

TRABALHANDO COM O SISTEMA DE NUMERAÇÃO COM PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL

WORKING ON THE NUMERATION SYSTEM WITH TEACHERS OF ELEMENTARY EDUCATION

Silvia Pereira Gonzaga de Moraes ¹

Resumo

Este texto faz parte de uma experiência formativa desenvolvida com professores que ensinam matemática nos anos iniciais de escolarização da rede pública de ensino. O objetivo principal consistiu em refletir sobre o processo de aprendizagem docente a partir de uma atividade de ensino desenvolvida em um curso de formação de professores. Para isso, trabalhamos com os conceitos constitutivos de um sistema de numeração e as operações fundamentais, visto que esses conceitos são fundamentais para o processo de apropriação da linguagem matemática. Esses conceitos foram desenvolvidos de modo que os professores apropriassem dos mesmos, articulados com a forma de ensiná-los aos escolares. As etapas de trabalho envolveram: elaboração, apresentação e reflexão das soluções da situação-problema. Essa experiência permitiu que os professores compreendessem a complexidade que envolve um sistema de numeração, bem como a reflexão sobre a prática de ensino deste conteúdo junto às crianças, a qual muitas vezes ocorre de forma descontextualizada e mecânica, sem ao menos trabalhar com os conceitos envolvidos no sistema de numeração. Outro ponto é que com essa atividade de ensino foi trabalhada elementos da história do sistema de numeração para além da história factual. Isto é, a partir das produções dos próprios professores foi possível evidenciar o processo de produção do sistema de numeração decimal e discutir seus conceitos constitutivos historicamente.

Palavras-chave: Aprendizagem Docente. Sistema de Numeração. Atividade de Ensino.

Abstract

Current analysis comprises a formation experience developed with Math teachers in the early years of schooling in state-run schools. It aims at investigating the process of teacher learning from a teaching activity developed in a teacher formation course. Concepts which are constitutive of a numeration system and basic operations are worked on since these concepts are relevant for the appropriation process of mathematical language. Concepts were developed so that teachers would appropriate them in the form in which they would be taught to the students. Preparation, presentation and reflections on solutions to situation-problem constitute the stages involved. Teachers understood the complexity that involved the numeration system and the teaching practice of the subject matter which is frequently given in a mechanical and decontextualized manner, without working on the concepts involved in the numeration system. The teaching activity also included the history of the number system beyond the history of facts. The production system of decimal numeration coupled to a discussion on its constitutive concepts could be perceived as from the production of teachers.

Keywords: Teachers' learning. Numeration system. Teaching activity.

INTRODUÇÃO

Neste texto refletiremos sobre o processo de aprendizagem docente a partir de uma atividade de ensino desenvolvida em um curso de formação de professores, da rede pública de ensino. O objetivo principal desse processo formativo constitui-se em aprofundar e ampliar o conhecimento matemático dos participantes,

especialmente em relação à organização do ensino desta disciplina para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para isso, trabalhamos com os conceitos constitutivos de um sistema de numeração e as operações fundamentais, visto que esses conceitos são fundamentais para o processo de apropriação da linguagem matemática. Esses conceitos foram desenvolvidos de modo que os professores apropriassem dos mesmos, articulados com a forma de ensiná-los aos escolares.

A atividade de ensino sobre o sistema de numeração, foco de análise deste texto, foi

¹ Professora Adjunta do Departamento de Teoria e Prática da Educação e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Maringá – PR. silvia.moraes@uol.com.br.

desenvolvida com 35 professores dos primeiros anos de escolarização e teve a duração de oito horas. No primeiro momento, os professores estiveram envolvidos na busca da solução da situação-problema e, na sequência, foi realizada uma análise das soluções apresentadas pelos diferentes grupos. Na análise enfatizamos a relação entre os resultados alcançados e o processo histórico de produção do sistema de numeração decimal, destacando os conceitos constitutivos de um sistema de numeração.

Este texto está subdividido em quatro partes. Na primeira, abordamos a concepção de matemática, de educação escolar, de Atividade Orientadora de Ensino e de atividade de ensino. Na segunda parte, tratamos da atividade de ensino desenvolvida com os professores. A seguir, analisamos as soluções apresentadas pelos docentes para a situação-problema articulada com o processo histórico de produção do sistema de numeração. Para finalizar apresentamos algumas considerações sobre o trabalho desenvolvido no processo formativo com os professores dos anos iniciais de escolarização.

EDUCAÇÃO ESCOLAR E O PROCESSO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA

A invenção do sistema de numeração decimal para o controle de quantidades foi uma das máximas produções humanas para a satisfação das necessidades humanas. Ifrah (2005, p. 10) afirma que a invenção dos números não foi uma história linear e abstrata, mas “ao contrário, é a história das necessidades e preocupações de grupos sociais”.

A invenção dos números, a categorização e mediação do espaço fizeram com que os homens produzissem um conjunto de conhecimentos que lhes permitem codificar e transmitir as informações, isto é, o homem, para a satisfação de suas necessidades, produziu um conjunto de símbolos e signos, ou seja, a linguagem matemática. Nesse sentido, concordamos com Leontiev ([197-]) quando defende que são as necessidades humanas que mobilizam o homem a agir e buscar soluções para seus problemas.

Nessas ações o homem cria instrumentos materiais e não materiais; no caso do conhecimento matemático elaborado historicamente é exemplo das produções humanas não materiais. A matemática é uma ferramenta

simbólica que possibilita ao homem relacionar com a natureza e com os outros homens e, à medida que transforma a natureza, ele também é transformado.

Caraça (1984, p. XIII) defende que:

Descobre-se ainda qualquer coisa mais importante e mais interessante: - no primeiro aspecto, a Ciência parece bastar-se a si própria, a formação dos conceitos e das teorias parece obedecer só às necessidades interiores; no segundo, pelo contrário, vê-se toda influência que o ambiente da vida social exerce sobre a criação da Ciência. A Ciência, encarada assim, aparece-nos como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social.

De acordo com Leontiev ([197-]), todo homem nasce candidato a ser humano, mas somente se constituirá humano ao se apropriar da cultura produzida pelos homens. O processo de apropriação da cultura humana é resultado da atividade efetiva do homem sobre os objetos e o mundo circundante mediado pela comunicação. Então, a criança precisa entrar em relação com os objetos do mundo, por meio da relação com outros homens, por meio da comunicação, para ter a possibilidade de se apropriar das obras humanas e tornar-se humana. A este processo Leontiev denominou de **educação**. Esse é o principal motor de transmissão e apropriação da história social humana.

