

História da matemática e positivismo nos livros didáticos de Aarão Reis

Maria Laura M. Gomes*

Resumo:

Os livros didáticos escritos pelo engenheiro positivista Aarão Reis (1853-1936) têm sido citados por algumas pesquisas recentes sobre a história da educação matemática brasileira em virtude de suas muitas referências à história da matemática e às idéias de Auguste Comte (1798-1857). Este artigo apresenta e comenta detalhadamente as formas como essas referências são inseridas nos manuais de aritmética (1892) e álgebra (1902) que constituem o *Curso elementar de matemática* do autor. Observa-se que a história da matemática é incluída nos livros de três maneiras diferentes: nas notas de rodapé, na exposição do conteúdo matemático e nos problemas resolvidos e propostos. As marcas do positivismo revelam-se nas muitas menções a Comte e na exposição de suas concepções sobre as ciências e a matemática.

Palavras-chave:

Aarão Reis; livros didáticos de matemática; Comte; positivismo; história da matemática.

* Doutora em educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

History of mathematics and positivism in Aarão Reis' textbooks

Maria Laura M. Gomes

Abstract:

The textbooks written by the positivist engineer Aarão Reis (1853-1936) have been mentioned in recent researches on the history of Brazilian mathematics education because they contain many references to the history of mathematics and to Comte (1709-1857). The article presents and detailedly comments the ways these references are included in the arithmetics (1892) and algebra (1902) textbooks, a set of three volumes written by Reis known as *Curso elementar de matemática*. Historical aspects of mathematics are included in footnotes, in the exposition of mathematical content and in examples and problems. Signs of positivism are present in many references to Comte and in the presentation of his conceptions about sciences and mathematics.

Keywords:

Aarão Reis; mathematics textbooks; Comte; positivism; history of mathematics.

Alguns trabalhos recentes de pesquisadores da história da educação matemática brasileira têm chamado a atenção para os livros didáticos¹ de Aarão Reis (1853-1936), seja para incluí-los na lista de autores brasileiros positivistas dos séculos XIX e XX (Silva, 1999; Valente, 1999, 2000), seja para apontar, em tais obras, a presença de referências à história da matemática (Silva, 2001), seja, enfim, para relacionar positivismo e história da matemática ao indicá-lo como um exemplo de interpretação das idéias de Auguste Comte (1798-1857) a respeito dos caminhos histórico e dogmático no estudo das ciências (Miguel & Miorim, 2004).

A adesão de Reis ao positivismo é assinalada e comentada em obras que não se inserem diretamente no campo da história da educação matemática, tanto mais antigas, como a *História do positivismo no Brasil* (Lins, 1966), publicada originalmente em 1964, quanto mais recentes, como a biografia intelectual do autor (Salgueiro, 1997).

Ivan Lins focaliza a figura de Aarão Reis para salientá-lo entre os professores da Escola Politécnica do Rio de Janeiro “que deixavam transparecer, em seus cursos, a influência que haviam recebido das doutrinas científicas e filosóficas de Augusto Comte” (p. 265), sublinhando, portanto, ainda que superficialmente, o lado de educador do autor de que estamos tratando.

Em contrapartida, o estudo de Heliana Angotti Salgueiro, centrado no intelectual Aarão Reis e intitulado *Engenheiro Aarão Reis: o progresso como missão*, também aborda a dimensão educacional na obra do biografado, ao referir-se aos textos didáticos de matemática, direito administrativo e economia política de sua autoria, e ao selecionar a instrução pública e o nacionalismo entre as temáticas relevantes que permeiam seus escritos.

Um rápido exame das obras que Reis escreveu para o ensino da matemática revela imediatamente que, de fato, elas se inserem adequadamente

-
1. A despeito da multiplicidade de perspectivas quanto à conceituação de livro didático (veja-se Batista, 1999), neste texto usaremos indiferentemente os termos “livro didático”, “compêndio”, “manual”, “livro-texto” para referirmo-nos às obras de matemática que Aarão Reis publicou, segundo suas próprias palavras, para “a mocidade estudiosa de nosso país” (Reis & Reis, 1892, p. ix).

no conjunto dos livros-texto positivistas, por apresentarem características explícitas do ideário de Comte acerca da matemática. Ao mesmo tempo, tais obras localizam-se entre os compêndios pioneiros na inclusão de passagens relacionadas à história desse campo do conhecimento e, assim, merecem o destaque que se lhes vem dando por esse traço. Neste artigo, procuro analisar mais de perto a presença do positivismo e da história da matemática nos livros didáticos de Aarão Reis.

Os manuais de matemática de Aarão Reis

Antes de passarmos à abordagem dos livros-texto de Reis, consideramos importante fazer sobressair alguns poucos aspectos de sua vida, sobretudo os referentes à sua formação e atuação como professor. Ele graduou-se na Escola Central do Rio de Janeiro (transformada em Escola Politécnica², a partir de 1874), primeiramente como bacharel em ciências físicas e matemáticas, em 1873, e, um ano depois, em engenharia civil (Salgueiro, 1997). Segundo a “Advertência” do primeiro volume do *Curso elementar de matemática* (Reis & Reis, 1892), escrita por seu irmão Lucano L. de Carvalho Reis, Aarão exerceu o magistério secundário em estabelecimentos particulares, atuou como examinador na Inspetoria-Geral de Instrução Pública do Rio de Janeiro, e lecionou no curso anexo da Escola Politécnica até que esse curso fosse extinto.

Posteriormente, Aarão Reis foi professor, também na mesma Escola Politécnica do Rio de Janeiro, de economia política, estatística, direito administrativo e princípios de contabilidade e administração. Sua carreira profissional envolveu, ainda, a ocupação, na posição de engenheiro, de muitos cargos públicos, entre os quais um dos mais importantes e conhecidos foi o de engenheiro-chefe da Comissão Construtora de Belo Horizonte. Além disso, foi autor de numerosas publicações relativas

2. De acordo com Castro (1992), a nova instituição representada pela Politécnica foi fundada pelo Visconde do Rio Branco. Os cursos de ciências físicas e matemáticas que eram oferecidos pela Escola Central, a antiga Escola Militar, foram mantidos pela Escola Politécnica até 1896.

a temas muito variados, que vão desde a tradução (1881) de *A escravidão dos negros*, de Condorcet (1743-1794), até títulos relacionados a diversas questões que abordou como engenheiro, passando por um tratado de economia política, finanças e contabilidade, editado em 1918 (Salgueiro, 1997).

Ao focalizar Aarão Reis como autor de livros didáticos, devemos incluí-lo, portanto, na categoria dos intelectuais destacados do século XIX que se dedicaram, entre muitos outros trabalhos, a escrever obras para o ensino.

