Vitruvian Cogitationes - RVC

ANÁLISE DE POSSÍVEIS PROBLEMAS DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DO NOVO ENSINO MÉDIO: UM OLHAR POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

ANÁLISE DE POSIBLES PROBLEMAS DE PROGRESIÓN ARITMÉTICA EN LIBROS DE TEXTO DE LA NUEVA EDUCACIÓN SECUNDARIA: UNA PERSPECTIVA VIA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

ANALYSIS OF POSSIBLE ARITHMETIC PROGRESSION PROBLEMS IN NEW HIGH SCHOOL TEXTBOOKS: A VIEW VIA PROBLEM SOLVING

Laís Vitória Lazarini
Universidade Estadual de Maringá – UEM; laislazarini15@gmail.com
https://orcid.org/0009-0008-8920-8321

Luiz Otavio Rodrigues Mendes
Universidade Estadual de Maringá – UEM; lormendes2@uem.br
https://orcid.org/0000-0002-3160-8532

Resumo: O objetivo deste estudo é buscar e analisar situações de Matemática, que podem se tornar problemas, presentes em livros didáticos do Novo Ensino Médio, que permitam trabalhar o conteúdo de Progressão Aritmética. Para tal, nos apropriamos da pesquisa documental para buscar e selecionar os livros didáticos. Assim, estes livros foram analisados qualitativamente em suas unidades que tratam da Progressão Aritmética. Ao todo, quatro situações foram encontradas na introdução do conteúdo. Contudo, apenas duas foram elegíveis como possíveis problemas. Estas foram discutidas à luz da literatura e apresentadas para serem trabalhadas como ponto de partida. Nossos resultados revelam que para se trabalhar com Progressão Aritmética por meio da Resolução de Problemas, podem ser necessários conhecimentos prévios de sequência e funções. Os problemas por nós considerados tinham a característica de ser contextualizados. Desta forma, o livro didático é um material valioso que pode auxiliar professores que desejam trabalhar com a Resolução de Problemas.
Palavras-chave: Situação de Matemática. Ensino. Problema como ponto de partida.

Resumen: *El objetivo de este estudio es buscar y analizar situaciones matemáticas, que pueden convertirse en problemas, presentes en los libros de texto de la Nueva Secundaria, que permitan trabajar el contenido de Progresión. Aritmética. Para ello, utilizamos la investigación documental para buscar y seleccionar libros de texto. Así, estos libros fueron analizados cualitativamente en sus unidades que tratan de Progresión Aritmética. En total se encontraron cuatro situaciones en la introducción del contenido. Sin embargo, sólo dos fueron elegibles como posibles problemas. Estos fueron discutidos a la luz de la literatura y presentados para ser trabajados como punto de partida. Nuestros resultados revelan que para trabajar con la*

progresión aritmética mediante la resolución de problemas, puede ser necesario un conocimiento previo de secuencias y funciones. Los problemas que consideramos tenían la característica de estar contextualizados. De esta manera, el libro de texto es un material valioso que puede ayudar a los profesores que quieran trabajar con la Resolución de Problemas.
Palabras-clave: *Situación de Matemáticas. Enseñanza. Problema como punto de partida.*

Abstract: *The objective of this study is to seek and analyze Mathematics situations, which can become problems, present in New High School textbooks, which allow working on the Progression content Arithmetic. To this end, we used documentary research to search for and select textbooks. Thus, these books were qualitatively analyzed in their units that deal with Arithmetic Progression. In total, four situations were found in the introduction of the content. However, only two were eligible as possible problems. These were discussed in light of the literature and presented to be worked on as a starting point. Our results reveal that to work with Arithmetic Progression through Problem Solving, prior knowledge of sequence and functions may be necessary. The problems we considered had the characteristic of being contextualized. In this way, the textbook is a valuable material that can help teachers who want to work with Problem Solving.*
Keywords: *Mathematics Situation. Teaching. Problem as a starting point.*

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática tem sido foco de estudo de pesquisadores cada vez mais e mais (Mendes, 2023). Isso se deve a vários fatores, Santos (2020) explica alguns como a dificuldade desta disciplina, sua forma abstrata, desinteresse em seus processos algébricos, entre outros. O que acaba por refletir nos últimos resultados de estudos de análise internacional como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA, que mostrou que o Brasil vem ocupando as últimas posições dentre os 37 países membros da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico - OCDE, mais os 42 países parceiros, ao qual o Brasil é um deles (Lima *et al.*, 2020).