Nesse sentido, podemos afirmar que a formação do indivíduo é sempre um processo educativo. O autor esclarece, ainda, que a transmissão dos conhecimentos adquiriu formas diversas no decurso do desenvolvimento histórico da sociedade. Houve momentos na história em que a transmissão se resumia na simples imitação dos atos, ligada diretamente aos objetos, até chegar às formas especializadas e sistematizadas encontradas na sociedade atual. No entanto, Leontiev (1978, p. 272, grifo no original) reforça que:

[...] o ponto principal que deve ser bem sublinhado é que este processo [educativo] deve **sempre** ocorrer sem o que a

transmissão dos resultados do desenvolvimento sócio-histórico da humanidade nas gerações seguintes, seria impossível, conseqüentemente, a continuidade do progresso histórico.

Assim, quanto mais complexas as relações sociais, maior é a função da educação para que os seres humanos se apropriem das objetivações produzidas pelos homens ao longo da história. Nesse sentido, o papel da educação escolar, na sociedade atual, é fundamental para a continuidade do processo histórico e a inserção dos indivíduos neste processo. A escola é considerada espaço por excelência de desenvolvimento dos conceitos científicos junto aos estudantes.

Desse modo, defendemos que a matemática, como uma produção humana, é um patrimônio cultural que precisa ser apropriado pelas novas gerações para a promoção do seu desenvolvimento humano e, também, para a continuidade das obras humanas.

Nos dias atuais os números fazem parte de nossas vidas de forma incrivelmente natural, as crianças de nossa sociedade nascem em universo cultural totalmente numeralizado, porém, é preciso pensar que as relações externas sobre o número são dadas socialmente, mas é necessário que as novas gerações apropriem das conexões internas dos conceitos.

A criança, desde muito pequena, tem a percepção numérica. Ela possui, conforme Ifrah (2005, p. 19, grifos no original) uma “sensação numérica”. Este autor afirma que o “[...] número é simplesmente **sentido e percebido**, não é ainda concebido por ele [o bebê] de modo abstrato, e ele nem sequer terá ideia de se servir de seus dez dedos para designar um dos primeiros números”.

Para o professor desenvolver o ensino deste conceito com as crianças é necessário que ele domine o movimento conceitual do número. Entendemos por movimento conceitual o processo de produção histórica do conceito e seus nexos conceituais. Lanner de Moura (2007, p. 69) afirma que:

Os nexos conceituais são conceitos dos quais o conceito em estudo resulta numa nova síntese. Assim, dizemos que os conceitos de correspondência biunívoca, de equivalência, de agrupamento, de grandezas discretas e contínuas são, entre outros, nexos conceituais do conceito de número.

Na pesquisa realizada por Moraes (2008) junto aos professores do Ensino Fundamental constatou-se que os docentes, em sua maioria, dominam os conceitos do sistema de numeração decimal, utilizam para soluções dos problemas do dia-a-dia, porém, não se apropriaram dos conceitos fundamentais envolvidos neste sistema de forma relacional, isto é, não há uma compreensão das conexões internas dos conceitos. Por exemplo podemos citar a relação entre agrupamento e conceito de base, os quais serão trabalhados posteriormente.

Diante dessa situação, nos cursos de formação de professores temos privilegiado desenvolver junto aos docentes atividades de ensino que busquem revelar o modo de produção do conceito de número, visto que partimos do pressuposto de que, se o professor dominar o conceito e suas relações internas, terá melhores condições de ensiná-los aos escolares.

O conceito de atividade que utilizamos tem como base os pressupostos da teoria da atividade proposta por Leontiev, e de Atividade Orientadora de Ensino (AOE) desenvolvida por Moura (1996).

Consideramos a AOE como base teórico-metodológica para a organização do ensino como atividade, cujas principais características são: a intencionalidade pedagógica, a existência de situação desencadeadora de aprendizagem, a essência do conceito como núcleo da formação do pensamento teórico, a mediação como condição fundamental para o desenvolvimento da atividade, o trabalho coletivo como contexto de produção e legitimação do conhecimento (MORAES, 2008).

Desse modo, consideramos que o professor tem a importante tarefa de organizar o ensino que tenha como referência a cultura, produzida no desenvolvimento da humanidade, de forma a criar sentido para os escolares se apropriarem de conhecimentos que lhes permitam partilhar significados no seu meio social. Essa tarefa demanda condições objetivas para sua efetivação. Uma delas é a formação contínua do professor, tendo como núcleo dos seus estudos sua atividade principal: o ensino.

A atividade de ensino constitui-se o núcleo do trabalho do professor no processo de humanização dos escolares. O que mobiliza os professores a estarem em atividade de ensino é a necessidade de organizar suas intervenções pedagógicas – o ensino, o qual, se adequadamente organizado, possibilitará a aprendizagem dos escolares e, conseqüentemente, proporcionará seu

desenvolvimento psicológico, isto é, uma transformação do sujeito no movimento de apropriação dos conhecimentos teóricos. Esta transformação não ocorre somente nos escolares, mas também no professor, porque o docente, ao apropriar-se do processo de organização do ensino, também se desenvolve profissionalmente. Em síntese, as ações são direcionadas pelo objetivo principal do professor que é ensinar. Para isso, suas ações consistirão no estudo, elaboração, implementação, controle e avaliação de situações desencadeadoras de aprendizagem. Estas ações serão concretizadas por meio de operações, as quais estão relacionadas às condições concretas para efetivação do objetivo da atividade.

A atividade de ensino materializa-se em uma situação desencadeadora de aprendizagem, visto que **situação desencadeadora de aprendizagem** constitui-se na objetivação da atividade de ensino, a qual contempla a elaboração da solução coletiva e a gênese do conceito. É por meio da situação desencadeadora de aprendizagem que o professor desenvolve sua intervenção junto ao escolar, na relação professor-conhecimento-escolar, pois, para que a aprendizagem torne-se significativa, a atividade de ensino deve desencadear uma atividade de aprendizagem.

Para que a atividade de ensino possa desencadear uma atividade de aprendizagem é importante que o professor **crie a necessidade no aluno de se apropriar dos conhecimentos teóricos**. Esta ação do professor na organização da atividade de ensino está de acordo com a defesa de Davýdov (1999, p. 4) sobre a elaboração das tarefas de estudo pelos docentes. Ele defende que: “ninguém pode forçar a criança escolar entrar em atividade de aprendizagem se elas não têm necessidade de fazer isto”.² Para nós, a situação desencadeadora de aprendizagem equivale às tarefas de estudos propostas por este pesquisador, visto que ela é organizada de modo a possibilitar condições para que o objetivo da atividade de ensino seja alcançado.

A situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a **gênese do conceito**, ou seja, a sua **essência**. Essência é entendida conforme Davýdov (1982, p. 346-347, grifos no original) como:

[...] conexão interna, que como manancial único e como base genética determina todas as demais peculiaridades particulares do todo. Trata-se de conexões objetivas que em seu desmembramento e manifestação asseguram a unidade de todos os aspectos do ser íntegro, ou seja, dotam ao objeto do valor concreto. Neste sentido, essência é a definição **geral** do objeto (grifo do autor).

Nesse sentido,

Conhecer a essência significa tomar o geral como base e como fonte única de uma certa diversidade dos fenômenos, e logo mostrar como esse ente geral determina o surgimento e a interconexão dos fenômenos, ou seja, a existência do valor concreto.

A situação desencadeadora de aprendizagem deve ser composta por um **problema de aprendizagem**, e não um problema prático. A distinção desses dois tipos de problemas foi feita por Rubtsov (1996), o qual afirma que: um problema concreto prático busca modos de ação em si, a aquisição de uma ação para a resolução de uma situação específica particular; já num problema de aprendizagem o aluno se apropria de uma forma de ação geral, que se torna base de orientação das ações em diferentes situações que o cercam.

PROFESSORES EM ATIVIDADE DE APRENDIZAGEM: A ELABORAÇÃO DE UM SISTEMA DE NUMERAÇÃO

Com base nos pressupostos mencionados anteriormente, propomos aos professores a seguinte situação desencadeadora de aprendizagem:

Imaginem se fôssemos proibidos de utilizar o Sistema de Numeração Decimal. Para continuarmos a controlar as quantidades necessitaríamos de produzir outro sistema de numeração. Qual será esse novo Sistema de Numeração?

Esta situação desencadeadora de aprendizagem não parte de conhecimentos particulares para chegar ao conceito de um sistema de numeração. Ao contrário, para a

² As traduções presentes neste texto são de responsabilidade da autora.

solução dessa situação-problema os participantes, por meio de suas ações e operações, deverão **pensar sobre os conceitos fundamentais constituintes de um sistema de numeração**, tais como: base, agrupamento, valor posicional e os signos. Desse modo, não são os procedimentos o mais importante e sim as operações mentais sobre os conceitos que revelam a qualidade desta situação-problema, conseqüentemente, da atividade de ensino.

Observamos que, na situação de aprendizagem, o objetivo é a compreensão da **gênese** de um sistema de numeração, isto é, qual é a essência desse sistema, já que os signos numéricos não podem ser tomados soltos; é preciso que se estabeleça uma relação com os demais conceitos. Na situação-problema colocada aos professores, o intuito é que eles compreendessem os conceitos essenciais de um sistema de numeração.

O pressuposto teórico é o de que os participantes, ao compreenderem os princípios gerais de um conhecimento teórico, saberão lidar com as variações particulares, com poucas intervenções do outro (mestre, formadores, pares mais experientes, livro didático). Davýdov (1982, p. 404) afirma que: “Na formação dos conceitos matemáticos, por exemplo, ‘é mais fecundo iniciar o ensino pelo conhecimento dos conceitos mais gerais’, já que eles facilitam o processo de assimilação, e passar logo ao estudo das particularidades”.

Os professores organizaram-se em grupo para pensar a solução desta situação-problema. Para expressar suas ideias eles puderam utilizar-se de diferentes materiais, tais como: canudinhos, cartolina, papéis coloridos, pincéis atômicos, entre outros. Ficou combinado que cada grupo faria a exposição de seu trabalho para o grande grupo. A partir das apresentações e discussões os professores escolheriam o sistema de numeração da turma. As orientações da professora-formadora eram no sentido de que a solução escolhida fosse a mais eficiente e matematicamente correta.

O processo de solução da situação-problema foi de intensa participação dos professores, visto que todos se envolveram na busca das respostas. Dessa forma podemos considerar que a atividade de ensino proposta pela professora-formadora desencadeou atividade de aprendizagem, visto que as ações dos professores estavam direcionadas para a busca da solução do problema em questão.

No processo de solução, foi possível perceber que o ponto mais difícil foi o início, onde os professores necessitavam pensar o controle de quantidade de outra forma, mas que, segundo eles, o sistema de numeração decimal é tão forte nas suas vidas que os impedia de pensar em outro modo de contagem. De acordo com Ifrah (2005, p. 9): “o uso dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 nos parece em geral tão evidente que chegamos quase a considerá-lo como aptidão inata do ser humano, como algo que aconteceria do mesmo modo que andar ou falar”. Em alguns grupos foi necessária a orientação da professora-formadora para que os professores superassem esse primeiro momento. Para isso a professora-formadora utilizou-se de perguntas-guias para que os participantes percebessem os conceitos envolvidos em um sistema de numeração.

Discutiremos, a seguir, algumas soluções apresentadas pelos professores tentando articular com o movimento conceitual de produção do sistema de numeração, isto é, os aspectos lógico-históricos do conceito. Para nós, considerar os aspectos lógicos significa considerar a dimensão histórica e lógica do conhecimento. A dimensão histórica é considerada dentro da atividade de ensino como uma das formas de perceber o processo de produção histórico-cultural do conceito. Nesse sentido significa conceber o conceito inserido em uma história na qual os homens, diante de necessidades objetivas, buscam e elaboram soluções. A dimensão lógica diz respeito ao processo de apropriação do conceito, considerando seu aspecto histórico, pelo pensamento humano.

Portanto, trabalhar com a unidade lógico-histórica no ensino de matemática constitui-se em uma forma de desenvolver os conhecimentos desta área do saber que considere o processo de produção dos conceitos como produto da atividade humana diante das necessidades objetivas enfrentadas pelos homens (MOURA, 2004, 2007; ARAÚJO, 2007; DIAS, 2007; LANNER DE MOURA, 2007, MORETTI, 2007). Moretti (2007, p. 98) defende que:

Desta forma, assumir a importância de que o lógico-histórico seja considerado dialeticamente no processo de conhecimento de um determinado objeto, traz implicações para o trabalho docente. Em especial para o ensino de matemática, é fundamental que a história do conceito

permeie organização das ações do professor de modo que esse possa propor aos seus alunos problemas desencadeadores que embutem em si a essência do conceito. Isso implica que a história da matemática que envolve o problema desencadeador não é a história factual, mas sim aquela que está impregnada no conceito ao se considerar que esse conceito objetiva uma necessidade humana colocada historicamente.

A organização do ensino, tendo como um dos princípios os aspectos lógico-históricos, tem como objetivo propor atividades de ensino que possibilita a integração do aprendiz no movimento de produção do conceito.