Heliana Angotti Salgueiro relaciona os seguintes títulos de livros de matemática do autor: *Lições de álgebra elementar*, de 1876, não localizado por ela, e *Curso elementar de matemática*, em duas partes: *A aritmética ou cálculo dos valores*, escrito em parceria com o irmão, Lucano, e *A álgebra ou cálculo das formações diretas*. A segunda edição do livro de álgebra (Reis, 1914) apresenta uma lista de obras do autor na qual, além desses títulos, figura um trabalho denominado *Curso primário de matemática*, em um volume de aritmética publicado em 1898³.

Uma explicação para a estruturação do *Curso elementar de matemática* em diferentes livros pode ser encontrada na mesma “Advertência” do primeiro volume publicado em 1892 a que já nos referimos. O projeto dos irmãos Reis compreendia a divisão do curso em quatro volumes separados, na seguinte ordem: aritmética, álgebra elementar, geometria preliminar e trigonometria retilínea e esférica. Lucano Reis anunciava, ainda, a futura elaboração de mais três obras complementares, que focalizariam as noções gerais de astronomia, física e mecânica; o desenho linear; a topografia e a agrimensura. Cabe-nos lembrar o contexto do projeto apresentado por Lucano Reis: nesse período, a matemática ensinada no nível secundário no Brasil compunha-se de quatro disciplinas – aritmética, álgebra, geometria e trigonometria – com livros e professores distintos para cada uma, e a educação secundária realizava-se balizada pelos exames preparatórios que possibilitavam o acesso aos estudos superiores (Haidar, 1972; Valente, 2004).

3. Consta do acervo do Real Gabinete Português de Leitura, no Rio de Janeiro, um exemplar desse livro (www.realgabinete.com.br).

Em contrapartida, na “Advertência”⁴ da primeira edição do segundo volume do *Curso elementar de matemática*, escrita por Aarão Reis em 1902, o autor registrava o projeto de dividir a abordagem da álgebra em três livros: *Álgebra fundamental*, *Álgebra complementar* e *Álgebra superior*.

No entanto, nossas pesquisas sobre os livros didáticos da coleção planejada para o *Curso elementar de matemática* localizaram apenas um volume de aritmética e dois de álgebra (*Álgebra fundamental* e *Álgebra complementar*). O trabalho que aqui apresentamos concerne ao *Curso elementar de matemática*, que, de acordo com o que apuramos, se constitui, de fato, desses volumes⁵. A análise desses compêndios permitiu-nos identificar três formas de inserção de aspectos históricos da matemática, as quais comentamos no que se segue: as notas de rodapé, a integração à exposição dos conteúdos e os problemas resolvidos e propostos.

A história da matemática nas notas de rodapé

O leitor que folhear, mesmo que rapidamente, os três livros didáticos de matemática escritos por Aarão Reis em exame neste artigo terá logo sua atenção chamada para o grande número de notas de rodapé neles presentes. Essas notas são dedicadas, sobretudo, a focalizar aspectos históricos referentes aos conteúdos que são abordados no texto principal, e são constituídas, na maior parte das vezes, de sínteses biográficas de autores que contribuíram para o desenvolvimento histórico do tema que está sendo tratado, seja em relação ao enfoque epistemológico, seja em relação à introdução das notações matemáticas que vão sendo gradativamente apresentadas ao leitor.

4. Esse texto está reproduzido na 2ª edição, publicada em 1914, da qual nos valemos (Reis, 1914).

5. Na introdução de sua relação de obras escritas e publicadas por Aarão Reis, Heliana Angotti Salgueiro refere-se à existência, no acervo do autor guardado na Biblioteca do Museu da República, no Rio de Janeiro, de manuscritos e primeiras versões de alguns de seus textos, com tiragens e formas de circulação desconhecidas. Entre tais documentos, segundo a pesquisadora, encontra-se leitura acadêmica e didática.

Assim, vamos encontrar nos três volumes, e com maior ênfase no primeiro, o livro de aritmética, inúmeras notas de rodapé de teor biográfico, cujo conteúdo consiste, em geral, das datas e locais de nascimento e morte do personagem relevante em relação ao conhecimento que é focalizado, de suas contribuições para o seu desenvolvimento e, eventualmente, de referências a curiosidades de sua vida ou a trabalhos por ele publicados.

Pode-se dizer que todos os personagens célebres da história da matemática, da Antigüidade ao início do século XIX, são contemplados em uma ou mais das notas de rodapé incorporadas aos manuais escritos por Aarão Reis, no contexto dos aportes que ofereceram ao tema tratado nas páginas que contêm essas notas.

Em contrapartida, outros personagens não tão famosos também são objeto das notas, que destacam, de forma especial, o fato de terem criado símbolos matemáticos – tal é o caso de Robert Recorde (1550-1558), associado ao símbolo “=”; de Thomas Harriot (1560-1621), a quem é atribuída a introdução do símbolo “<”; de Christoff Rudolff (ca. 1500-ca. 1545), a quem Reis responsabiliza pela primeira utilização do símbolo “+”, todos citados no livro de aritmética.

Ao ler com atenção as muitas notas dedicadas a esses homens⁶, mais ou menos célebres, certamente redigidas a partir das vastas leituras do intelectual Aarão Reis⁷, verificamos que alguns personagens merecem maior atenção. Os textos que a eles se referem (para alguns, há mais de uma menção) expressam grande admiração por esses cientistas ou filósofos, refletindo a formação positivista do autor. Podemos considerar como destaques especiais os nomes de Pitágoras, Euclides, Huyghens

6. Não encontramos, nas obras examinadas de Aarão Reis, qualquer menção a mulheres que tenham dado contribuições ao desenvolvimento do conhecimento matemático.

7. Salgueiro (1997) apresenta um levantamento parcial das obras e autores mencionados nos textos de Aarão Reis. Podemos observar que esse levantamento não inclui alguns trabalhos citados por Reis em seus manuais de aritmética e álgebra. Além disso, constata-se também, nesses livros didáticos, o que Salgueiro observa quanto à forma com que o autor se refere às publicações que menciona – há lacunas e hiatos de citação bibliográfica, com omissões de dados das obras citadas.

(1629-1695), Newton (1642-1727), Leibniz (1646-1716), d'Alembert (1717-1783), Euler (1717-1783) e Condorcet (1743-1794).

Pode-se constatar, também, que Aarão Reis é partidário convicto da perspectiva do progresso contínuo das realizações humanas no campo das ciências (e particularmente da matemática) ao longo do tempo, a qual é a marca fixada por Condorcet em seu *Esboço de um quadro histórico dos progressos do espírito humano*. Aqui é oportuno lembrar que Condorcet foi o grande exemplo intelectual para Reis (Salgueiro, 1997), e que essa perspectiva condorcetiana de evolução do espírito humano foi apropriada por Comte, refletindo-se em sua conhecida teoria dos estados teológico, metafísico e positivo dos conhecimentos humanos.

