma função o estudante parte da regra de associação entre o domínio e a imagem para obter a imagem de um valor particular do domínio.

Assim, o domínio destes esquemas mentais desde o Ciclo da Alfabetização potencializa o êxito nas ações matemáticas futuras, promovendo uma aprendizagem com mais possibilidades de compreensão dos processos.

5º) Identificação de teoremas-em-ação nas estratégias bem-sucedidas:

Deste modo, a situação-problema 2, além de ser um problema aditivo, também pode oportunizar o uso de estratégias que desenvolvem o invariante *previsão de resultados*, que está ligado ao pensamento algébrico. Pode-se dizer que foi identificado o seguinte teoremas-em-ação: *previsão seguida por contagem*.

Portanto, neste problema, que é um problema aritmético de *comparar* (INEP, 2015) ou de *relação entre medidas* (VERGNAUD, 1985), foi possível constatar a eficácia de uma estratégia que envolve previsão de resultados a partir de dados conhecidos, que é uma característica do pensamento algébrico, da vertente pensamento funcional proposta por Blanton e Kaput (2005).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O cenário das pesquisas sobre a relação entre os problemas aditivos e o pensamento algébrico ainda não está bem definido, mas alguns avanços estão ocorrendo, e esta pesquisa é uma contribuição neste sentido. Neste trabalho aborda-se a questão "Qual a influência do pensamento algébrico nas estratégias de resolução de problemas aditivos na etapa de alfabetização?", tendo como objetivo identificar as características de um pensamento algébrico na resolução de alguns tipos de problemas aditivos.

Na situação de *comparar*, encontramos a estratégia de *previsão seguida por contagem*. Isto significa que os estudantes, quando defrontados com alguns tipos de situações de *completar* e *comparar*, são capazes de utilizar estratégias que envolvem *busca por valor desconhecido* e *previsão de resultados*, caracterizando assim o uso de pensamento algébrico (BLANTON e KAPUT, 2005).

Estes resultados indicam que as estratégias utilizadas por estudantes do Ciclo de Alfabetização para resolver problemas aditivos podem oportunizar o uso de pensamento algébrico, dependendo da situação-problema proposta.

A hipótese de que o problema de *comparar* poderia produzir estratégias algébricas na resolução pelas crianças se confirmou, contribuindo em favor da proposta de Falcão (2003), que questiona a anterioridade da aritmética em relação à álgebra.

Pode-se ainda teorizar a respeito da conclusão principal da pesquisa a fim de que possam ser fornecidas explicações mais consistentes a respeito das resoluções apresentadas neste estudo. Ao notar que as estratégias utilizadas na resolução de problemas do tipo *comparar* apresentam elementos tanto aritméticos quanto algébricos, podemos dizer que estas estratégias constituem soluções em um nível mais sofisticado de complexidade. Isto indica que podemos falar em *níveis de solução*.

Alguns problemas podem ser resolvidos com estratégias constituídas por apenas um esquema mental, outros demandam o uso de vários esquemas. Se associarmos o número de esquemas que constituem as estratégias de resolução de problemas matemáticos com os níveis de solução, poderíamos dizer que estratégias com nível de solução 1 são constituídas por um único esquema, estratégias com nível de solução 2 são constituídas por dois esquemas, e assim por diante. E ainda, poderíamos dizer que as estratégias pré-cognitivas (procedimentos intuitivos ou memorizados), nas quais não há necessidade de uso de esquemas mentais, possuem nível de solução 0.

Na situação-problema de *comparar*, abordada em nossa pesquisa, fizemos a seguinte pergunta: "A fazenda vizinha possui cinco papagaios a mais que a fazenda Cocoricó. Quantos papagaios moram na fazenda vizinha?". Em primeiro lugar, o estudante percebe que deve haver uma previsão de quantos papagaios existem na fazenda vizinha (pensamento algébrico); depois ele decide a operação matemática a ser utilizada (*contagem*); e por fim, ele realiza o procedimento que produz o resultado esperado (*contagem nos dedos*, *contagem mental*). O procedimento final seria o nível 0 da solução, a decisão pela operação seria o nível 1 da solução e a compreensão da existência de uma regra de previsão seria o nível 2.

Em síntese, neste estudo o pensamento algébrico foi utilizado no nível 2 de solução, como ponto inicial das estratégias, enquanto as operações aritméticas foram utilizadas no nível 1 da solução. Os procedimentos decorrentes da operação aditiva escolhida constituíram o nível 0.