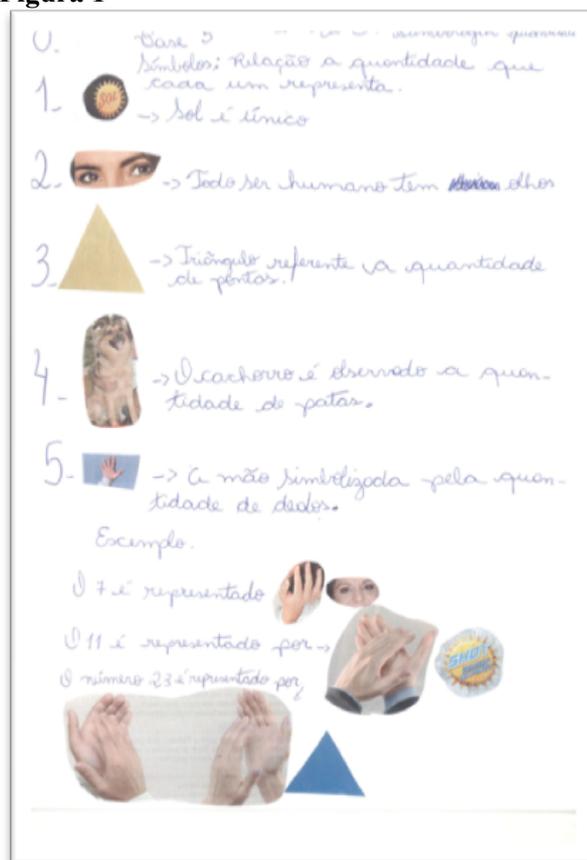
ANÁLISE DAS SOLUÇÕES APRESENTADAS PELOS GRUPOS: DO CONTROLE DE QUANTIDADE PRIMITIVO AO SISTEMA DE NUMERAÇÃO

Nesta etapa do trabalho analisaremos as soluções apresentadas por alguns grupos de professores, revelando a riqueza das soluções para a apropriação dos conceitos fundamentais de um sistema de numeração. Para isso tentaremos articular com o processo histórico de produção do sistema de numeração, ressaltando a relação entre a produção do conhecimento e as necessidades humanas que mobilizaram o homem no processo de elaboração dos conhecimentos matemáticos.

Destacamos que a história da produção do sistema de numeração é complexa e rica em detalhes, sendo impossível dar conta desta no limite deste texto; no entanto, as soluções apresentadas pelos professores revelam marcas e conceitos importantes desse processo histórico, como poderemos observar a seguir.

Um grupo apresentou uma forma de controle de quantidade interessante, que nos remete ao processo de contagem primitiva em que o homem utilizava-se dos atributos externos para determinar as quantidades. Vejamos na figura seguir:

Figura 1



Fonte: Arquivos da autora

Os numerais colocados ao lado 1, 2, 3, 4 e 5 representam a quantidade a ser controlada e seus respectivos signos. Nessa forma de controle de quantidades apresentadas pelos professores predomina o uso das partes do corpo, tais como: olhos e mãos e outros objetos encontrados na natureza também são utilizados. Podemos dizer que convencionaram, no plano mental, a relação entre o conjunto que conta (mãos, olhos, sol, cachorro, triângulo,) e o conjunto contado (qualquer objeto a ser contado). As operações mentais dos professores buscaram criar um conjunto de signos para realização do controle de quantidades que denominaram de SNSQ, Sistema de Numeração Simbologia Quantitativa.

Mesmo colocando que o sistema elaborado é de base cinco, esse conceito não aparece na forma como o grupo organizou o controle de quantidade. Isso é um ponto para refletirmos, visto que os professores reconhecem a importância do conceito de base para a organização de um sistema de numeração, porém, ao não dominá-lo em sua plenitude, ou considerando apenas o aspecto verbal, não

conseguiram que esse conceito estivesse presente no modo de controlar quantidades que elaboraram.

O princípio aditivo é utilizado para a representação de quantidade acima de 5, por exemplo, a quantidade 7 é representada por uma mão e os dois olhos, 23 seria quatro mãos e um triângulo, isto é $5 + 5 + 5 + 5 + 3$. No processo de elaboração os professores puderam verificar o limite dessa forma de contagem proposta, a dificuldade de representar grandes quantidades, visto que precisariam inventar uma quantidade variada de signos. Conforme Moura (2003, p.12): “Quando um sistema possui um número muito grande de signos, torna-se ineficiente ou limitado. Percebemos que, na contagem por correspondência biunívoca, existirão tantas marcas quantas forem a quantidade a serem representadas”.

Se buscarmos a história do nosso sistema de numeração, verificaremos que o homem, até chegar ao sistema de numeração decimal, também passou por várias etapas, deste o numeral-objeto, representado pelas pedras até chegar ao sistema de numeração indo-arábico, numeral abstrato.

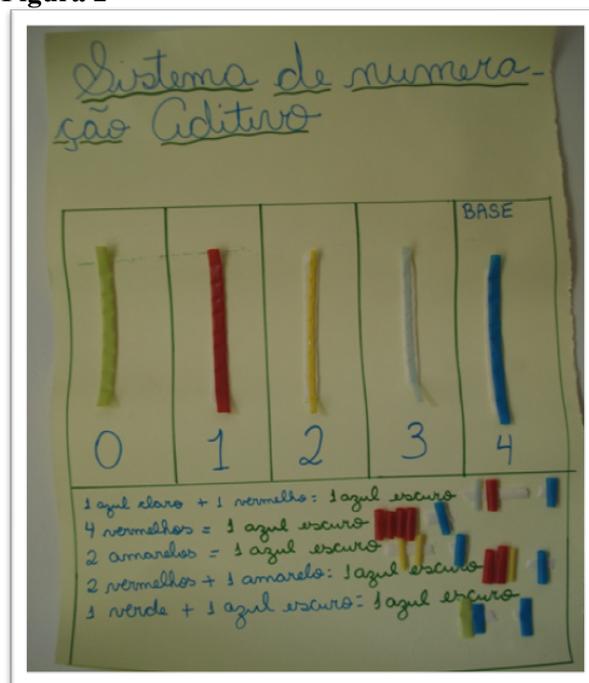
A elaboração dos signos numéricos amparou-se também na utilização de desenhos de gêneros da natureza. Ifrah (2005) nos apresenta que, com o nascimento da contabilidade escrita, por volta de 3.500 a. C., os sumerianos e elamitas adotaram a representação dos objetos para designar a quantidade a ser controlada. Assim, “[...] os signos de numeração, o sistema **pictográfico** atende muito bem às necessidades econômicas e jurídicas do momento” (IFRAH, 2005, p. 147, grifos no original). Estes símbolos têm a função de significar o que representam visualmente. Esse foi o princípio utilizado pelos professores quando elaboraram a solução mencionada anteriormente, por exemplo, a quantidade 25 é representada por cinco mãos.