Para ilustrar o que acabamos de comentar, focalizemos algumas passagens das notas de Aarão Reis em seus manuais de matemática. Examinemos, por exemplo, as referências a Newton, figura máxima para o Iluminismo francês, e particularmente para Condorcet, inspirador explícito de Auguste Comte. Vale assinalar também o ponto de vista enaltecido de Comte a respeito da obra de Newton incorporado por ele (Gomes, 2006).

No livro de aritmética, encontramos um longo trecho, que é reproduzido, a menos de ligeiras modificações, no primeiro volume do livro de álgebra. Após mencionar as datas de nascimento e falecimento de Newton, e de referir-se a suas “notabilíssimas descobertas científicas” como a lei da gravitação universal, o cálculo infinitesimal e a análise da luz, eis como nosso autor destaca sua presença⁸, juntamente com Leibniz, na linha de progresso que conduz até a figura de Comte:

Newton e Leibniz, iguais no gênio com que impulsionaram a ciência e nos serviços que prestaram à humanidade, fecharam, com brilho *inexcedível*, o ciclo *glorioso de imortais* pensadores com que o 17º século iluminou a história da civilização. Galileu, Descartes, Pascal e Fermat foram, na realidade, tão *dignos* precursores de Leibniz e Newton quanto estes o foram de Euler, d'Alembert, Clairaut, Condorcet, Lagrange, Laplace e outros que, no 18º

8. Todas as citações dos manuais de Aarão Reis são aqui apresentadas com a ortografia atualizada.

século, prepararam os últimos elementos *indispensáveis* à *grandiosa* elaboração que permitiu que, no 19º século, o *grande* Augusto Comte instituisse a Filosofia Positiva pela sistematização de todos os conhecimentos humanos e a concepção sintética do universo [Reis & Reis, 1892, p. 130; Reis, 1914, p. 80, grifos nossos].

Chamamos a atenção do leitor, na passagem recém-transcrita, para a farta adjetivação elogiosa usada por Reis para referir-se aos personagens envolvidos na linha de progresso por ele demarcada, desde Galileu (1546-1642) até Comte.

Outro elo na linha evolutiva que acabamos de mencionar é representado pela figura de Christian Huyghens, citado no corpo do livro de aritmética como “gênio fecundo” a quem se deve “o primeiro ensaio para estabelecer um padrão de medida que fosse, ao mesmo tempo, exato e universal para todos os lugares e todos os tempos” (Reis & Reis, 1892, p. 637). A nota de rodapé a que o leitor é remetido designa Huyghens como “o verdadeiro precursor de Newton, a quem teria antecipado na glória da demonstração das leis de Kepler”, e relata que Newton reconhecia o seu mérito e o chamava de “o supremo Huyghens” (p. 636).

Contudo, as notas de rodapé, tão apreciadas na escrita dos manuais por Aarão Reis, não se restringem a esboços biográficos de personagens relevantes para o desenvolvimento da matemática. Elas também aparecem, por exemplo, para esclarecer o leitor sobre outros temas, como fatos da história da França importantes para a compreensão da história do sistema métrico decimal. Assim, à página 645 do livro de aritmética, lê-se:

Os Estados gerais, convocados pelo rei Luís XVI em 1789, transformaram-se em Assembléia Constituinte, que decretou uma constituição, aceita pelo rei em 1791. Em virtude desta constituição foi eleita a Assembléia Nacional Legislativa, que funcionou de 1º de outubro de 1791 até 20 de setembro de 1792, data em que foi substituída pela Convenção Nacional, que, representante direta da revolução que o grande Danton dirigira contra a Monarquia, aboliu a realeza e proclamou a República. Esta assembléia, sobremodo ilustre, decretou as mais salutares reformas e reorganizou completamente o país. Seus serviços

eminentes compensaram em excesso alguns desvarios a que foi arrastada pelo turbilhão revolucionário [Reis & Reis, 1892, p. 645].

Outros textos apresentados nas notas de rodapé concernem a explicações, por vezes bastante detalhadas, de palavras que integram a matemática, como ocorre na primeira página do livro de álgebra, quando Reis se esmera em explicar a origem etimológica árabe da palavra álgebra e sua significação matemática vinculada historicamente à resolução de equações. No mesmo livro de álgebra, encontramos, ainda, notas de rodapé que apresentam, como curiosidades históricas, antigos algoritmos das operações com os números naturais. Assim, ao abordar a multiplicação de polinômios, o autor lança mão de uma longa nota para apresentar a seu leitor três antigos algoritmos da multiplicação de números naturais, justificando a presença desse texto:

[...] como curiosidade histórica, que não deixa de ter interesse para os que desejam conhecer o desenvolvimento prático que têm tido os cálculos no correr dos séculos, e considerando útil proporcionar aos nossos jovens leitores ensino de compararem, com os de que ora usamos, os diferentes métodos usados pelos antigos para a multiplicação de dois números inteiros [Reis, 1914, p. 44].

Da mesma forma, o primeiro volume do livro de álgebra registra, também em nota de rodapé, exemplos relativos a dois antigos algoritmos da divisão de dois números.

Observa-se, pois, que Aarão Reis busca, em suas notas, não somente estabelecer marcos relativos a datas, nomes e realizações científicas, como informação a seu leitor – o recurso às notas de rodapé serve também para a referência a outros aspectos que o autor julga importantes no ensino da matemática. Note-se que a apresentação dos algoritmos antigos da multiplicação é realizada não somente com o intuito de satisfazer a uma suposta curiosidade dos estudantes, mas também com o de proporcionar-lhes o ensino da comparação entre os métodos antigos e os procedimentos modernos focalizados no livro.

Embora as notas de rodapé sejam, de fato, o elemento que marca mais acentuadamente a presença da história da matemática nos livros-

texto do autor, elas não são a única forma que ele emprega para inserir aspectos históricos nos compêndios de aritmética e álgebra.

Com efeito, elementos históricos são também introduzidos no corpo dos capítulos, de maneira integrada à exposição dos tópicos abordados, como veremos a seguir.

A história da matemática integrada à apresentação dos conteúdos

A leitura atenta dos manuais de Aarão Reis permite a identificação de alguns exemplos de incorporação de aspectos históricos da matemática ao texto principal.

