

# O DESENVOLVIMENTO DO “OLHAR” GEOMÉTRICO POR MEIO DO USO DE MATERIAIS INSTRUÇÃOAIS E TECNOLOGIAS DIGITAIS

THE DEVELOPMENT OF THE GEOMETRIC “LOOK” THROUGH THE USE OF INSTRUCTIONAL MATERIALS AND DIGITAL TECHNOLOGIES

EL DESARROLLO DE LA “MIRADA” GEOMÉTRICA MEDIANTE EL USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS Y TECNOLOGÍAS DIGITALES

Tamires Lays Tomio<sup>1</sup>  
Viviane Clotilde da Silva<sup>2</sup>  
Maurício Capobianco Lopes<sup>3</sup>

**Resumo:** Este artigo apresenta um estudo teórico-prático cujo objetivo é avaliar a aprendizagem de geometria a partir de materiais instrucionais e tecnologias digitais, analisada com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Duval. Foi desenvolvido junto a uma turma de quinto ano do ensino fundamental, buscando perceber quais conhecimentos os estudantes em relação aos quadriláteros e triângulos, aprofundando-os a partir desta constatação. Verificou-se a heterogeneidade da turma, uma vez que no início da atividade alguns tinham conhecimentos das propriedades das figuras e conseguiam construí-las sem dificuldades, porém outros apresentavam uma noção bastante superficial. Apesar disso, observou-se que o uso dos materiais e do software se complementaram, auxiliando na compreensão do assunto e que a TRRS auxiliou na análise da aprendizagem dos estudantes.

**Palavras-chave:** Representação Semiótica. Materiais instrucionais. Tecnologias digitais na Educação Matemática.

**Abstract:** This article presents a theoretical-practical study whose objective is to evaluate the learning of geometry from instructional materials and digital technologies, analyzed based on Duval's Theory on Semiotics Representations Registers (TRRS). It was applied with a class of the fifth year of elementary school, seeking to understand what knowledge the students had in relation to quadrilaterals and triangles, deepening them based on this observation. The heterogeneity of the class was verified, since at the beginning of the activity some had knowledge of the properties of the figures and were able to construct them without difficulties, however others had a very superficial notion. Despite this, it was observed that the use of materials and software complemented each other, helping to understand the subject and that TRRS helped in the analysis of student learning.

**Keywords:** Semiotic representation. Instructional materials. Digital technologies in Mathematics Education.

**Resumen:** Este artículo presenta un estudio teórico-práctico cuyo objetivo es evaluar el aprendizaje de la geometría a partir de materiales didácticos y tecnologías digitales, analizados com base a la Teoría de los Registros de

<sup>1</sup> Professora da Secretaria Municipal de Educação de Massaranduba, Santa Catarina, Brasil. [laystomio@hotmail.com](mailto:laystomio@hotmail.com). <http://orcid.org/0000-0002-6522-4617>

<sup>2</sup> Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, Santa Catarina, Brasil. [vcs@furb.br](mailto:vcs@furb.br). <http://orcid.org/0000-0002-0315-6532>

<sup>3</sup> Professor do Departamento de Sistemas e Informação e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, Santa Catarina, Brasil. [mclopes@furb.br](mailto:mclopes@furb.br). <http://orcid.org/0000-0003-0796-0293>

Representación Semiótica (TRRS) de Duval. Se aplicó una actividad con una clase del quinto año de la escuela primaria, buscando comprender qué conocimiento tenían los estudiantes en relación con cuadriláteros y triángulos, profundizándolos com base a esta observación. Se verificó la heterogeneidad de la clase, ya que al comienzo de la actividad algunos tenían conocimiento de las propiedades de las figuras y podían construirlas sin dificultades, sin embargo, otros tenían una noción muy superficial. A pesar de esto, se observó que el uso de materiales y software se complementaban, ayudando a comprender el tema y que TRRS ayudó en el análisis del aprendizaje de los estudiantes.

**Palabras clave:** representación semiótica. Materiales de instrucción. Tecnologías digitales en educación matemática.

## Introdução

Se tivermos um olhar atento ao nosso redor podemos observar várias representações geométricas, tanto oriundas da natureza quanto da construção humana. Lorenzato (1995) afirma que a geometria traz na natureza, na arquitetura e em muitos lugares, ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume) e simetria.

Diante disso, cabe à escola, mais precisamente ao professor, explorar esta área da Matemática por meio de relações com o dia a dia dos estudantes de forma que eles tenham possibilidade de desenvolver o pensamento geométrico por meio de observações, manipulações e análises, aprimorando o seu olhar sobre as figuras geométricas, uma vez que, segundo Nacarato e Passos (2003, p. 29), "A geometria deve ser considerada um instrumento para a compreensão, descrição e interação com o espaço em que se vive, por ser o campo mais intuitivo e concreto da matemática e o mais ligado à realidade".

Segundo Santos e Nacarato (2014), o ensino de geometria deve também priorizar a discussão, a representação, a construção, a utilização de recursos didáticos para que o estudante possa manipular, desenhar, visualizar e, aos poucos, formar a imagem mental do objeto estudado para então abstrair e, à medida que seu nível de escolaridade aumenta, atingir "níveis mais

generalizados desse conceito, conseguindo pensar abstratamente sobre ele, com todas as suas propriedades e características, sem precisar ter o objeto na sua presença" (SANTOS; NACARATO, 2014, p. 23-24). É importante que o estudante consiga identificar e explorar os objetos geométricos, sua definição e suas propriedades, nas mais variadas representações, assim como relacioná-las, mostrando a verdadeira compreensão desta área da matemática.

Na busca por uma prática pedagógica relacionada ao ensino de geometria que conduzisse os alunos do 5º Ano do Ensino Fundamental ao seu entendimento, propôs-se uma atividade que relacionasse o uso de materiais instrucionais físicos e tecnológicos, com o uso do software GeoGebra, a fim de investigar se o uso destes instrumentos pedagógicos auxilia no desenvolvimento de uma aprendizagem com significado. Neste contexto entendemos como aprendizagem com significado aquela em que o estudante comprehende o procedimento/conceito utilizado conseguindo justificá-lo (VAN DE WALLE, 2009).

Na procura por pesquisas que tenham sido desenvolvidas nesta área foi investigado o estado da questão<sup>4</sup> relacionado ao ensino

<sup>4</sup> O Estado da Questão, segundo Therrien e Nóbrega-Therrien (2004, p. 7) é uma análise de pesquisas que visa "[...] levar o pesquisador a registrar, a partir de um rigoroso levantamento bibliográfico, como se encontra o tema ou o objeto de sua investigação no estado atual da ciência ao seu alcance."

por meio do GeoGebra, na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD e no Banco de Dissertações e Teses da CAPES, entre os anos de 2015 e 2020.