Nesse sentido, Mendes (2023) aponta que os pesquisadores vêm dando ênfase em suas pesquisas sobre como proporcionar um ensino de Matemática com mais qualidade e que propicie a construção do conhecimento, ao invés, da memorização. O autor destaca que estas pesquisas têm o foco nas tendências metodológicas como a Investigação Matemática, História da Matemática, Tecnologias, Jogos, Materiais Manipuláveis, Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. Em especial, a Resolução de Problemas busca proporcionar a construção do conhecimento favorecendo um processo em que os estudantes trabalhem com problemas, ao invés de somente exercícios, que favorecem a memorização (Proença, 2018).

Schoenfeld (1985) destaca que o problema está no sentido de haver um impasse cognitivo para o estudante, de modo que ele busque suas estratégias ou heurísticas, como afirmava Polya (1995), para então resolver a situação com seus conhecimentos. Por outro lado, Proença (2018) destaca que se essa situação de Matemática está para o uso de uma fórmula ou regra conhecida, tende a ser um exercício. Nesse sentido, percebe-se que o uso de problemas pode propiciar a construção do conhecimento.

O que revela o foco das pesquisas atualmente, em trabalhar com o problema como ponto de partida no processo de ensino da Matemática (Allevato; Onuchic, 2021). Para esse processo, destacam-se duas correntes metodológicas de como trabalhar esta perspectiva. Proença (2018) denominou sua abordagem como Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de

Problemas – EAMvRP que é composta por cinco ações, a saber: escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação da estratégia dos alunos ao conteúdo.

Allevato e Onuchic (2021, p. 52) apresentam sua metodologia denominada de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas - EAAMARP composta por 10 etapas, a saber: "(1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) Registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas". Assim, professores e pesquisadores podem escolher qual das duas correntes metodológicas podem utilizar, tendo cada uma com suas características.

Uma coisa que as duas possuem de forma igual, segundo Mendes (2023), é a importância do trabalho com o problema como ponto de partida, ou seja, a aula se inicia com a apresentação de uma situação de Matemática que tende a vir a se tornar um problema aos estudantes. Isso ajuda posteriormente a fazer o link entre os conhecimentos prévios dos alunos com os novos conhecimentos que estão sendo ensinados.

Dado isso, Proença (2018) ressalta a importância da escolha de uma situação de Matemática adequada, que possibilite várias formas de resolvê-la (se possível), que não seja difícil ao ponto que os estudantes não consigam resolver e nem tão fácil ao ponto que seja trivial, que envolva, se possível um contexto, que faça como destaca Schoenfeld (1985) os estudantes ter esse impasse cognitivo entre eles e o problema que está a ser resolvido. Porém, nem sempre é fácil encontrar a situação "ideal" para determinados conteúdos da Matemática.

Como as correntes metodológicas são, de certa forma, novas, ainda há uma incipiência de material para saber quais conteúdos poderiam ou não ser trabalhados com elas. Isso nos parece ser o caso quando professores buscam trabalhar o ensino de Progressão Aritmética por meio da resolução de problemas. Vargas e Noguti (2020) mostram em seu estudo que tiveram que planejar os problemas para que pudessem trabalhá-los com a resolução de problemas. Assim, os professores têm que desenvolver problemas para que se adequem ao conteúdo que tem que ensinar. Proença (2018) destaca essa possibilidade, mas também destaca a opção de se pegar na íntegra ou editar problemas já existentes. Um lugar em que seria possível encontrar esses problemas é o livro didático.