O livro de aritmética contém uma inserção desse tipo logo na abertura do primeiro capítulo de sua “Introdução Geral”⁹, denominado “Numeração”. Aarão e Lucano Reis começam referindo-se aos tempos primitivos da humanidade, quando as necessidades numéricas eram satisfeitas mediante um modo de numerar espontâneo e imperfeito em virtude da ausência de laços entre as primeiras palavras relativas aos números. Os autores prosseguem:

Desde que, porém, com a imensa revolução que fez passarem as nações ao estado sedentário, novas necessidades sociais surgiram, determinadas pelo aparecimento da propriedade particular, da indústria e da vida em comum, para atender a cujas exigências foi mister contar os homens e as coisas, medir os espaços, as superfícies e o tempo, e regular a vida de acordo com os grandes fatos astronômicos; - não foi mais possível manter o processo primitivo designando, por nova palavra e novo sinal, cada número novamente obtido.

Tornou-se, então, indispensável, *simplificar o processo* de modo a representar todos os números necessários ao homem e à sociedade por meio

9. A “Introdução Geral” é composta de três capítulos. Os irmãos Reis estruturam os conhecimentos da aritmética no manual em cinco longas seções, intituladas “Números inteiros”, “Números fracionários”, “Números incomensuráveis”, “Comparação dos números” e “Aplicações sociais”.

da combinação regular de um pequeno número de palavras e sinais [Reis & Reis, pp. 13-14, grifos do original].

É somente após esse preâmbulo que o capítulo introduz as explicações sobre a formação e a representação dos números, e suas regras de leitura e escrita no sistema de numeração decimal. Na continuação do trecho transcrito, o texto realça o fato de que foram as exigências sociais que levaram à representação dos números por meio da combinação de um número limitado de palavras e sinais, com base no agrupamento de coleções de unidades. Explicando que o número de unidades de cada agrupamento é a base do sistema, os irmãos Reis justificam a escolha do número dez a partir dos dedos de nossas mãos, usados para a contagem desde antes da mais remota tentativa de escrita.

Depois, além de detalharem as regras para a leitura e a escrita dos números com os algarismos indo-arábicos, os autores referem-se a outros sistemas de numeração, dando particular atenção ao sistema decimal romano, ao qual dedicam uma seção especial. Aí, abordam a permanência de tal numeração, para determinados propósitos, até a época em que escrevem, e buscam relacionar essa permanência à influência de Roma mesmo “nas mais insignificantes minúcias da vida social” (Reis & Reis, 1892, p. 30). O capítulo que trata da numeração encerra-se com um retrospecto histórico das fases pela qual ela passou.

No desenvolvimento do livro, bem mais adiante, a seção “Números inteiros” retoma a perspectiva histórica nas “Preliminares” do livro II, que trata das propriedades desses números: os irmãos Reis referem-se à idéia da contagem como uma operação intuitiva presente desde os tempos primitivos da humanidade, e voltam a abordar o surgimento dos sistemas de numeração. Os autores, a partir daí, esboçam um panorama geral do desenvolvimento da aritmética, com a citação de nomes famosos como os de Tales, Pitágoras, Diofanto, Gerbert, Fermat, Pascal, Euler, Lagrange e Legendre. Atribuem, então, especial destaque às contribuições desses personagens para um ramo particular da matemática – a teoria dos números, que “abrange a descoberta e o estudo das propriedades inerentes aos diferentes números em virtude de seus valores e independentemente de qualquer sistema de numeração” (idem, p. 178).

Consideramos importante sublinhar essas considerações históricas sobre a numeração e sobre a teoria dos números no livro de aritmética dos Reis, sobretudo pelo fato de sua presença não ser comum nos compêndios da época. De fato, livros de aritmética de publicação e uso contemporâneos a ele (Coqueiro¹⁰, 1897; Vianna¹¹, 1929; Serrasqueiro¹², 1930) não conferem esse tipo de enfoque à numeração, limitando-se a expor as regras para a leitura e a escrita dos números sem considerações a respeito das necessidades sociais que as originaram, e sem referências a outros sistemas de numeração.

O manual de aritmética oferece ainda outros exemplos da integração da história da matemática à exposição dos conteúdos – vejam-se, por exemplo, os modos como se inicia a abordagem dos temas “Razões e proporções” (p. 157) e “Logaritmos” (p. 614).

Entretanto, a parte desse manual em que mais se enfatiza a integração da história à apresentação dos conhecimentos é sua última seção, denominada “Aplicações sociais”. De fato, antes de proceder à apresentação técnica do sistema métrico decimal e às explicações e problemas a respeito do cálculo das medidas, os irmãos Reis escrevem uma longa “Introdução preliminar” ao livro I (*Metrologia*) da seção de “Aplicações sociais”. Nessa seção, contextualizam histórica e sucessivamente a necessidade econômica das medidas, a necessidade dos padrões de aferição, a necessidade de um sistema uniforme de medidas, o sistema métrico decimal e sua introdução no Brasil, finalizando o texto com considerações a respeito das vantagens e objeções a esse sistema.

-
10. Segundo Lins (1966), João Antônio Coqueiro foi um professor de matemática que fez estudos na Europa e posteriormente ocupou diversos cargos públicos importantes no Brasil, especialmente no Maranhão. Na França, manteve contatos com os positivistas ligados a Pierre Laffite.
 11. João José Luiz Vianna era bacharel em ciências físicas e matemáticas e professor da Escola Naval. Embora somente tenhamos tido acesso a uma edição do livro de Vianna datada de 1929, e, portanto, bem posterior ao livro dos irmãos Reis, nessa edição consta um parecer sobre a obra datado de 1882, o que atesta sua anterioridade (Vianna, 1929).
 12. José Adelino Serrasqueiro foi professor do Liceu Central de Coimbra e seu *Tratado elementar de aritmética* foi editado muitas vezes nessa cidade. Embora não se trate de um autor brasileiro, sua obra foi muito usada na educação de nosso país.

Comparando a abordagem oferecida à história das medições pelo livro de aritmética dos irmãos Reis com a de outros manuais da mesma época, verificamos que nem sempre, nesses últimos, existe preocupação com a apresentação da evolução dos procedimentos e sistemas de medição, mesmo num período em que era relativamente recente no Brasil a adoção do sistema métrico decimal¹³. Entre os livros-texto de aritmética¹⁴ que consultamos e a que já nos referimos aqui, Vianna (1929) registra, em relação ao assunto, apenas uma tabela de relações entre as unidades do sistema métrico brasileiro antigo e as do sistema métrico decimal; Serrasqueiro, autor português bastante estudado no Brasil, também não faz qualquer referência à história do sistema métrico decimal, abordando somente o sistema antigo de medidas de Portugal¹⁵. Em contrapartida, Coqueiro (1897), na seção de seu compêndio dedicada às medidas, adota um ponto de vista semelhante ao dos irmãos Reis, já que escreve um texto relativamente longo sobre a criação e a história do sistema métrico decimal, ressaltando a importância da França e o estabelecimento do metro como padrão.