Na BDTD foram encontradas 384 pesquisas, porém, ao analisá-las verificou-se que, apesar de a grande maioria explorar o ensino de geometria por meio deste *software*, apenas uma se relacionada ao ensino de geometria por meio do uso do GeoGebra nos anos iniciais do ensino fundamental, fase escolar na qual foi desenvolvida esta prática pedagógica. Este trabalho que possui o título *Constituição de Zona de Desenvolvimento Proximal na aprendizagem de conceitos geométricos em alunos dos Anos Iniciais tendo o GeoGebra como instrumento mediador*, tinha por objetivo “a reflexão do processo educativo intencional de formação de conceitos geométricos, utilizando o instrumento mediador software GeoGebra” (JACQUES, 2015, p. 128) e concluiu que, apesar das ferramentas digitais modificarem as relações didáticas, o conhecimento científico somente se desenvolve com a presença do professor na organização das atividades e na promoção de ações colaborativas.

Ao consultar o Banco de Dissertações e Teses da CAPES, foram encontrados 470 estudos e destes apenas dois estudavam o ensino de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental por meio do *software* GeoGebra. Como um deles era o mesmo encontrado na BDTD, analisou-se apenas o outro trabalho. A pesquisa intitulada *Geometria no 5º Ano do Ensino Fundamental: Proposição de uma Sequência Didática para o Ensino de Polígonos* tinha como objetivo “investigar as possibilidades de trabalho com a Geometria no tema polígonos, mediado pelo software GeoGebra e pelo uso de materiais manipuláveis” (POLLI, 2017, p. 13).

Como resultado da análise da sequência didática proposta, a autora concluiu que a utilização de materiais manipuláveis e de recursos tecnológicos pode potencializar e intensificar a construção do conhecimento geométrico dos alunos.

As pesquisas encontradas nesta área e neste nível de ensino foram poucas, todavia serviram de motivação para o desenvolvimento deste estudo. Desta forma, este artigo tem como objetivo, apresentar um estudo teórico-prático relacionado ao ensino de geometria por meio de materiais instrucionais e tecnologias digitais, sendo que a aprendizagem dos estudantes foi analisada com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

Nesse sentido, este artigo apresenta uma prática, desenvolvida em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, que foi executada em duas aulas de 45 min cada, e teve como finalidade levar os estudantes a compreender o que são polígonos, quais seus elementos e a classificação dos quadriláteros (paralelogramos e trapézios) e triângulos (quanto aos seus lados) por meio do estudo de suas várias representações, utilizando-se de materiais instrucionais físicos e o *software* GeoGebra.

As tarefas aqui apresentadas buscaram conduzir os estudantes a compreenderem o que é um Polígono, classificar quadriláteros e triângulos e construir estes polígonos a partir de suas propriedades. A coleta de dados foi realizada por meio de observação da prática, questionamentos aos estudantes e análise das atividades desenvolvidas.

Na sequência apresentamos um breve resumo sobre o uso das tecnologias digitais em sala de aula, mais precisamente sobre o uso do *software* GeoGebra, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, que fundamenta a análise deste

trabalho e a prática pedagógica escolhida para ser apresentada e analisada.

### O uso de materiais instrucionais físicos e das tecnologias digitais em sala de aula

A matemática é uma ciência que explora objetos ideais, ou seja, seus objetos de estudo não podem ser encontrados no meio em que vivemos, mas apenas representados (DUVAL, 2013). Este fato e o desconhecimento de como trabalhar com as várias representações de um mesmo objeto, faz com que muitos estudantes tenham dificuldade no estudo deste componente curricular.

Diante disso, muitos pesquisadores defendem o uso de materiais instrucionais físicos como instrumentos de ensino e de aprendizagem nas aulas de matemática, para que, por meio de representações físicas, os estudantes possam interpretar as relações, propriedades e os procedimentos que envolvem os objetos matemáticos, dentre eles podemos citar: Kaleff (2016), Lorenzato (2010) e Passos (2010). Porém, estes mesmo autores defendem que, para que haja o desenvolvimento da aprendizagem, é necessário que este material, que também é chamado de material didático ou material manipulativo, provoque o estudante a refletir sobre o que está sendo estudado pois, , "[...] a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno", transformando a ação física em uma ação mental (LORENZATO, 2010, p. 21).

Neste sentido, cabe ao professor escolher o material que melhor se adequa ao conteúdo a ser explorado e mediar o

processo de aprendizagem, uma vez que, cada um tem

[...] uma função didática fundamental frente às habilidades que estão envolvidas no processo mental do aluno e de como essas habilidades estão interligadas com o surgimento de obstáculos cognitivos na construção dos conceitos e relações matemáticas. (KALEFF, 2016, p. 60, grifo do autor)

Desta forma, a utilização de materiais que, com a mediação do professor, por meio de construção, transformação, manipulação e análise, levem os estudantes a questionarem, discutirem, argumentarem e refletirem, têm um grande potencial de melhorar o raciocínio do estudante uma vez que transformam "o ensino aprendizagem da Matemática em uma prática dinâmica, intuitiva e desafiante" (POLLI, 2017, p. 46).

Apesar disso, muitos professores não fazem uso de materiais instrucionais nas aulas de matemática, alegando que eles consomem muito tempo e o currículo deste componente curricular é muito extenso. Em relação a isso Lorenzato (2010, p. 31) argumenta que "a utilização de MD [material didático] pode inicialmente tornar o ensino mais lento, mas em seguida, devido à compreensão adquirida pelo aluno, o ritmo aumentará e o tempo gasto no início será, de longe, recompensado em quantidade e principalmente em qualidade" e termina argumentando que muitas vezes o professor deve fazer escolhas entre desenvolver uma aprendizagem com significado, na qual os estudantes compreendam o que estão estudando ou simplesmente cumprir o programa de ensino. Sabe-se que atingir os dois é o ideal, porém, dependendo do ritmo de aprendizagem é necessário fazer uma

opção e é importante que os alunos entendam o que estão estudando como uma forma de diminuir as desigualdades.

Outro recurso que vem sendo utilizado nas aulas de matemática, e que vem trazendo bons resultados em relação a aprendizagem da matemática, porém com uma frequência bem menor, são as tecnologias digitais (TD). As TD vêm se popularizando e se disseminando há muitas décadas entre os jovens que as utilizam de diversas formas para troca de informações, pesquisa, redes sociais etc. Segundo Schulz (2017), o avanço das TD como o computador, os celulares e os *tablets*, permitiu que grande parte das pessoas tivesse acesso às informações de forma rápida. Hoje, de acordo com Gonçalves e Marco (2020, p. 372) os "alunos estão cada vez mais envolvidos com as TDs fora da escola, mantendo um constante acesso à Internet para diversos fins, por exemplo, jogos, músicas e, principalmente, redes sociais".