A forma de controlar quantidade elaborada por esse grupo de professores não pode ser considerado um sistema de numeração, mas um modo de contagem, visto que para ser um sistema depende de outros conceitos, para além dos signos que representam uma quantidade. Está próxima da contagem primitiva, pré-história do sistema de numeração em que o controle de quantidades consiste na utilização de objetos ou marcas. “A contagem por correspondência um a um e o uso dos objetos para contar caracterizam a etapa

histórica da contagem pelo ‘numeral-objeto’” (MOURA, 2003, p. 6).

Outra solução apresentada para a situação-problema foi o denominado pelos professores de sistema de numeração aditivo, conforme apresentamos na figura 02.

Figura 2



Fonte: Arquivos da autora

Na tentativa de produção de um sistema os professores também se apegaram no atributo externo, cor, para controlar as quantidades. Também se utilizaram do conceito de base, mas de forma equivocada, visto que o princípio que determina o conceito de base é o multiplicativo, e o princípio utilizado foi o aditivo. As **trocax** é que sustentam a elaboração realizada pelos professores. Podemos perceber que a quantidade de 0 até 4 são determinadas por cores diferentes. Quando questionadas como representaria o número 20, elas disseram que poderia ser realizada de várias formas, 5 canudinhos azuis escuro, ou 6 canudinhos azuis claros e mais um amarelo, até mesmo 20 canudinhos vermelhos. Na apresentação, uma professora expôs que, para representar números elevados, essa forma de controle de quantidade era limitada.

Em um tempo em que o controle de quantidades feito pelo homem não era tão complexo como o atual, ele se utilizou de forma simples de contagem, como os diferentes

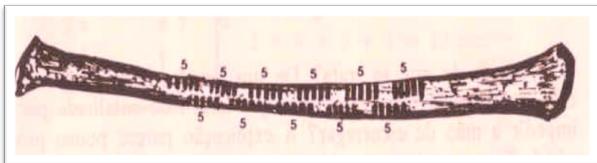
tamanhos das pedras, as cores. No entanto, o controle de quantidade feito pelos homens apoiado nos atributos externos deparou na dificuldade de estabelecer e encontrar na natureza os objetos com as mesmas cores ou tamanho em regiões diferenciadas; dessa forma para o homem transmitir as informações sobre o controle de quantidades tornar-se-ia complicada e de difícil precisão. Diante dessa situação surgiu a necessidade de um instrumento para o controle de quantidade mais estável, prático e de confiança.

A história da produção do sistema de numeração decimal demonstra que as trocas constituíram um avanço em relação à correspondência um a um; visto que não era necessário ter uma marca solta para cada objeto, o homem, diante das suas necessidades de contagem, começou a realizar os agrupamentos. As trocas constituíram a base para o conceito de agrupamento e de base

O agrupamento compõe-se na junção de uma mesma quantidade. Essa junção, sendo feita sempre sobre uma mesma quantidade, constitui-se no princípio da base de um sistema de numeração. A necessidade do agrupamento para o controle de quantidades pode ter surgido da dificuldade do homem visualizar uma quantidade de, por exemplo, traços para além de quatro. Sabemos que até a quantidade quatro é perceptível visualmente, quantidades maiores o olho humano não dá conta de visualizar de forma rápida e acertada. Assim se agrupar facilita esse processo.

No desenho a seguir podemos observar os rudimentos do conceito de agrupamento de cinco unidades produzido pelos homens.

Figura 3



Fonte: Ifrah (2005)

Conforme Ifrah (2005, p. 105)

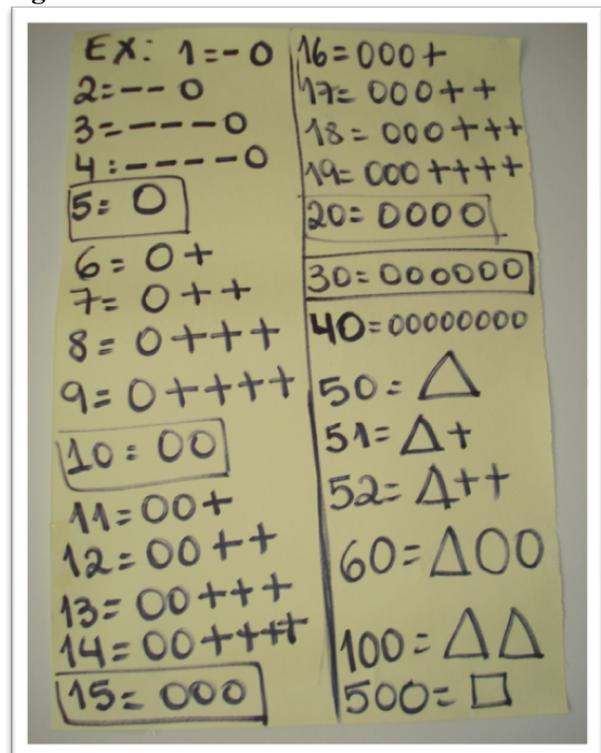
O homem a quem serviu este pedaço de osso era talvez um terrível caçador. A cada vez que matava um animal, ele fazia um talho no osso. [...] Desse modo, ele estabelecia as condições de alimentação; mas, para não ter de contar a cada vez o

conjunto de entalhes correspondentes, acabou habituado a dividi-los em grupos de cinco, como os dedos da mão.

Nesta etapa, os registros era a notação das coisas ou seres diretamente envolvidos na operação; no entanto estavam “[...] inventando os primeiros rudimentos da contabilidade escrita: na realidade, eles estavam traçando **algarismos** no sistema de notação numérica mais rudimentar de toda a história” (IFRAH, 2005, p. 108, grifos no original). Podemos também acrescentar que os homens dessa época realizavam operações mentais em que o agrupamento de cinco em cinco facilitava o controle de quantidades.

Outro grupo adotou o mesmo princípio, o aditivo, porém as representações por meio dos signos não restringem a cores, mas possui uma notação simbólica. O signo cinco, sendo a bolinha, foi convencionado; nesta convenção o signo nada tinha em comum com a quantidade que representava, sendo uma forma de abstração numérica.

Figura 4



Fonte: Arquivos da autora

O grupo considerou a solução da situação-problema eficiente; segundo eles poderiam representar qualquer quantidade, mesmo

percebendo a necessidade de sempre criar novos símbolos e utilizar uma quantidade significativa de signos para representar pequenas quantidades. Na realização dessa atividade é importante observar as ações de aprendizagem dos professores, visto que no movimento de elaboração da solução para situação-problema os conhecimentos prévios são articulados com os conhecimentos que ainda não possuem. Sem contar que nessas ações de aprendizagem eles têm a possibilidade de refletir sobre a complexidade que envolve um sistema de numeração.