Entretanto, observa-se, entre Coqueiro e os irmãos Reis, uma nítida diferença no enfoque conferido às necessidades históricas das medições

-
13. Embora pelo menos desde 1830 tivesse havido esforços da parte do deputado gaúcho Cândido Baptista Oliveira pela adoção do sistema métrico francês, somente em 1862 a decisão expressa na lei n. 1.157 substituiu formalmente todo o sistema de unidades em uso no Império por tal sistema. Nessa lei, propunha-se que em dez anos fosse totalmente extinto o uso dos antigos pesos e medidas, e que as escolas primárias públicas e particulares incluíssem, no ensino da aritmética, a explicação do sistema francês comparado ao sistema antigo. Contudo, a adoção do sistema métrico decimal não se deu rápida ou tranquilamente. Os padrões vindos da França demoraram a entrar em uso, e o regulamento definitivo para a execução da lei n. 1.157 foi publicado somente em 1872. As revoltas dos “quebra-quilos” incitaram a população a destruir os padrões de medidas impostos pela legislação, e o pedido de reintegração do Brasil à Convenção do Metro, à qual o governo imperial havia aderido, ocorreu apenas em 1952 (Dias, 1998).
 14. De acordo com Miguel e Miorim (2002), Pitombeira (1996) e Valente (1999), os manuais de Coqueiro, Serrasqueiro, Vianna e dos irmãos Reis foram livros de aritmética indicados pelos programas oficiais brasileiros de ensino de matemática para o curso secundário da segunda metade do século XIX até as primeiras décadas do século XX.
 15. Observe-se que essa opção ainda permanece numa edição de 1930 do livro de Serrasqueiro, que foi a que consultamos.

e do estabelecimento de um padrão para as medidas. Coqueiro introduz a questão das medidas sublinhando, de modo sucinto, que a existência de padrões diferentes de pesos e medidas trazia ao comércio graves dificuldades, e que tornou premente uma solução para os problemas advindos do uso desses diferentes padrões.

Os irmãos Reis, diferentemente, focalizam o tema de maneira bem mais abrangente, reportando-se às questões referentes às medidas desde a “infância da produção” (Reis & Reis, 1892, p. 631), em que cada família produzia o suficiente para suas próprias necessidades. Chama particular atenção a familiaridade com que Aarão e Lucano Reis utilizam a linguagem da economia, o que não é surpreendente se lembrarmos um fato aqui já comentado: Aarão foi professor de economia política na Escola Politécnica. Como exemplo desse uso da linguagem da economia, leia-se o seguinte trecho:

Esta necessidade de *medir e avaliar* as cousas foi acentuando-se cada vez mais à proporção que indivíduos pertencentes a famílias diversas foram reunindo suas forças e seus capitais (produtos acumulados) para produzir associados, e que, principalmente, cada indivíduo e cada família, não podendo mais produzir diretamente tudo quanto exigia seu consumo, precisou obter por meio de trocas aquilo que não produzia; isto é, à proporção que a *associação de trabalho e de capitais* e a *divisão do trabalho* se foram impondo como indispensáveis e foram intervindo na produção [Reis & Reis, 1892, p. 632, grifos do original].

Nos dois volumes de álgebra do *Curso elementar de matemática*, vamos encontrar menos ocorrências da integração da história da matemática à exposição dos conteúdos. No entanto, vale assinalar essa forma de presença de aspectos históricos no segundo volume, quando Aarão Reis focaliza o tema das progressões, logaritmos e suas aplicações.

Além das notas de rodapé e das inserções históricas de forma integrada ao texto principal de apresentação dos conteúdos, os livros didáticos de Aarão Reis mostram ainda uma outra forma de participação da história da matemática – trata-se do oferecimento, ao leitor, de problemas cujo contexto envolve personagens e conhecimentos dessa história. Focalizemos esse aspecto.

A história da matemática nos problemas de matemática

Problemas de contexto histórico são encontrados nos dois volumes do livro de álgebra de Reis. Ao focalizar situações passíveis de resolução pelas equações do 1º grau, no primeiro volume, no livro I – *Equações do 1º grau* –, o autor inclui, entre seus exemplos resolvidos, dois problemas desse tipo. O primeiro tem o seguinte enunciado:

Perguntando-se a Pitágoras quantos discípulos tinha, respondeu ele, ambiguamente, que metade deles estudavam Aritmética, um terço Geometria, um sétimo Física, havendo ainda uma mulher; – quantos eram os discípulos? [Reis, 1914, v. 1, p. 230].

O segundo problema é o seguinte:

Aquiles caminha 10 vezes mais depressa que uma tartaruga; se, pois, apostarem uma corrida tendo a tartaruga 1 légua de avanço sobre Aquiles, – a que distância este a poderá encontrar? [idem, p. 236].

Esse segundo problema é um dos problemas mais famosos da história antiga da matemática, e merece, após sua resolução por meio de uma equação do 1º grau, comentários elaborados de Aarão Reis. Ele chama a atenção do leitor para a causa de sua celebridade, o “sofisma empregado para dá-lo como impossível, no intuito de fazer crer que, apesar da desproporção das velocidades respectivas, nunca poderia a tartaruga ser encontrada, o que é aliás visivelmente falso” (idem, *ibidem*). O autor prossegue, explicando o raciocínio vicioso apresentado por Zenão de Eléia (a quem concede uma longa nota de rodapé), e esclarecendo a solução do problema.

Reis, então, dialoga com seu leitor a respeito do fato de que seria impossível que Aquiles, caminhando dez vezes mais rapidamente que a tartaruga, nunca a encontrasse, sendo de apenas uma légua o avanço dela sobre o herói grego. A conclusão do trecho serve para que Reis enfatize o aspecto educativo da discussão do problema:

Apesar do seu enunciado extravagante e ridículo, pareceu-nos acertado mencionar aqui este problema, como aviso aos principiantes de que deverão de desconfiar dos raciocínios capciosos com que a argúcia tenta muitas vezes desorientar os que procuram a solução de certos problemas algébricos.

A impossibilidade dum problema só deve de ser afirmada depois de determinada e resolvida sua respectiva equação, e quando a solução deduzida não satisfizer as condições do enunciado [idem, p. 238].