De uma forma mais lenta estas tecnologias também vêm se inserindo no ambiente escolar, como uma nova alternativa para as práticas pedagógicas. Segundo Amante (2011), o uso das tecnologias digitais na escola tem passado por várias fases e é explorado sob várias perspectivas. No início, que se configura o final da década de 1950, os computadores eram utilizados com programas que envolviam desenvolvimento de exercícios aprimorando competências específicas. Na sequência surgiram os programas tutoriais, o que também gerava, "inúmeras limitações do ponto de vista educacional, quer porque traduz uma visão perfeitamente passiva dos processos de aprendizagem, ou porque subestima o papel das interações sociais nesse processo". (AMANTE, 2011, p. 236). Ainda segundo esta autora, na década de

1980 as tecnologias passaram a ser utilizadas de maneira mais flexível e criativa, relacionadas a vários objetivos educacionais permitindo ao aluno ter um papel mais ativo na construção da sua aprendizagem, pois começaram a surgir softwares que possibilitavam a interação, o controle e desenvolvimento de investigação por parte do estudante.

Sobre o uso das TD hoje na escola Valente (1999, apud LOPES, 2013), afirma que existem várias formas de se utilizar o computador (e aqui estendemos para outras tecnologias) em sala de aula, utilizando-os ainda apenas como um meio de transmissão de informações, sendo que a forma tradicional de ensino apenas passa a utilizar uma tecnologia diferente da que utilizava até o momento, ou como uma forma de levar os estudantes a construir, testarem, analisarem, ou seja, produzir conhecimentos.

As TD, quando bem utilizadas em sala de aula, ou seja, com um objetivo bem definido, têm o potencial de produzir inovações para a prática pedagógica e permitem explorar questões para além daquelas que se utiliza diariamente em sala de aula, possibilitando ao estudante usar "o computador para construir seus conhecimentos" (LOPES, 2013 p. 634), sendo um grande aliado do professor em relação à sua prática de ensino e do estudante para o desenvolvimento de uma aprendizagem com significado. Neste contexto, a relação entre professor e estudantes frente aos processos de ensino e aprendizagem se modifica. A atividade deixa de ser explorada como uma forma de transmissão de saberes, pois o aluno passa a construir seu conhecimento enquanto o professor media o processo (AMANTE, 2011).

Para que isso aconteça é importante que o professor faça os estudantes

entenderem que as tecnologias utilizadas por eles para fins particulares também podem ser usadas com finalidade educativa. Os recursos tecnológicos permitem, em determinados aspectos, que se explorem elementos da teoria matemática que manualmente seriam impossíveis ou cansativos e desmotivantes, além de instigarem os estudantes a se envolverem e a verificarem, por si próprios, questões que dificilmente analisariam sem o seu uso, muitas vezes aceitando como verdadeiras sem questionar.

Além disso, as mídias, quando utilizadas em sala de aula na formação e constituição de um cenário investigativo<sup>5</sup>, podem auxiliar no desenvolvimento da curiosidade e da criticidade dos estudantes pois permitem que determinadas situações sejam analisadas sob diversas perspectivas, instigando a exploração de variações possíveis.

A informática possibilita ao ensino da matemática, uma atitude de experimentação. Os recursos disponibilizados a partir da tecnologia, como os softwares educacionais, instigam a participação dos alunos, a tomada de decisão, a levantar conjecturas e fazer analogias. (SANTOS; SILVA; MOURA, 2016, p. 335)

Pesquisadores afirmam que o desenvolvimento de cenários investigativos tende a conduzir os estudantes a desenvolverem pesquisas sobre o assunto a

ser estudado. Este processo possibilita que eles sejam construtores da própria aprendizagem, visto que levantam conjecturas, fazem testes para analisá-las e buscam por si próprios a solução do problema proposto, o que tende a levá-los a compreender melhor o assunto estudado (PONTE, 2006; PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013; PONTE; QUARESMA, 2017) e se tornarem mais críticos (SKOVSMOSE, 2000).

Dentre os softwares educacionais de livre acesso e que têm sido muito utilizados por professores e motivado os alunos para o estudo da Matemática destaca-se o GeoGebra que é um software de geometria dinâmica. Ele permite que se realizem diversas construções, planas e espaciais e, em relação aos sólidos geométricos, possibilita tanto a sua representação em 3D, quanto sua planificação. Um grande facilitador para o uso deste software é o fato de ele apresentar versões para computador, tablets e smartphones (VAZ; JESUS, 2014)

O GeoGebra também permite que o estudante explore várias representações do conceito matemático estudado, uma vez que ele possui uma interface geométrica e outra algébrica. Da mesma maneira, é possível fazer com que o estudante crie, construa e modifique as figuras de forma mais fácil e rápida, uma vez que este software possui uma interface simples e objetiva. Segundo Lopes (2013, p. 635),

[...] uma das principais características de um software de Geometria Dinâmica é a possibilidade de movimentar os objetos na tela sem alterar as propriedades da construção inicial, com isso, tem-se a possibilidade de, numa atividade desenvolvida com os recursos de um software com essas características, se fazer

<sup>5</sup> Para Skovsmose (2000), cenário de investigação é um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes são “convidados” a desenvolver investigações, sendo responsáveis pelo processo de levantamento de conjecturas e busca de soluções.

investigações, descobertas, confirmar resultados e fazer simulações, permitindo, inclusive, levantar questões relacionadas com a sua aplicação prática”

Pietropaolo (2005) reforça esta ideia afirmando que, segundo educadores, a inserção de programas de geometria dinâmica no ensino de geometria permite o trabalho a partir do levantamento de conjecturas e das suas testagens, o que otimiza o processo. Isso permite que o estudante desenvolva seu conhecimento a respeito dos objetos matemáticos estudados por meio da sua construção, analisando as propriedades, levantando conjecturas e fazendo testes.

Essa possibilidade permite que o estudante analise o objeto geométrico em questão sob diversas perspectivas e representações o que lhe possibilita ter maior domínio sobre este conhecimento. Segundo Duval (2013), em seu estudo dos Registros de Representação Semiótica, esta forma de trabalho permite que o estudante realmente compreenda os objetos matemáticos, uma vez que eles são explorados por meio das suas várias representações, desenvolvendo diferentes formas de raciocínio e argumentação.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Duval foi utilizada neste trabalho como fundamento para verificação da aprendizagem dos estudantes porque possui uma forma específica de análise do conhecimento geométrico. Na sequência destacamos as questões relacionadas a esta teoria que foram utilizadas.

### **Teoria dos registros de representação semiótica de duval e o ensino de geometria**

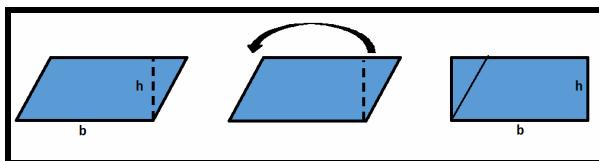
A semiótica é uma ciência que estuda os “signos”, ou seja, as diversas formas de representações relacionadas a um sistema particular que envolve a linguagem e a matemática nas mais diferentes formas: escrita algébrica, gráficos, figuras geométricas etc. Estas representações podem “ser convertidas em representações ‘equivalentes’ em um outro sistema semiótico, mas podendo tomar **significações** diferentes para o sujeito que as utiliza” (DUVAL, 2009, p. 33, grifo do autor).