Por exemplo, todos os professores admitem que o sistema de numeração decimal é constituído pela base dez; porém, no processo de produção de um sistema de base diferente da do decimal esse conceito não se fez presente na maioria das soluções propostas pelos grupos. Assim, percebemos que os professores reconhecem a importância desse conceito na constituição de um sistema de numeração, mas não conseguem transferi-lo para outras situações. Diante disso, inferimos que os docentes possuem noções sobre o conceito de base, ou seja, não tem apropriado esse conceito no plano mental, isto é não faz parte de seu pensamento.

A generalização ocorre quando, no plano mental, os sujeitos conseguem transferir o modo geral de solução para a resolução de problemas de uma mesma classe. Assim, nesse plano de pensamento os participantes deveriam estabelecer a relação entre os conceitos numéricos: base, agrupamento, valor posicional e a importância dos signos para a resolução das situações-problema despregadas dos aspectos sensoriais, isto é, ter condições de pensar numericamente, utilizando-se dos nexos conceituais. Podemos afirmar que os docentes conhecem o sistema de numeração não quando identificam os sinais gráficos pertencentes a um determinado sistema, mas quando, mediante esses sinais, podem comunicar e realizar ações mentais ou físicas, interagindo com esses códigos de diferentes formas para a solução de situações-problema.

Se detalharmos a lógica que permeia o sistema apresentado na figura 04 percebemos que temos o agrupamento de cinco em cinco. Nessa forma de controle de quantidade o princípio aditivo constitui-se a base para a contagem.

Por meio do exame da história do número, verificamos que o princípio aditivo permaneceu por muito tempo no processo de elaboração de um instrumento de controle de quantidades. Podemos

inferir que pode ser isso que fez com que várias soluções apresentadas pelos professores basearam neste princípio para o controle de quantidade, visto que, para uma contagem inicial, primitiva, o princípio aditivo até dá conta. Mas a humanidade caminha, as necessidades são mutantes e geradoras de novas necessidades.

O quarto grupo apresentou a seguinte elaboração:

Figura 5

Sistema de Numeração Claudiano		
10. O	100. V	
20. OO	200. VV	
30. OOO	300. VVV	
40. OOO	400. VN	
50. OOO	500. N	
60. OOO	600. NV	
70. OOO	700. NVV	
80. OOOO	800. NVVV	
90. OOV	900. V∞	
	1000. ∞	

Fonte: Arquivos da autora

Este sistema de numeração está próximo ao sistema de numeração denominado de algarismos romanos. Os algarismos romanos consistem em um sistema de numeração, também regido pelo princípio aditivo; a ordem dos símbolos, na maioria dos registros, não altera a quantidade representada. Por exemplo:

$$CCXXXII = 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 = 232$$

$$XXXCCII = 10 + 10 + 10 + 100 + 100 + 1 + 1 = 232$$

No princípio aditivo, temos, também, o subtrativo, em que a representação da quantidade 4, 9, 19, 40, 90, entre outras são representadas da seguinte forma:

$$4 = IV (5 - 1)$$

$$9 = IX (10 - 1)$$

$$40 = XL (50 - 10)$$

$$90 = XC (100 - 10)$$

O sistema denominado de Claudiano elaborado pelos professores segue os mesmos princípios, mudando os signos, conforme expressam na figura 5.

$$\begin{aligned} 4 &= S (5 - 1) \\ 9 &= \hat{O} (10 - 1) \\ 90 &= 0V (100 - 10) \end{aligned}$$

Salientamos, também, que, na busca para a solução do problema proposto, os professores deram conta, no final do processo de elaboração, de que o sistema por eles produzido continha as mesmas ideias que os algarismos romanos. Isto só foi possível quando tiveram a oportunidade de discutir com os demais participantes do processo formativo a solução encontrada.

Há que ressaltar que, no sistema de numeração romano, o zero ainda não era importante, por isso não havia um signo para representá-lo. No entanto, no sistema elaborado por esse grupo, eles apresentam um signo para o zero, mas não o utilizou, revelando assim a sua não necessidade. A necessidade de uma representação para o zero ocorre mais tarde no processo de elaboração do sistema de numeração, diante da sua importância para marcar o valor relativo de um número, ou seja, o valor posicional. Ifrah (2005, p. 188-189) afirma que:

Os algarismos romanos (cuja normalização por identificação às letras da escrita latina monumental se fez, portanto, numa época tardia de sua história) nasceram na verdade centenas de anos – talvez mesmo milhares de anos – antes da civilização romana.

Este autor defende que os algarismos romanos surgiram da prática do entalhe. Quando o homem controlava as quantidades utilizando para o registro, pedaço de ossos e madeira. Ifrah (2005) afirma que, o pastor, para diferenciar ou mesmo perceber a quantidade que estava sendo contada, mudava os símbolos quando chegava à quantidade cinco, dez. Estes signos se aperfeiçoaram e chegaram aos que conhecemos atualmente.

O referido autor afirma que vários povos, de diferentes locais, chegaram à forma de controlar e registrar as quantidades de modos semelhantes. No entanto, Ifrah (2005) ressalta que essa situação não se deve por uma simples cópia ou mera repetição, mas, ao contrário, isso ocorreu

porque os diferentes povos tiveram que resolver problemas idênticos.

Podemos inferir que foram as necessidades humanas de produzir instrumentos para controlar, registrar e comunicar as quantidades, que fizeram com que homens, vivendo distantes um dos outros, tomassem o mesmo caminho e chegassem a resultados semelhantes.

O que explica por que sociedades sem nenhum contato entre si tenham chegado, simultaneamente ou em épocas diferentes, a resultados semelhantes: domínio do fogo, descoberta dos números, progresso do urbanismo e da tecnologia, desenvolvimento da agricultura, tratamento e liga dos metais, invenção da roda ou do arado... (IFRAH, 2005, p. 180).

Ainda, de acordo com Ifrah, o sistema dos romanos para o controle de quantidade não permitia aos seus usuários realizar cálculos. Essa tarefa era realizada por poucos. Imaginemos a realização da operação a seguir, sem a tradução para a nossa forma atual de controle.

$$\begin{array}{r} \text{CCCLXVIII} \\ + \text{DCCXXIX} \\ \hline \end{array}$$

O sistema de numeração romano permitia registrar grandes quantidades, de 1 até 500.000.000, porém os registros podiam confundir e também ocasionar erros de interpretação. Assim, diante da dificuldade de realizar cálculos de forma rápida e precisa e, também, considerando a quantidade de signos necessários para a representação de quantidades, o sistema de numeração romano revelou-se limitado diante das necessidades humanas no controle de quantidade.