Nova inserção de problemas da história da matemática verifica-se no livro de álgebra no contexto do estudo da equação do 2º grau. A lista de problemas propostos ao leitor no encerramento do capítulo que aborda as equações a uma incógnita contém dois problemas que Reis afirma serem integrantes do tratado de aritmética escrito pelo matemático hindu Báscara, do século XII, intitulado *Lilavate*, e dedicado a uma mulher. Esses problemas, cujo enunciado em francês nosso autor apresenta ao estudante em nota de rodapé, estão transcritos a seguir:

Dum grupo de macacos, que cabriolavam em uma mata, o quadrado da oitava parte pulavam de galho em galho desordenadamente, mas doze, no ponto mais elevado, limitavam-se a uma gritaria uníssona infernal. Quantos eram?

Dum enxame de abelhas, tomai a raiz quadrada da metade, observai que oito nonos da totalidade voltejam alegres pelos ares em torno do cortiço, mas que uma, triste e solitária, ouve pesarosa o zumbido queixoso do companheiro que, atraído pelo cheiro duma planta, ficara preso, e dizei quantas eram, ao todo, as abelhas [idem, pp. 470-471].

A presença dos problemas referidos ao passado da matemática nos livros de Aarão Reis, porém, é episódica – nos três volumes do *Curso elementar de matemática*, encontramos apenas os exemplos aqui mostrados.

Destacamos, neste texto, três formas de inserção histórica nos manuais que analisamos: as notas de rodapé, a integração à exposição dos conteúdos e os problemas contextualizados. Essas inserções tornam os

livros-texto de Aarão Reis singulares no conjunto dos manuais de matemática produzidos na mesma época. Os livros didáticos de Aarão Reis, porém, não se notabilizam somente por essa presença de referências à história da matemática – Aarão Reis foi um adepto do positivismo em todos os campos em que atuou, e suas obras para o ensino de matemática pertencem a um conjunto de publicações claramente inspiradas nas idéias de Comte, as quais se multiplicaram no Brasil desde a década de 1870, sobretudo graças à propagação das concepções comtianas por Benjamin Constant Botelho de Magalhães (Silva, 1999). Focalizamos, a seguir, a inserção do ideário positivista em relação à matemática nos livros do *Curso elementar de matemática*.

Marcas do ideário positivista

Os livros-texto de aritmética e álgebra de Aarão Reis mostram, ao longo de suas muitas páginas, diversas menções a Comte. O teor dessas menções é sempre elogioso, e o leitor que der atenção aos adjetivos que são concedidos ao filósofo e à sua obra constatará que o autor faz questão de explicitar enorme admiração pelo fundador do positivismo.

De fato, o nome de Comte é sistematicamente acompanhado dos adjetivos “grande”, “imortal” ou “eminente”, e sua última obra, a *Síntese subjetiva*, é qualificada como “magistral” ou “monumental”. Posições e reflexões de Comte acerca de conceitos matemáticos são habitualmente evocadas na exposição dos conhecimentos realizada por Reis, como procuraremos mostrar.

Logo às primeiras páginas do livro de aritmética, para apresentar a definição de matemática que consideram conferir maior precisão àquela que primeiramente oferecem ao leitor – a de ciência cujo fim é a medida das grandezas –, Aarão e Lucano Reis, ao introduzir uma longuíssima passagem escrita por Comte¹⁶, escrevem, imediatamente antes de transcrevê-la:

16. Embora Aarão e Lucano Reis não o indiquem, trata-se de um trecho extraído da terceira lição do *Curso de filosofia positiva* (Comte, 1877).

[...] para que os principiantes adquiram desde já idéia perfeita do objeto *real e verdadeiro* da ciência cujo estudo iniciam, – julgamos da maior conveniência trasladar resumidamente para estas páginas – como complemento **indispensável** às noções expostas no parágrafo antecedente – as seguintes considerações com que o **imortal** Augusto Comte explana, com **admirável** clareza e simplicidade, esta questão, deduzindo, do esboço grosseiro fornecido pela definição preliminar, a **verdadeira, completa e precisa** definição da ciência matemática [Reis & Reis, 1892, p. 8, itálicos dos autores, negritos nossos].

Verifica-se, assim, que os irmãos Reis pretendem, desde o início, enfatizar sua filiação às concepções de Comte a respeito do conhecimento matemático. Ao longo das muitas páginas que compõem o *Curso elementar de matemática*, Aarão Reis reiterará, em diversas oportunidades, sua valorização de Comte, Condorcet e d’Alembert, dentre outros.

Por exemplo, no manual de aritmética, ao comentar as dificuldades da divisão de números inteiros, os irmãos Reis elogiarão explicitamente Condorcet para, em seguida, novamente louvar Comte:

A compreensão e respectiva assimilação da teoria da divisão é – no pensar do *ilustre* Condorcet – um dos primeiros pontos em que o estudo da ciência determina seleção decisiva entre os diversos espíritos; conceito que o *grande* Auguste Comte reforça com o assentimento de sua *incontestável* autoridade *suprema*, acrescentando ainda poder-se afirmar que, quem se tiver saído bem de tal prova, é perfeitamente capaz de concluir com proveito a iniciação matemática e mesmo a de toda a série enciclopédica da ciência positiva [idem, p. 103, grifos nossos].

Ainda no manual de aritmética, durante a apresentação da teoria dos números incommensuráveis (hoje, em geral, denominados números irracionais), Aarão e Lucano Reis recorrem à autoridade de Jean Le Rond d’Alembert “no intuito de precisar melhor as idéias que acabam de ser expostas” (idem, p. 457), e transcrevem um longo trecho extraído dos *Elementos de filosofia* do mesmo autor. Esse trecho é introduzido por uma recomendação dessa obra como uma leitura “indispensável a quantos se dediquem ao estudo e ao ensino das ciências positivas” (idem, p. 458).

Às primeiras páginas do livro de álgebra, ao conceituar esse campo da matemática, Aarão Reis remete o leitor a uma nota de rodapé evocadora de Comte, para, em seguida, conduzi-lo a um longo trecho da *Síntese subjetiva*, que se encontra transcrito ao final do volume:

No intuito de evitar, desde o princípio, que os alunos se deixem arrastar pela ilusão de atribuir as diversas concepções algébricas às notações introduzidas nos cálculos para facilitar os respectivos desenvolvimentos, – convém chamar-lhes a atenção para as *preciosas* reflexões que, a este respeito, faz o grande Augusto Comte às págs. 177 e seguintes da sua monumental *Síntese Subjetiva*, e cujos trechos essenciais encontrarão trasladados na Nota A, no fim do presente volume [Reis, 1914, v. 1, p. 2, grifos nossos].