Segundo esta teoria, em matemática os objetos são abstratos, de forma que não possuem uma representação física, não sendo passíveis de visualização. De acordo com Duval (2013, p. 14), os objetos matemáticos “não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos” diante do que se faz necessário um sistema de representação que os caracterize. Diante desta impossibilidade de visualização dos objetos matemáticos, Duval (2009) salienta a importância de se trabalhar com pelo menos duas formas de representação diferentes, para que o estudante não confunda o representado com o representante.

O estudante precisa perceber que o objeto, por exemplo, número, elemento geométrico, ponto, não deve ser confundido com as diversas formas de representação. Somente após isso, conseguirá compreender o verdadeiro conceito abordado. Essa “compreensão” é feita por meio de dois momentos denominados: *noésis*, definida como a capacidade de compreensão do conceito do objeto e, *semiósis*, capacidade de representação deste mesmo objeto (HODECKER, 2016).

A transformação de representação semiótica de Duval pode ocorrer de duas formas: por meio do tratamento ou da conversão. Tratamento é a mais utilizada pelos educadores, explorando apenas uma representação para cada objeto, utilizando apenas um tipo de registro. Isso faz com que os alunos não consigam perceber as diversas representações de um mesmo objeto, consequentemente, não fazendo a ligação entre elas. Como exemplo, podemos citar na geometria quando se quer mostrar que a área de um paralelogramo é equivalente a área de um retângulo de mesma base e altura, conforme a Figura 1.

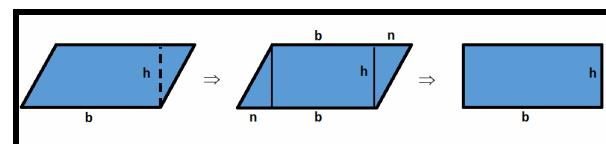
Figura 1 – Comprovação de equivalência das áreas de um paralelogramo e de um retângulo por tratamento da figura



Fonte: elaborado pelos autores.

A conversão, diferente do tratamento, utiliza pelo menos duas representações para um mesmo objeto, apenas alterando o registro (SCHULZ, 2017). Retornando ao exemplo anterior, para fazer a verificação da equivalência das duas áreas por meio da conversão, o professor realiza a demonstração. Neste caso utilizamos a conversão da representação figural para a representação algébrica. Salienta-se, ainda, que o processo de demonstração na representação algébrica também é um tratamento. A Figura 2 apresenta a representação figural e a seguir apresenta-se a demonstração.

Figura 2 – Representação figural base para demonstração da equivalência das áreas de um paralelogramo e de um retângulo



Fonte: elaborado pelos autores.

A fórmula geral da área de um retângulo  $\blacksquare$  é  $A = b \cdot h$  e de um triângulo  $\blacktriangle$  é

$$\textcolor{red}{b} \cdot \textcolor{red}{h}$$

$A = \frac{\textcolor{brown}{b} \cdot \textcolor{brown}{h}}{2}$ , onde  $b$  representa a base de cada uma das figuras e  $h$  as suas alturas. Na figura 2 o paralelogramo foi dividido em um retângulo pequeno de área  $A = (b - n) \cdot h$  e dois triângulos com as seguintes áreas  $A = \frac{\textcolor{red}{n} \cdot \textcolor{red}{h}}{2}$ . Desta forma a fórmula da área do paralelogramo fica:

$$A \blacksquare = (b - n) \cdot h + \frac{\textcolor{brown}{n} \cdot \textcolor{brown}{h}}{2} + \frac{\textcolor{brown}{n} \cdot \textcolor{brown}{h}}{2}$$

Resolvendo a operação temos:

$$A \blacksquare = b \cdot h - n \cdot h + \frac{2n \cdot h}{2}$$

$$A \blacksquare = b \cdot h - n \cdot h + n \cdot h$$

Ficando então:

$A \blacksquare = b \cdot h$ , o que mostra que a fórmula para cálculo da área de um paralelogramo é igual a da área de um retângulo de mesma base e altura.

Especificamente para o desenvolvimento da aprendizagem da geometria, o “olhar” tem um papel importante, pois é preciso estimular o trabalho de reconhecimento. Segundo

Moretti (2013), é preciso que os estudantes, já nos anos iniciais do ensino fundamental, superem apenas o olhar icônico que possuem e desenvolvam o olhar não-icônico. De acordo com este autor, o olhar icônico é aquele que apenas reconhece, verificando diferenças e semelhanças entre formas (podendo ser geométricas ou não). Já o olhar não-icônico, as identifica, quantifica os seus elementos e estabelece métricas entre elas, de forma a reconhecer propriedades e relações. As atividades que estimulam apenas o olhar icônico não exploram muitas questões relacionadas à geometria, porém são um primeiro passo, para o desenvolvimento do olhar não-icônico.

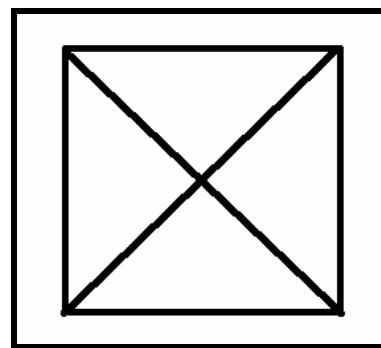
Duval (2012) explica que para auxiliar os estudantes a desenvolverem seus olhares e aprenderem geometria é necessário entender como se apreende uma figura, ou seja, as formas de compreensão desenvolvidas pelas pessoas. Segundo ele, há quatro formas de apreensão: perceptiva, discursiva, operatória e sequencial, que se constituem em um aspecto da forma de se raciocinar geometricamente, podendo acontecer de forma combinada.

A *apreensão perceptiva* tem a função de identificar a figura, já a *apreensão discursiva*, de analisar seus elementos, possibilitando a aprendizagem. Qualquer exploração de uma figura em uma atividade matemática sempre envolve essas duas percepções (DUVAL, 2012; MORETTI, BRANDT, 2015), o que podemos também chamar de duas representações. Esta relação acontece porque, segundo Moretti e Brandt (2015, p. 600) “[...] uma figura não é o que ela mostra, mas o que é levada a mostrar, em geral, o que está no enunciado”.

Se a representação apresentada na Figura 3 for apresentada isoladamente, fora de qualquer contexto, pode ser analisada de

diferentes formas (apreensão perceptiva). Como exemplos podemos citar: pode representar, no plano, um quadrado dividido em quatro triângulos pelas suas diagonais, porém em geometria espacial, pode representar a vista superior de uma pirâmide quadrangular, da mesma forma que pode representar o telhado de uma casa visto de cima. O que irá definir o que está sendo representado será o enunciado relacionado, que conduzirá para a apreensão discursiva.

Figura 3 - Imagem de uma figura



Fonte: elaborado pelos autores.