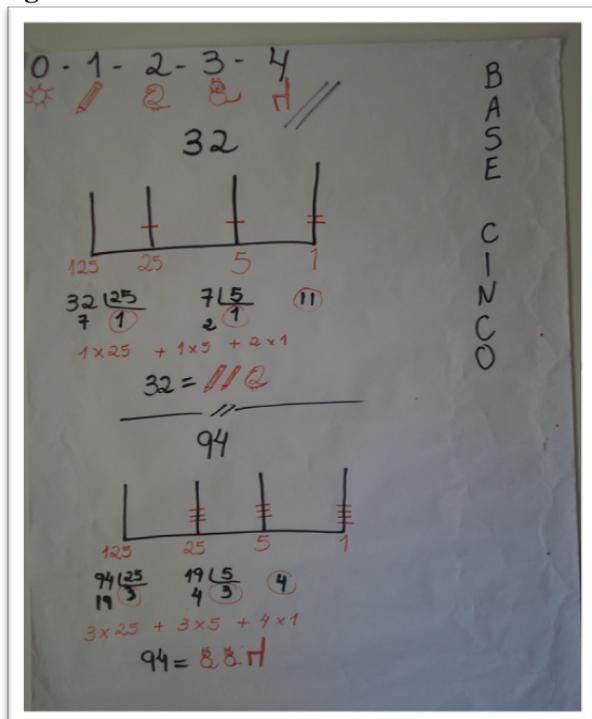
A produção de dois grupos a seguir representa um sistema de numeração em que os conceitos de base, agrupamento, valor posicional e quantidades de signos se fazem presentes.

Figura 6



Fonte: Arquivos da autora

Figura 7



Fonte: Arquivos da autora

Os sistemas elaborados por esses grupos são de base cinco, conforme a denominação dada pelos professores. O conceito de **base** foi utilizado corretamente, visto que convencionaram o

agrupamento do agrupamento, de cinco em cinco, constituindo a base para a contagem. As unidades são agrupadas sempre em uma mesma quantidade que constitui a base da contagem. O **número de signos**, sendo base cinco, são necessários cinco signos para representar toda e qualquer quantidade. Para que isso possa ocorrer é necessário outro conceito fundamental de um sistema de numeração: o de **valor posicional**, isto é, dependendo do lugar que o signo ocupa tem um valor, revelando, também a importância do signo zero no sistema de numeração. Esses conceitos é que faz desse modo de controle de quantidades um sistema de numeração de base cinco.

Até chegar a essa solução esses grupos se envolveram em importantes discussões sobre os conceitos de um sistema de numeração. Com a ajuda da professora-formadora, conseguiram sistematizar um sistema de numeração.

Na figura 07 os professores utilizaram-se da lógica do sistema de numeração decimal e transferiram para um sistema de base cinco, porém não conseguiram, no primeiro momento, explicar a utilização dos signos para representar uma quantidade maior, por exemplo, 232.

O segundo grupo, por meio da intervenção da professora-formadora e com a utilização do ábaco, avançaram um pouco mais. O ábaco foi importante nesse processo, visto que os professores aproximaram do conceito de base; e com a ajuda deste instrumento ficou mais claro, tanto para o grupo, quanto para expor para os companheiros do curso.

O ábaco foi utilizado de forma representativa - desenho, demarcando o conceito de base, conforme figura 08. A utilização do ábaco permitiu aos professores colocar em movimento o que um sistema de numeração possui em sua representação: a ideia de valor relativo (definido pela posição) e valor absoluto, evidenciando assim, o conceito de base e a importância do zero.

Nessa forma de elaboração percebemos que, para controlar as quantidades, é necessária a atividade mental, visto que os atributos externos do que se conta não é levado em consideração, mas o signo e os demais conceitos que compõem esse sistema de numeração são abstratos, não possuem uma relação direta com o que se conta.

Após as apresentações e discussões sobre as produções realizadas pelos grupos, os professores decidiram que o sistema de base cinco seria adotado pelo grupo, ou seja, chegaram à

conclusão de que essas elaborações foram mais eficientes e matematicamente corretas diante da situação-problema apresentada. Os conceitos fundamentais que compõem um sistema de numeração estavam presentes, tais como: base, agrupamento, valor posicional, e os signos.

Os professores escolheram sistema denominado penta (figura 07), pois consideraram os signos mais práticos para os registros, não haveria dificuldade de interpretação dos dados.

Após escolhido o sistema de numeração para representar diferentes quantidades do grupo foi proposto outras quantidades para serem representadas utilizando-se desse sistema, com objetivo de trabalhar mais com o conceito de base e a importância do ábaco no processo de ensino e aprendizagem do conceito de sistema de numeração.

Na realização dessa atividade foi possível discutir as vantagens do nosso sistema de numeração em relação aos outros sistemas de bases diferentes, bem como comprovar a afirmação feita por Ifrah (2005, p. 55, grifos nossos):

A base dez apresenta, evidentemente, uma vantagem nítida sobre bases tão grandes quanto a trigesimal ou sexagesimal, pois corresponde a uma ordem de grandeza satisfatória para a memória humana: **os nomes de números ou os símbolos de base por ela exigidos são na verdade pouco numerosos**, sendo que uma tabela de adição ou de multiplicação pode facilmente ser aprendida de cor.

Nesse sentido, quando o homem conseguiu controlar as quantidades, por meio de um sistema de numeração, possibilitou a elaboração e registro de várias técnicas operatórias. Desse modo, as relações quantitativas passaram a fazer parte de um processo mental despregado dos objetos da natureza, permitindo o controle de quantidades cada vez maiores.

[...] ao aprender a contar abstratamente e agrupar toda sorte elementos segundo o princípio da base, o homem aprendeu a **estimar, avaliar e medir grandezas** diversas (pesos, comprimentos, áreas, volumes, capacidade, etc.). De igual maneira, ele aprendeu a atingir e conceber os números cada vez maiores antes mesmo

de conseguir dominar a idéia de infinito (IFRAH, 2005, p. 77).

Consideramos que compreender o processo histórico de produção do conhecimento matemático e as necessidades humanas que estiveram presentes nesse processo, constitui-se em uma forma de entender a essência do conceito. Assim, não tomamos a história de produção de um determinado conceito como uma sucessão de fatos, mas como uma forma de compreendê-la para organizar atividades de ensino que cria a necessidade do conceito para os aprendizes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento desta atividade com os professores permitiu que eles compreendessem a complexidade que envolve um sistema de numeração, bem como refletir sobre a prática de ensino deste conteúdo junto às crianças, a qual muitas vezes ocorre de forma descontextualizada e mecânica, sem ao menos trabalhar com os conceitos envolvidos no sistema de numeração.

Essa atividade de ensino permitiu-nos trabalhar com a história do sistema de numeração para além da história factual. A partir das produções dos próprios professores foi possível evidenciar o processo de produção do sistema de numeração decimal e discutir seus conceitos constitutivos historicamente. Dessa forma, consideramos que essa atividade oportunizou aos professores compreender os conceitos fundamentais do sistema de numeração. Esse conhecimento é importantíssimo no processo de organização das atividades de ensino junto aos escolares.