Todavia, a exposição das concepções comtianas nem sempre é feita com referências explícitas ao fundador do positivismo. No terceiro capítulo da introdução geral do compêndio de aritmética, por exemplo, os irmãos Reis apresentam a hierarquia das seis ciências conforme seu grau de complicação crescente e generalidade decrescente proposta por Comte, mas deixam de mencionar explicitamente o filósofo:

Todos os fenômenos estão sujeitos a leis, que são tanto mais complicadas e difíceis de serem descobertas quanto *mais complicados e menos gerais* são eles. Assim, as leis naturais que presidem o desenvolvimento dos fenômenos sociais são mais complicadas e difíceis de serem determinadas que as que regulam os fenômenos vitais; estas são mais complicadas que as relativas aos fenômenos químicos: estas, mais que as relativas aos fenômenos físicos; estas, mais que as relativas aos fenômenos astronômicos; e estas, finalmente, mais que as relativas aos fenômenos matemáticos, as quais formam, portanto, o primeiro grupo nessa grande escala de fenômenos naturais.

As ciências que estudam esses 6 grupos de fenômenos naturais sucedem-se, pois, em ordem de *complicação crescente e generalidade decrescente*; sendo a *matemática* a *mais simples e mais geral*, seguindo-se a *astronomia*, a *física*, a *química*, a *biologia* e, finalmente, a *sociologia* [Reis & Reis, 1892, pp. 40-41, grifos do original].

Nesse mesmo terceiro capítulo, cujo objeto são as idéias e definições gerais de lógica, Aarão e Lucano Reis, após apresentar a idéia de número como a primeira abstração a que o espírito humano se elevou, ainda sem citar o nome de Comte, referem-se ao estudo das leis ou relações precisas entre números como a parte da matemática denominada cálculo. O cálculo, prosseguem, subdivide-se em duas partes: a aritmética ou cálculo dos valores, que compreende “o estudo dos números e das operações por meio das quais podem ser combinados” (idem, p. 46), e a álgebra e análise, ou cálculo das funções, que tratam “das relações e das transformações que eles¹⁷ comportam sem alteração do caráter essencial (a igualdade)” (idem, ibidem). Observa-se que o que os irmãos Reis escrevem nessa passagem que encerra o último capítulo da introdução geral do manual de aritmética é uma versão muito simplificada da explicação que Comte oferece a respeito da divisão do cálculo em dois ramos na quarta lição do *Curso de filosofia positiva*.

No terceiro capítulo da introdução geral do livro-texto de álgebra, no entanto, Aarão Reis se estenderá consideravelmente na referência a essa mesma explicação, com uma particularidade interessante – a palavra “função”, empregada por Reis (1892) no livro de aritmética, e por Comte (1877) no *Curso de filosofia positiva*, é, de agora em diante, substituída pelo termo “formação¹⁸”, que, segundo Reis, foi proposto vantajosamente em relação ao primeiro por Comte em sua última obra, a *Síntese subjetiva*. Nota-se, nessa parte do livro de álgebra, maior preocupação do autor na exposição do pensamento de Comte do que no manual de aritmética: é apenas na segunda obra do *Curso elementar de matemática* que vamos encontrar a divisão da matemática em concreta (geometria e mecânica racional) e abstrata (cálculo), de acordo com a teorização de Comte na terceira lição do *Curso de filosofia positiva*. Na verdade, vamos observar, nesse terceiro capítulo do primeiro volume do livro de álgebra, uma reprodução quase exata de algumas das passagens dessa obra de Comte.

17. Os autores referem-se aos números.

18. Nos dois volumes de álgebra, Aarão Reis emprega sempre essa palavra, que não encontramos senão em manuais de inspiração comtiana.

De fato, uma seção desse terceiro capítulo da introdução geral do compêndio de álgebra, intitulada “Formações”, apresenta a mesma lista de funções (formações) elementares proposta por Comte (1877, pp. 128-129) na quarta lição do *Curso de filosofia positiva*, e uma outra seção, denominada “Cálculo algébrico e cálculo aritmético”, contém um texto¹⁹ que é quase idêntico ao escrito por Comte para evidenciar a diferença entre os dois tipos de cálculo. Comparemos as passagens citadas de Aarão Reis e de Comte para ilustrar o que acabamos de comentar:

A solução completa de toda questão de *cálculo*, desde a mais elementar até a mais transcendente, se compõe necessariamente de duas partes sucessivas cuja natureza é essencialmente distinta. Na primeira, tem-se por objeto transformar as equações propostas de maneira a por em evidência o modo de formação das quantidades desconhecidas pelas quantidades conhecidas; é o que constitui a questão *algébrica*. Na segunda, tem-se em vista *avaliar* as fórmulas assim obtidas, isto é, determinar imediatamente o valor dos números procurados, já representados por certas funções explícitas dos números dados; tal é a questão *aritmética* [Comte, 1877, p. 132, tradução minha, grifos do original].

A solução completa de qualquer questão de *cálculo*, desde a mais elementar até a mais transcendente, se compõe de duas partes sucessivas, cuja natureza é essencialmente distinta. Na primeira, tem-se por objeto transformar as equações propostas de maneira a por em evidência *o modo de formação* das quantidades *desconhecidas* pelas quantidades *conhecidas*; e na segunda, tem-se em vista *avaliar as fórmulas* assim obtidas, isto é, determinar imediatamente o valor de números procurados, já representados por certas formações explícitas de números dados [Reis, 1914, v. 1, p. 24, grifos no original].

Aarão Reis chega até a reproduzir o mesmo exemplo de equação dado por Comte (1877) na quarta lição para ilustrar sua concepção de que a solução de todo problema de cálculo se compõe de duas partes sucessivas de natureza distinta – a questão algébrica e a questão aritmética.

19. Deve-se observar que Aarão Reis compõe seu texto com fragmentos dos textos de Comte sem explicitar essa prática, ainda que no contexto em que verificamos esse tipo de redação fique claro que sua base seja a teoria do filósofo do positivismo.

Para concluir

O exame dos três livros-texto de Aarão Reis em foco neste trabalho revela, de acordo com a análise aqui apresentada, uma apropriação muito fiel das visões de Comte em relação à ciência matemática, expressas no primeiro volume do *Curso de filosofia positiva* e na *Síntese subjetiva*. Como pudemos observar, as propostas do fundador do positivismo refletem-se, inclusive, nos títulos dos livros de aritmética e álgebra do autor. Constatamos, ainda, que a exposição dos conhecimentos na obra didática de Aarão Reis é marcada simultaneamente pela presença do pensamento de Comte sobre a matemática e pela inserção de informações e considerações históricas.