Importante salientar que, como no exemplo anterior, a figura por si só pode representar tanto uma figura geométrica como uma outra figura, dependendo da percepção da qual se está olhando. O que irá transformá-la em uma figura geométrica é a junção entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva, o que é denominado de visualização (MORETTI, 2013). Moretti e Brandt (2015, p. 600) complementam esta análise afirmando que “é preciso ver a figura geométrica a partir do que é dito e nas formas que se destacam ou das propriedades evidentes”. Duval (2012) afirma que muitos dos problemas de aprendizagem de geometria acontecem quando as duas apreensões (perceptiva e discursiva) são diferentes, ou seja, quando o enunciado

determina algo que o estudante não consegue perceber na figura apresentada.

Segundo Moretti (2013, p. 293), a visualização também "é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e operatória". A *apreensão operatória* é aquela que envolve as modificações possíveis em uma figura, permitindo o desenvolvimento de várias operações (DUVAL, 2012; MORETTI, 2013; MORETTI, BRANDT, 2015). O último tipo de apreensão é a *apreensão sequencial*, utilizada, "em atividades de construção ou em atividades de descrição, tendo por objetivo a reprodução de uma dada figura" (DUVAL, 2012, p. 120).

Como visto, as apreensões subordinam-se umas às outras, dependendo da atividade proposta, porém aquela que subordina todas as outras é a apreensão perceptiva, daí a sua importância no processo de aprendizagem geométrica. A articulação entre as apreensões é importante para que as capacidades espaciais dos estudantes sejam desenvolvidas. (MORETTI, 2013), Segundo Moretti (2013), devido à importância da apreensão perceptiva, Duval (2005) caracterizou quatro diferentes formas de olhar uma figura que são:

- a) botanista: é um olhar qualitativo, que permite que as pessoas reconheçam o contorno das figuras possibilitando a diferenciação entre elas;
- b) agrimensor: olhar que permite o desenvolvimento de atividades que envolvem escalas de grandezas, mobilizando as propriedades das figuras geométricas para fins de medidas;
- c) construtor: é o utilizado no trabalho que envolve instrumentos de construção geométrica, assim como em alguns programas computacionais como *Cabri Geométre* e o *GeoGebra*.

Isso acontece porque nestes programas os estudantes só conseguem construir figuras e elementos geométricos se souberem determinar os comandos necessários, programando o *software* para a execução da tarefa. Para que isso seja possível ele deve ter um bom conhecimento da teoria matemática envolvida;

- d) inventor: possibilita a resolução de problemas, operando sobre a figura de forma a modificá-la com adição de traços para que ela se torne mais simples e de fácil análise.

A evolução dos olhares determina o grau de desenvolvimento da aprendizagem geométrica, partindo do olhar botanista, que utiliza basicamente a apreensão perceptiva; passando pelo olhar agrimensor (ambos olhares icônicos) que já reconhece algumas propriedades das figuras; pelo olhar construtor, quando o estudante começa a tomar ciência das propriedades geométricas e utilizá-las na construção de figuras; até o olhar inventor que é o mais elaborado visto que trabalha sobre as figuras a fim de resolver problemas e, para isso, utiliza praticamente todos os tipos de apreensão.

Observa-se que a apreensão perceptiva é a base para o desenvolvimento de todos os olhares, justificando a importância da sua exploração do ensino de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental. Todavia, o trabalho desenvolvido neste nível de ensino deve levar os estudantes a superarem a apreensão perceptiva. Para isso devem ser propostas atividades que envolvam a representação discursiva e a representação figural. Segundo Scheifer (2017), o desenho de uma figura simples, como um quadrado, requer que o estudante tenha conhecimento das propriedades da figura e saiba

desenvolver a construção seguindo os passos corretos. Isto o levará a utilizar "as apreensões discursiva, sequencial e perceptiva" (SCHEIFER, 2017, p. 67).

A verificação da aprendizagem do estudante, a partir desta teoria, consiste em analisar se eles conseguem explorar as diversas representações dos objetos matemáticos e apresentar características do desenvolvimento do seu olhar geométrico saindo do icônico para o não-icônico.

### Aspectos metodológicos

Neste estudo foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa e descritiva, no modelo investigação-ação uma vez que durante a prática realizava-se a investigação a seu respeito, em um processo que envolvia planejamento, implementação, descrição e avaliação, buscando obter uma melhoria da práxis (TRIPP, 2005). Neste processo os dados foram coletados por meio de observação sistêmica da professora-pesquisadora, de rodas de conversas com os estudantes durante as tarefas e da análise dos registros e apresentações.

Durante toda a aula a professora-pesquisadora circulava entre os estudantes buscando ouvir as conversas que eles desenvolviam entre si, observando suas atividades e questionando-os a fim de verificar as suas argumentações para determinadas ações e se eles estavam convictos do que estavam fazendo, o que daria indícios sobre o entendimento deles sobre o assunto estudado. Ao final da aula era realizada uma roda de conversa onde os alunos apresentavam suas atividades para os colegas e explicavam como haviam chegado ao resultado que obtiveram, nestas apresentações os estudantes comparavam suas atividades e discutiam quando os

resultados eram diferentes, analisando os procedimentos e os resultados. A professora-pesquisadora aproveitava estes momentos para solucionar possíveis equívocos e para sistematizar o conhecimento. As atividades desenvolvidas também eram recolhidas e analisadas após a aula, calmamente, para verificar se tudo estava correto. Caso houvesse algum erro, este assunto seria retomado no início da próxima aula.

A atividade descrita neste artigo, foi desenvolvida junto a uma turma de 18 estudantes do 5º ano do ensino fundamental, com idade entre 10 e 11 anos, de uma escola municipal de Massaranduba (SC), foi dividida em duas tarefas, uma utilizando material instrucional físico e outra utilizando o software GeoGebra. O objetivo de aprendizagem desta atividade foi instigar os estudantes a compreenderem o que é um Polígono, classificar quadriláteros e triângulos e construir estes polígonos a partir de suas propriedades. A análise foi realizada com base nos registros supracitados, realizados pela professora-pesquisadora.

Desta forma, buscou-se analisar qual o grau de desenvolvimento da aprendizagem geométrica os estudantes se encontravam e, a partir dele, aprofundar seus conhecimentos. Também procurou-se verificar quais implicações do uso de materiais manipulativos e do software GeoGebra neste processo. Para isso utilizou-se a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, que se embasa no princípio de que para compreender um objeto matemático é necessário trabalhar com suas várias representações (DUVAL, 2009). No caso foram exploradas as representações discursiva e figural. Especificamente em relação ao ensino da Geometria, esta teoria afirma que é

importante verificar a forma como o estudante analisa uma figura, ou seja, seu olhar sobre ela, pois isso irá determinar o seu nível de conhecimento. A partir destas constatações é possível desenvolver atividades para aprimorá-lo, uma vez que, "Uma questão importante na aprendizagem da geometria, em particular nas primeiras séries do ensino fundamental, é como fazer a passagem desse olhar, que reconhece e diferencia formas, para a identificação dessas formas" (MORETTI, 2013, p. 290).