Constatamos, por meio da realização desta atividade que a maioria dos professores superou as noções elementares de um sistema de numeração, em especial, o sistema de numeração decimal (SND). De acordo com Kalmykova (1991, p. 20):

Não basta possuir noções; é necessário ser capaz de usá-las no momento preciso, escolhendo as noções necessárias para a solução de determinado problema. Costuma suceder que um aluno não consiga resolver um problema por não saber mobilizar as noções que possui. A escolha das noções necessárias exige uma especial concentração sobre o texto do problema, ou seja, analisá-lo.

Outro ponto que destacamos foi a forma de realização dos trabalhos em pequenos grupos e a exposição das ideias para o grande grupo. Quando cada grupo fazia a exposição de suas ideias e os participantes ou a professora-formadora questionavam a solução encontrada para a situação-problema, a comunicação da resolução envolvia o outro e o outro era envolvido, mobilizando o grupo a pensar sobre a solução do problema. A comunicação, tomada como um instrumento psicológico (signo), foi fundamental para a interiorização dos significados. Conforme Vygotsky (1989), instrumentos psicológicos (signos) são estímulos criados pelo homem como meios auxiliares para solucionar tarefa psicológica (memorizar, comparar algo, informar, escolher).

A linguagem tomada como um meio de comunicação é condição para a apropriação dos conhecimentos; é por meio dela que o sujeito manifesta seu pensamento. Conforme defende Leontiev ([197-], p. 184):

A linguagem é aquilo através do qual se generaliza e se transmite a experiência da prática sócio-histórica da humanidade, por consequência é igualmente um meio de comunicação, a condição da apropriação dos indivíduos desta experiência e a forma da sua existência na consciência.

É possível afirmar que a situação-problema atuou na zona de desenvolvimento proximal dos professores. Isto foi revelado no percurso da resolução das atividades, em que houve a mobilização dos conhecimentos anteriores e a interação entre os pares e a professora-formadora. Percebemos que, no primeiro momento, eles necessitavam da ajuda do outro para a resolução da situação e, nessa relação dialógica, conseguiram compreender o modo de solução que envolveu as ações de aprendizagem. Talvez, se o caminho do conhecimento trilhado pelo grupo fosse um processo solitário, alguns poderiam ter abandonado.

Enfatizamos, também, que, por meio dessa situação de aprendizagem, foi possível discutir os conceitos que envolvem o sistema de numeração decimal e as vantagens desse sistema diante de outros com bases menores ou maiores.

A atividade de ensino mobilizou o pensamento dos professores. Isso ficou claro no movimento de discussão, elaboração, exposição e

reflexão das soluções, onde os docentes tiveram a oportunidade de expressar e refletir sobre seus conhecimentos. Trabalhar com os aspectos lógico-históricos dos conceitos constitutivos do sistema de numeração, a partir das produções dos professores, tornou a atividade mais viva e enriquecedora da aprendizagem.

Proporcionar aos professores a compreensão do movimento conceitual dos conceitos matemáticos oportuniza-os pensar e organizar o ensino desta forma, visto que terão condições de elaborar atividades de ensino que contemplem o processo de produção dos conceitos científicos, possibilitando aos escolares a apropriação destes conceitos e o desenvolvimento das suas capacidades intelectuais.

Destacamos que esse é o modelo de formação de professores que defendemos, ou seja, formação no processo de elaboração, desenvolvimento e reflexão da atividade de ensino. Assim, ao organizar o ensino o professor também se desenvolve e humaniza-se. Para que isso ocorra é preciso de condições objetivas, as quais devem ser garantidas pelas políticas de Estado para a educação.

Referências

- ARAUJO, E. S. O projeto de matemática como desencadeador da formação docente. In: MIGUEIS, M. R. e AZEVEDO, M. G. **Educação Matemática na infância: abordagens e desafios**. Serzedo – Vila Nova de Gaia: Gailivro, 2007, p.25-38.
- DAVÝDOV, V. V. What is real learning activity? In: HEDEGAARD, M. LOMPSHER, J. **Learning activity and development**. Aarhus: Aarhus University Press, 1999. p. 123-137.
- _____. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscou: Progreso, 1988.
- _____. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.
- DIAS, M. S. **Formação da imagem conceitual da reta real: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica**. Tese, 2007, 252 f. (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
- IFRAH, G. **Os números: a história de uma grande invenção**. 11 ed. São Paulo: Globo, 2005.
- KALMIKOVA, Z. I. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. In: LURIA et al. **Psicologia e pedagogia: II – investigações experimentais sobre problemas didáticos específicos**. 2 ed. Lisboa: Estampa, 1991, p. 9-26.
- LANNER de MOURA, A.R. Movimento conceptual em sala de aula. In: MIGUEIS, M. R. e AZEVEDO, M. G. **Educação**

Matemática na infância: abordagens e desafios. Serzedo – Vila Nova de Gaia: Gailivro, 2007, p. 65-84.

LEONTIEV, A. N. Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar. In: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 7. ed. São Paulo: Ícone, 2001, p. 59-83.

_____. **Actividad, consciência, personalidade**. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación, 1983.

_____. **O desenvolvimento do psiquismo humano**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

_____. **O desenvolvimento do psiquismo humano**. São Paulo: Moraes, [197-].

MORAES, S. P. G. **Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em Matemática:** contribuições da teoria histórico-cultural. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MORETTI, V. D. **Professores de matemática em atividade de ensino:** uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. 2007, 206 f. (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MOURA, M. O. de. (Coord.). **Controle da variação de quantidades:** Atividades de ensino. São Paulo: FEUSP, 1996.

_____. (Coord.) **Organizando a contagem em sistemas**. Programa de Formação Continuada. São Paulo: Fundação de Apoio à Faculdade de Educação/USP: 2003.

_____. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formativa. In: BARBOSA, R. L. **Trajetórias e perspectivas na formação de educadores**. Marília – SP: Editora da UNESP, 2004, p. 257-284.

_____. Matemática na infância. In: MIGUEIS, M. R. e AZEVEDO, M. G. **Educação Matemática na infância:** abordagens e desafios. Serzedo – Vila Nova de Gaia: Gailivro, 2007, p. 39-64.

RUBTSOV, V. A atividade de aprendizagem e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA (Org.). **Após Vygotsky e Piaget:** perspectivas sociais e construtivistas. Escola russa e ocidental. Porto Alegre: Artmed, 1996, p. 129-136.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

Recebido em 25 de março de 2015
Aprovado em 26 de setembro de 2015