É importante assinalar que a marca da história parece não ter a mesma ênfase nos inúmeros manuais de matemática de inspiração positivista publicados no Brasil entre a segunda metade do século XIX e as duas primeiras décadas do século XX. De fato, ainda que não nos tenhamos debruçado sobre esses compêndios, pesquisas de outros autores contêm comentários bastante sucintos a respeito do comparecimento de aspectos históricos da matemática em tais obras. Em contrapartida, esses trabalhos apresentam considerações detalhadas sobre a presença, nas mesmas obras, das concepções comtianas sobre a natureza, a organização e a forma ideal de apresentação dos conhecimentos matemáticos. Tal é o caso da pesquisa de Pires (1998), centrada nos livros-texto de geometria dos positivistas brasileiros, bem como da parte do trabalho de Silva (1999) que focaliza as idéias de Comte explicitadas nos manuais de diversos autores, como Raimundo Teixeira Mendes, Roberto Trompowsky Leitão de Almeida, Samuel de Oliveira, Liberato Bittencourt e Licínio Athanasio Cardoso.

Na segunda lição do primeiro volume do *Curso de filosofia positiva*, Comte expõe suas idéias a respeito dos modos de exposição de uma ciência, sintetizando-os na combinação de dois caminhos – o histórico e o dogmático:

Toda ciência pode ser exposta mediante dois caminhos essencialmente distintos: o caminho *histórico* e o caminho *dogmático*. Qualquer outro modo de exposição não será mais do que sua combinação.

Pelo primeiro procedimento, expomos sucessivamente os conhecimentos na mesma ordem efetiva, segundo a qual o espírito humano os obteve realmente, adotando, tanto quanto possível, as mesmas vias.

Pelo segundo, apresentamos o sistema de idéias tal como poderia ser concebido hoje por um único espírito que, colocado numa perspectiva conveniente e provido de conhecimentos suficientes, ocupar-se-ia de refazer a ciência em seu conjunto [Comte, 1973, p. 33, grifos do original].

Comte tece considerações sobre as dificuldades de reconstituição do percurso histórico dos conhecimentos, à medida que a ciência progride, e afirma que a ordem dogmática é cada vez mais necessária, devendo dominar progressivamente. Entretanto, ao mesmo tempo, o filósofo atribui papel de destaque à maneira pela qual foram constituídos os conhecimentos humanos, já que ela “desperta em si o mais alto interesse em todo espírito filosófico” (Comte, 1973, p. 34). Para Comte, não conhecemos completamente uma ciência se não conhecemos sua história. Aarão Reis, positivista de muitas leituras, como indicam as inúmeras citações diretas e indiretas presentes em suas diversas obras (Salgueiro, 1997), entre as quais se incluem os manuais focalizados neste trabalho, abraçou com força as idéias de Comte. A incorporação de diversos aspectos históricos da matemática e de uma perspectiva de progresso histórico a seus livros-texto de aritmética e álgebra indica que a visão comtiana sobre a relevância da história das ciências lhe foi especialmente cara.

Referências bibliográficas

BATISTA, A. A. G. Um objeto variável e instável: textos, impressos e livros didáticos. In: ABREU, M. (org.). *Leitura, história e história da leitura*. Campinas: Mercado de Letras/Associação de Leitura do Brasil; São Paulo: FAPESP, 1999. p. 529-575.

CASTRO, F. M. O. *A matemática no Brasil*. Campinas: Editora da UNICAMP, 1992.

COMTE, A. *Cours de philosophie positive*. Tome Premier contenant les Préliminaires Généraux et la Philosophie Mathématique. 4. ed. Paris: Librairie J.-B. Baillière et Fils, 1877.

_____. *Curso de filosofia positiva*. Trad. José Arthur Gianotti. São Paulo: Abril Cultural, 1973.

COQUEIRO, J. A. *Tratado de arithmetica*. Para uso dos collegios, lyceos e estabelecimentos de instrucção secundaria. Rio de Janeiro: Casa Mont'Alverne, 1897.

DIAS, J. L. M. *Medida, normalização e qualidade*: aspectos da história da metrologia no Brasil. Rio de Janeiro: INMETRO, 1998.

GOMES, F. A. M. Augusto Comte e suas influência no desenvolvimento científico. In: MORENO, M. Q. (org.). *Humanismo e ciência para Francisco de Assis Magalhães Gomes*. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2006. p. 51-65.

HAIDAR, M. L. M. *O ensino secundário no Império brasileiro*. São Paulo: Grijalbo/EDUSP, 1972.

LINS, I. *História do positivismo no Brasil*. 2. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1966. (Col. Brasiliana.)

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. *Os logaritmos na cultura escolar brasileira*. Rio Claro: Editora da Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2002.

_____. *História da matemática na educação matemática*: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autentica, 2004.

PIRES, R. *A geometria dos positivistas brasileiros*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

PITOMBEIRA, J. B. O cálculo na escola secundária brasileira – algumas considerações históricas. *Cadernos CEDES*, Campinas: Papirus, p. 62-80, 1996.

REIS, A. *Curso elementar de matemática*. II. Álgebra (Cálculo das Formações Diretas). 2. ed. 2. v. Rio de Janeiro/Paris: Garnier, 1914.

_____.; REIS, L. *Curso elementar de mathematica* – Theorico, pratico e applicado. Aritmética. Cálculo dos valores. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1892.

SALGUEIRO, H. A. *Engenheiro Aarão Reis: o progresso como missão*. Belo Horizonte: Fundação João Pinheiro/Centro de Estudos Históricos e Culturais, 1997.

SERRASQUEIRO, A. *Tratado elementar de arithmetica*. Composto segundo o Programma Official para o ensino d'esta sciencia nos lyceus. 23. ed. Coimbra: Livraria Central de J. Diogo Pires – Sucessoras, 1930.

SILVA, C. M. S. da. *A matemática positivista e sua difusão no Brasil*. Vitória: Editora da Universidade Federal do Espírito Santo, 1999.

_____. A história da matemática e os cursos de formação de professores. In: CURY, H. *Formação de professores de matemática: uma visão multifacetada*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001. p. 129-165.

VALENTE, W. R. *Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)*. São Paulo: Annablume/FAPESP, 1999.

_____. O positivismo e a matemática escolar dos livros didáticos no advento da República. *Cadernos de Pesquisa da Fundação Carlos Chagas*, n. 109, mar. 2000.

_____. (org.). *O nascimento da matemática do ginásio*. São Paulo: Annablume/FAPESP, 2004.

VIANNA, J. J. L. *Elementos de arithmetica*. 24. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1929.

Endereço para correspondência:

Maria Laura M. Gomes

Departamento de Matemática – Instituto de Ciências Exatas da
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Av. Antônio Carlos, 6.627

Belo Horizonte-MG

CEP 31270-901

E-mail: laura@mat.ufmg.br

Recebido em: 19 maio 2006

Aprovado em: 17 dez. 2007