### Relato da experiência e análises

Foram desenvolvidas duas aulas com base em tarefas entregues aos estudantes. Durante o desenvolvimento das tarefas a professora circulava e questionava-os sobre os processos utilizados. Ao final, cada estudante apresentou seus resultados e, por meio de questionamentos o conteúdo foi explorado e aprofundado.

O objetivo da primeira tarefa, utilizando materiais instrucionais físicos, era analisar se, a partir da exploração da apreensão perceptiva e discursiva, eles apenas diferenciavam as figuras geométricas com base na sua aparência (olhar botanista, segundo a semiótica), ou já caracterizavam as figuras geométricas e as diferenciavam, mobilizando suas propriedades (olhar agrimensor). Caso eles ainda estivessem no olhar botanista, o professor pode levantar questões buscando desenvolver o olhar agrimensor.

A segunda tarefa, utilizando o software GeoGebra, tinha como objetivo possibilitar a construção das figuras geométricas a partir das suas propriedades, nomenclaturas e características, desvinculando assim seu conhecimento unicamente da apreensão

perceptiva (olhar construtor). A seguir serão descritas cada uma das tarefas.

Na **tarefa 1**, inicialmente cada estudante recebeu um geoplano e alguns elásticos "de dinheiro". Na sequência a professora solicitou que eles formassem uma casa com esses materiais. Neste momento, os estudantes exercitaram sua criatividade, alguns representaram a casa vista de frente e outros a representaram de forma que era possível observar a sua vista frontal e lateral. Assim, os estudantes utilizaram formas diferentes em suas construções.

Terminada esta tarefa, a professora realizou uma roda de conversa e solicitou que eles apresentassem suas produções e identificassem quais figuras geométricas apareciam. Todos os estudantes apresentaram e nomearam as figuras utilizadas corretamente, enquanto a professora as desenhava no quadro e escrevia seus nomes. Nesta apresentação eles identificaram triângulos, quadrados, retângulos e trapézios. O paralelogramo também foi utilizado por um estudante, ele identificou-o como um quadrilátero, porém ninguém conseguiu nomeá-lo. Diante disso a professora apresentou o seu nome.

A partir da apresentação das figuras pediu-se que eles relatassem quais figuras tinham características comuns e quais não. Nesta etapa eles agruparam o quadrado, o retângulo, o trapézio e o paralelogramo, pois todos tinham a mesma quantidade de lados. O triângulo ficou isolado pois era a única figura com três lados. A divisão foi realizada apenas levando em consideração a aparência, neste momento nenhum estudante apresentou as características das figuras como justificativa para esta separação.

Esta tarefa mostrou que todos os estudantes tinham o olhar botanista, pois

conseguiram, por meio da observação, diferenciar as figuras e agrupá-las de acordo com suas características observáveis. Segundo Scheifer (2017, p. 52), este olhar utiliza basicamente a apreensão perceptiva que se caracteriza por “observar diferenças entre duas formas que apresentam certas semelhanças (um quadrado e um retângulo) e de notar certas semelhanças entre formas diferentes (um quadrado e um paralelogramo)”, que foi o que eles fizeram.

Após as apresentações e da primeira classificação das figuras geométricas a professora, por meio de questionamentos, instigou os estudantes a apresentarem as características que faziam as figuras geométricas serem semelhantes e o que as diferenciava, indicando porquê elas possuísem uma nomenclatura própria. Esta tarefa tinha o objetivo de dinamizar os olhares dos estudantes para as figuras, analisando as suas propriedades. Os estudantes participaram ativamente desta atividade apontando características das figuras que eles não haviam apresentado anteriormente. Por fim eles verificaram que todas eram fechadas e formadas por segmentos de retas. A partir disto a professora explicou que figuras com estas características são denominadas Polígonos e juntos conceituaram o que seria um polígono.

O objetivo desta atividade foi proporcionar aos estudantes desenvolverem outros olhares, além do olhar botanista. Segundo Moretti (2013, p. 301), atividades deste tipo podem conduzir os estudantes a “passar, de forma indiferente, de um olhar icônico a outro, botanista ao agrimensor, e deles aos olhares não icônicos”.

Ainda nessa tarefa, solicitou-se aos estudantes que construíssem dois quadriláteros diferentes no geoplano. Deste

comando verificou-se que os estudantes construíram: quadrados, retângulos, paralelogramos, trapézios, que eram as figuras que eles já haviam discutido, assim como losangos, pois eles haviam identificado esta figura na bandeira do Brasil que havia na parede da sala. Outros ainda representaram um quadrilátero qualquer, pois não conseguiram representar corretamente nenhum dos estudados que, segundo eles, era o que desejavam.

Por fim, cada um apresentou as figuras geométricas que construíram descrevendo as suas características. Neste momento, aqueles que representaram um quadrilátero qualquer notaram que a figura geométrica que eles queriam apresentar não era a que estava representada em seu geoplano. Observou-se, então, que esses estudantes, apesar de conseguir identificar as diferenças e semelhanças das figuras ao observá-las, não levavam em consideração algumas propriedades, no momento de tentar reproduzi-las, de forma que suas reproduções ficaram imperfeitas. Ao final, a professora explicou aos alunos que, apesar de alguns não terem construído uma figura geométrica conhecida, as formadas também eram quadriláteros pois possuíam quatro lados, reforçando a característica básica destes polígonos.

No desenvolvimento destas atividades pode-se observar que alguns estudantes já possuíam também o olhar agrimensor, analisando e caracterizando os elementos e as propriedades das figuras, assim como utilizando-as na atividade de construção no geoplano. Outros mostraram que ainda era necessário desenvolver outras atividades semelhantes para que eles conseguissem aprimorar seus olhares.

A partir desta constatação, foi solicitado que, os estudantes sentassem em

grupos e, a partir de questionamentos realizados pela professora, analisassem cada figura, pesquisassem e discutissem entre si sobre as suas propriedades, buscando entender quais características eram comuns fazendo com que elas tivessem a mesma classificação e quais as diferenciavam das outras, de forma a torná-las únicas. Ao se explorar as diferenças dos quadriláteros instigou-se os estudantes a perceberem que as figuras geométricas eram compostas por elementos com dimensões inferiores ao delas (retas e pontos) e que a relação entre estes elementos define as características de cada uma.

O uso dos materiais, neste momento da aula, foi essencial para que os estudantes pudessem expor o que e como estavam compreendendo o conteúdo estudado. Em relação a isso Passos (2010, p. 78), afirma que "[...] os materiais didáticos servem como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído". Nesta tarefa, ao observar os estudantes compondo seus quadriláteros, foi possível verificar as dificuldades dos estudantes em reproduzir a figura desejada e as discussões que isto gerava, quando o resultado não saia conforme o esperado, pois eles estavam realmente envolvidos no processo, tentando realizar a tarefa solicitada.