Para concluir, pode-se pensar na ideia de que o pensamento algébrico constitui uma elevação do nível de solução apresentado pelas estratégias de estudantes na resolução de problemas aditivos. Em nossa pesquisa, conseguimos visualizar o uso destas estratégias mais avançadas em problemas de relação entre medidas, os quais possibilitaram aos estudantes experenciar o pensamento algébrico funcional.

Referências

BLANTON, Maria; KAPUT, James. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p.412-446, 2005.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; NUNES, Terezinha. Como significados, propriedades invariantes e representações simbólicas influenciam a compreensão do conceito de número inteiro relativo. **Educação Matemática Pesquisa**, v.6, n.1, p.76-100, 2004.

BRANDT, Célia Finck; DIONÍSIO, Fátima Aparecida Queiroz; ESLOMPO, Marli Ribeiro Maia; MILDENBERG, Adriane. Análises das dificuldades na resolução de problemas aditivos à luz da Teoria de Representações Semióticas. In: **VIII Encontro de Pesquisa em Educação da Região Sul – ANPEDSUL**, Londrina-PR, 2010.

BRASIL. **Elementos Conceituais e Metodológicos para os Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**. Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, Brasília, 2012.

CANAVARRO, Ana Paula. O Pensamento Algébrico na Aprendizagem Matemática nos Primeiros Anos. **Quadrante**, v.16, n.2, p.81-118, 2007.

CARPENTER, T. P.; LEVI, L.; FRANKE, M. L. ZERINGUE, J. K. Algebra in the elementary school: developing relational thinking. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v.37, n.1, p.53-59, 2005.

CARR, W.; KEMMIS, S. **Teoría crítica de la enseñanza:** la investigación-acción en la formación del profesorado. Barcelona: Martinez Roca, 1988.

CHAPIN, S. H.; JOHNSON, A. **Math matters:** understanding the Math you teach, grades K-6. 2ed. Sausalito, CA, USA: Math Solutions, 2006.

FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha. Alfabetização Algébrica nas Séries Iniciais. Como Começar?. **Boletim GEPEM**, n.42, Fev./Jul., p.27-36, 2003.

FUJII, T; STEPHENS, M. Using number sentences to introduce the idea of variable. In: GREENES, C.; RUBENSTEIN, R. (Eds). **Algebra and algebraic thinking in school:** Seventieth Yearbook, (pp.127-149). National Council of Teachers of Mathematics. VA, Reston, 2008.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. *In*: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Editora Autêntica, Belo Horizonte, 2004.

INEP. **Prova Brasil**. Disponível em: <http://provabrasil.inep.gov.br/downloads>. Acesso em: 07 Fev. 2015.

IRWIN, K. C.; BRITT, M. S. The algebraic nature of students' numerical manipulation in the New Zeland Numeracy Project. **Education Studies in Mathematics**, v.58, n.2, p.169-188, 2005.

KAMII, Constance. **A criança e o número:** implicações da teoria de Piaget. Editora Papirus, Campinas, 1990.

KEMMIS, S.; MACTAGGART, R. **Cómo planificar la Investigación-Acción**. Barcelona: Laertes, 1988.

KIERAN, Carolyn. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante**, v.16, n.1, p.5-26, 2007.

NCTM. 2000. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. (1.ed. 2000) Tradução portuguesa dos *Principles and Standards for School Mathematics*. 2.ed., APM, Lisboa, 2008.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Artes Médicas, Porto Alegre, 1997.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PONTE, João Pedro da; VELEZ, Isabel. Representações em tarefas algébricas no 2º ano de escolaridade. **Boletim GEPEM**, n.59, Jul./Dez., p.53-68, 2011.

SILVA, Daniele Peres; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação**, v.6, n.1, p.206-222, 2012.

STEPHENS, M.; WANG, X. Investigating some junctures in relational thinking: a study of year 6 and 7 students from Australia and China. **Journal of Mathematics Education**, v.1, n.1, p.28-39, 2008.

VERGNAUD, Gérard. 1985. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro. 3ed. Editora da UFPR, Curitiba, 2009.

______, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, v.10, n.2-3, p.133-170, 1990.

______, Gérard. The nature of mathematical concepts. In NUNES, T. & BRYNT, P. (Eds.) **Learning and teaching mathematics, an international perspective**. Psychology Press Ltd, Hove (East Sussex), 1997.

VERSCHAFFEL, L.; GREER, B.; De CORTE, E. Whole number concepts and operations . In LESTER, F. K. (Ed.) **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**, p.557-628, Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing, 2007.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 2000.

Recebido em 25 de março de 2015
Aprovado em 26 de agosto de 2015