A **tarefa 2** tratou de uma prática pedagógica que possibilitasse aos estudantes o desenvolvimento do olhar construtor e foi realizada no laboratório de Informática, por meio do uso do *software* GeoGebra. Segundo Nascimento (2012, p. 112), o "uso de softwares de geometria dinâmica, no processo de ensino-aprendizagem em geometria pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange à

visualização geométrica", o que auxilia no desenvolvimento da apreensão operatória.

Nesta aula, inicialmente foi realizada uma explicação sobre o programa GeoGebra e seus comandos, deixando os alunos o explorarem por alguns minutos para se familiarizarem com ele, uma vez que foi a primeira vez que eles tiveram contato com este *software*. Após a exploração, foi solicitado como tarefa, que os estudantes individualmente construísse no GeoGebra: (1) um polígono de quatro lados iguais; (2) um polígono de quatro lados; (3) um polígono de 3 lados iguais; (4) um polígono de 3 lados diferentes e; (5) um polígono de 3 lados, sendo 2 com medidas iguais e 1 com medidas diferentes.

O uso deste software se deu pelo fato de ele possibilitar, por meio de recursos como troca de cores, mudança de posição das figuras e transformação destas em outras por meio da manipulação de seus vértices e aumento ou diminuição dos lados, a análise das semelhanças e diferenças entre os polígonos, de modo que se explorasse a classificação de triângulos e revisse a classificação de quadriláteros. Ao término das construções solicitadas, os estudantes marcaram, junto com a professora, os elementos de cada figura e as classificaram de acordo com os nomes e a quantidade e medida de vértices e lados.

É possível afirmar que essa tarefa envolveu os estudantes de maneira que eles logo se interessaram por buscar construir as figuras solicitadas e quando não conseguiam pediam auxílio de seus colegas e/ou da professora, procurando cumprir com o que havia sido determinado. Observou-se que, apesar de na tarefa 1 terem trabalhado apenas com um tipo de triângulo, eles conseguiram entender que as questões 3, 4 e 5 exploravam esta figura geométrica, apesar

das características diferentes. Também verificaram que estas características diferenciavam os triângulos não somente em relação aos lados, mas também em relação aos ângulos. A partir destas observações foi possível trabalhar a classificação dos triângulos. Esta tarefa possibilitou que se comprovasse na prática que o “uso de softwares de geometria dinâmica, no processo de ensino-aprendizagem em geometria pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange à visualização geométrica”. (NASCIMENTO, 2012, p. 112)

Esta tarefa permitiu que a professora observasse que alguns estudantes já estavam começando a desenvolver o olhar construtor, pois conseguiram construir os polígonos solicitados programando o software com base nas propriedades das figuras que eles já conheciam. Isto mostrou que seus olhares já estavam passando do icônico para o não-icônico, pois como não havia imagem a qual eles pudessem se apegar, a construção foi realizada basicamente sobre o conhecimento das propriedades que eles tinham. Porém, alguns necessitaram de auxílio para a realização da tarefa, solicitando que a professora os orientasse em determinados momentos, pesquisando em seus cadernos e discutindo com seus colegas.

A utilização do GeoGebra foi importante para o desenvolvimento desta tarefa pois permitiu aos estudantes analisarem mais detalhadamente as figuras geométricas que deveriam construir, estimulando-os a associar os conceitos e as suas representações e identificar que, mesmo estando em posições diferentes em determinados computadores, as figuras representadas eram as mesmas porque suas propriedades se mantinham. Isto mostrou um avanço no entendimento do conteúdo

que eles não haviam apresentado na aula anterior, com material manipulável.

Por meio desta atividade foi possível perceber na prática que conforme apresentado no estudo teórico, o uso de tecnologias digitais nas aulas de matemática pode tornar a aprendizagem com mais significado, explorando questões que dificilmente seriam trabalhadas e analisadas, mesmo com o uso de materiais instrucionais físicos. Isto acontece porque, ao trabalhar com um software de geometria dinâmica, o estudante tem que construir a figura e, para isso, precisa conhecer ou pesquisar as suas propriedades para, a partir do levantamento e testagem de conjecturas, conseguir concretizar a tarefa. Quando trabalha com materiais instrucionais físicos, muitas vezes ele apenas manipula e analisa a figura, o que pode não o levar a uma perfeita compreensão do objeto estudado.

Também foi possível perceber que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica apresenta uma forma de analisar que permite verificar qual o nível de conhecimento geométrico dos estudantes, assim como que tipos de atividades podem ser desenvolvidas para aprimorar os seus olhares a fim de ter um conhecimento mais aprofundado nesta área.

### Considerações finais

Este estudo teórico-prático permitiu que se verificasse que:

(1) *O trabalho utilizando estes dois instrumentos (materiais instrucionais físicos e o software) é muito produtivo, quando as tarefas propostas são complementares.*

Como visto, isso ocorre quando o estudante consegue interiorizar a ação desenvolvida com os materiais e tende a compreender muito mais facilmente o objeto

matemático estudado. Todavia, há noções matemáticas que, para serem aprofundadas, é necessário que se levantem várias conjecturas e se façam vários testes até chegar na compreensão plena do processo. Neste caso, o uso das TDs torna-se necessário para que a atividade não se torne cansativa. Isso corrobora o que afirma Jacques (2015, p. 58):

Nas atividades de exploração, este recurso computacional permite o ajuste das propriedades dos objetos com as imagens mentais que são construídas ao longo do processo de exploração. Desta forma, os alunos engajam-se em situações que exigem atitudes que caracterizam o desenvolvimento de conceitos geométricos.

É importante que o professor tenha ciência sobre quando utilizar cada um desses instrumentos de ensino, assim como explorá-los a fim de que os estudantes compreendam as relações exploradas pelos dois meios, podendo assim desenvolver olhares distintos.

(2) *A Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval, auxiliou na análise dos conhecimentos geométricos dos estudantes e apresentou formas de desenvolvê-los.*

A teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval se mostrou bastante clara em relação à forma como se desenvolve a aprendizagem matemática e, em específico, a aprendizagem da geometria. Apresentou fundamentos tanto para que se analisasse os conhecimentos que os estudantes já possuíam, como formas de desenvolvê-los ainda mais.

Por meio desta teoria foi possível escolher tarefas que fossem desenvolvidas pelos alunos e os fizessem explorar

especificamente questões que tinham dificuldade, fornecendo meios para as suas análises.

(3) *A atividade desenvolvida comprovou o que foi apresentado no estudo teórico e, com base nele, possibilitou a aprendizagem dos estudantes.*

No início da primeira tarefa verificou-se que o conhecimento dos estudantes da turma em que se desenvolveu este estudo, em relação a este conteúdo, era bastante heterogêneo. Enquanto alguns já conseguiam identificar as propriedades das figuras, diferenciando-as e construindo-as, outros ainda possuíam um conhecimento bastante elementar. Esta análise inicial propiciou o desenvolvimento de outras práticas pedagógicas, explorando outras possibilidades para levá-los a desenvolver melhor seus olhares geométricos, o que foi possível através do método de investigação-ação. Neste sentido, observou-se que o uso dos materiais instrumentais físicos e do software foram complementares e essenciais para que os estudantes compreendessem as propriedades das figuras exploradas formulando os conceitos necessários a partir delas.

Por este estudo observou-se que o uso dos instrumentos (materiais físicos e software) para o desenvolvimento das atividades e a teoria que fundamentou a elaboração das tarefas e sua análise foram complementares e permitiram tanto o reconhecimento dos conhecimentos anteriores dos estudantes quanto o seu aprofundamento, diminuindo assim a heterogeneidade da turma.

## Referências

AMANTE, L. Tecnologias Digitais, Escola e Aprendizagem. **Ensino em Re-Vista**. v.18, n.2,

p.235-245, jul./dez. 2011. Disponível em: <http://www.seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/13845>. Acesso em: 15 mai. 2020.

**DUVAL, R. Semiósis e Pensamento Humano:** registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Trad. Méricles T. Moretti. **REVEMAT**, v. 7, n. 1, Florianópolis, 2012. p. 118-138. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>. Acesso em 05 abr. 2020.

DUVAL, R. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S.D.A. (org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, São Paulo: Papirus, 2013.

GONÇALVES, E.H.; MARCO, F.F. de. A utilização de tecnologias digitais no Curso de Licenciatura em Matemática PARFOR/EaD da Universidade Federal de Uberlândia, **Ensino Em Re-Vista**. Uberlândia/MG. v. 27, n.1, jan./abr. 2020. p. 369-395.

HODECKER, Anelise. **Explorando conceitos básicos de análise combinatória nos anos finais do ensino fundamental**, 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2016. Disponível em: [http://www.bc.furb.br/docs/DS/2016/361639\\_1\\_1.pdf](http://www.bc.furb.br/docs/DS/2016/361639_1_1.pdf). Acesso em: 10 mai. 2020.

JACQUES, S.T. **Constituição de zona de desenvolvimento proximal na aprendizagem de conceitos geométricos em alunos de anos iniciais tendo o geogebra como instrumento**

**mediador**. 2015. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física). Santa Maria (RS). 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/6759>. Acesso em: 21 out. 2019.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. Aprendizagem significativa criativa em ambiente de laboratório de ensino. In: KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. (Org.). **Vendo com as mãos, olhos e mente**: Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói: CEAD / UFF, 2016, p. 52-62. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B0M9GEU6FsoVRGRoQTZmWTRhTGM/view?usp=sharing&eid=5787e9f0>. Acesso em: 15 mai. 2020.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2010. p. 3-38.

LOPES M.M. Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria usando o Software GeoGebra. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, ago. 2013. p. 631-644. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/953>. Acesso em 13 mar. 2020.

LORENZATO, S.A. Porque não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, 1995. p. 3-13. Disponível em: [http://professoresdematematica.com.br/wa\\_files/0\\_20POR\\_20QUE\\_20NAO\\_20ENSINAR\\_20GEOMETRIA.pdf](http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf). Acesso em: 05 jan. 2020.

MORETTI, M. T. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da

geometria. **Acta Scientiae**, v. 15, n. 2, Canoas. 2013. p. 289-303

MORETTI, M.T.; BRANDT, C.F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de Geometria que envolvem figuras. **Educação Matemática e Pesquisa**. São Paulo, v. 17, n. 3, p. 597-616, 2015.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C.L.B. . **A Geometria Nas Séries Iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. 1. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2003. v. 1. 151p

NASCIMENTO, E.G.A. do Avaliação do Uso do Software Geogebra no Ensino De Geometria: Reflexão da Prática na Escola. Conferência Latino-americana de GeoGebra. **Actas**. Uruguai, 2012.

PASSOS, C.L.B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2010. p. 77-92.

PIETROPAOLO, R. C. **(Re)significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática**. 388 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — PUC Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2005.

POLLI, C.T. da S. **Geometria no 5º ano do ensino fundamental: proposição de uma sequência didática para o ensino de polígonos**. 2017. 178 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias). Universidade Norte do Paraná. Londrina (Pr). 2017. Disponível em: <https://repositorio.pgsskroton.com/bitstrea>

m/123456789/10285/1/cileidedissertacaofinalpdf2002.pdf . Acesso em: 21 mar. 2020.

PONTE, J. P. da. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 19, n. 25, p. 105-132. 2006. Disponível em: [file:///C:/Users/kellyayanna/Downloads/1880-Texto%20do%20artigo-7948-1-10-20081016%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/kellyayanna/Downloads/1880-Texto%20do%20artigo-7948-1-10-20081016%20(1).pdf). Acesso em: 02 mar. 2020.

PONTE, J. P. da; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. 159 p.

PONTE, J. P. da; QUARESMA, M. O papel do contexto nas tarefas matemáticas. In: Ponte, João Pedro da. **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 253-280.

SANTOS, C.A. ; NACARATO, A. **M. Aprendizagem em geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. v. 1. 111p.

SANTOS, A. da S. dos; SILVA, J.J. da.; MOURA, D.A. da S. Tecnologia a favor da Educação Matemática: GeoGebra e suas aplicações. **Synthesis**, Pará de Minas, v. 7, n. 7, 1 dez. 2016. p. 333-346. Disponível em: [file:///C:/Users/Tamires%20Lays%20Tomio/Downloads/146-Texto%20do%20artigo-444-1-10-20161201%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Tamires%20Lays%20Tomio/Downloads/146-Texto%20do%20artigo-444-1-10-20161201%20(1).pdf). Acesso em: 02 fev. 2020.

SCHEIFER, C. **Design metodológico para análise de Atividades de Geometria seguindo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica**, 2017. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa (Pr), 2017. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1235>. Acesso em: 21 fev. 2020.

SCHULZ, M. de A. **Números racionais e suas representações com base no ensino híbrido**, 2017. 174 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau (SC), 2017. Disponível em: [http://www.bc.furb.br/docs/DS/2017/362609\\_1\\_1.pdf](http://www.bc.furb.br/docs/DS/2017/362609_1_1.pdf). Acesso em: 21 mar. 2020.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, n. 14, 2000. p. 66-91.

THERRIEN, J., & NÓBREGA-THERRIEN, S. **Os trabalhos científicos e o estado da questão: reflexões teórico-metodológicas**. Estudos em avaliação educacional, v.15, n.30, jul.-dez. 2004. Disponível em: <http://jacquestherrien.com.br/wp-content/uploads/2014/06/Estado-da-Quest%C3%A3o-reflex%C3%B5es-te%C3%89%C3%83rico-metodol%C3%B3gicas.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2020.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a09v31n3.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2020.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VAZ, D.A. de F.; JESUS, P.C.C. de. Uma sequência didática para o ensino da matemática com o software geogebra. **Estudos**, Goiânia, v. 1, n. 41, jan. 2014. p. 59-75. Disponível em: <http://seer.pucgoias.edu.br/index.php/estudos/article/download/3365/1952>. Acesso em: 23 fev. 2020.