Mendes e Proença (2020) apontam que em vários momentos as situações de Matemática existentes nesses livros podem servir como problemas, tais como na introdução de um novo conteúdo, nas listas disponibilizadas, nas atividades propostas, nos desafios apresentados, entre outros. À vista disso, a questão que norteia este estudo consiste: As situações de Matemática, encontradas em livros didáticos atuais, podem ser utilizadas como possíveis problemas para se trabalhar o conteúdo de Progressão Aritmética? Ainda, estas situações de Matemática apresentam a possibilidade para serem trabalhadas por meio da resolução de problemas nas perspectivas de Proença (2018) e Allevato e Onuchic (2021)?

Assim, para buscar subsídios a esta pergunta, temos o objetivo de analisar se livros didáticos do Ensino Médio possibilitam trabalhar o conteúdo de Progressão Aritmética como problema como ponto de partida. Para tanto, tomamos como base a perspectiva da pesquisa documental descrita por Gil (2008). Como material de análise utilizaremos dois livros didáticos do Novo Ensino Médio, referente ao Plano Nacional do Livro Didático – PNLD (2021).

Após esta introdução, apresentamos na segunda seção fundamentação teórica descrevendo sobre a Resolução de Problemas e o livro didático. Na terceira seção, discutimos os procedimentos metodológicos de nosso estudo. Na quarta seção, o material selecionado é analisado e apresentado. Por fim, tecemos nossas considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A respeito da Resolução de Problemas, a sua importância é compreendida como inequívoca nos processos de ensino-aprendizagem da Matemática. Ela está presente nos documentos oficiais que norteiam a educação como uma possibilidade metodológica de ensino da Matemática. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC a destaca como uma forma privilegiada de se fazer Matemática (Brasil, 2018). Outrossim, no estado do Paraná, as Diretrizes Curriculares da Educação Básica de 2008 que norteavam a educação neste estado, já destacavam em seu caderno referente a Matemática que os conteúdos desta disciplina "[...] devem ser abordados por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática que fundamentam a prática docente" (Paraná, 2008, p. 63) apontando dentre eles a Resolução de Problemas, ou seja, é uma abordagem que os professores devem conhecer e podem se apropriar em sala de aula. Isso a torna pertinente no ensino da Matemática. Além disso, Halmos (1980) destaca que a Resolução de Problemas é o coração da Matemática, entendendo assim que ela permeia as outras tendências como a modelagem e a investigação Matemática.

Com ênfase, na pesquisa de Mendes (2019) ao investigar o ensino de Matemática no estado do Paraná, evidenciou que a grande preferência pelos professores anuentes à pesquisa no estado, é pela utilização da Resolução de Problemas. Percebemos assim que há um vasto campo de pesquisa, quando se objetiva estudar esta tendência. Sobre como trabalhar com a Resolução de Problemas, Schroeder e Lester Junior (1989) retratam três formas: o ensinar sobre Resolução de Problemas, em que são trabalhadas fases para se resolver determinado problema como as destacadas por Polya (1995). O ensinar para a Resolução de Problemas, em que importa a habilidades dos alunos de resolverem problemas e aplicarem no cotidiano e o ensinar via Resolução de Problemas, defendido por Proença (2018) como a abordagem mais relevante, visto que se trabalha com o problema como ponto de partida buscando assim envolver os conhecimentos prévios dos discentes.

Nesta abordagem o problema é o ponto de partida conforme aponta Schroeder e Lester Junior (1989):

> [...] os problemas são avaliados não apenas como um objetivo para o aprendizado de matemática, mas também como um meio primário de fazê-lo. O ensino de um tópico matemático começa com uma situação problema que incorpora aspectos-chave do tópico, e as técnicas matemáticas são desenvolvidas como respostas razoáveis a problemas razoáveis. Um objetivo do aprendizado de matemática é transformar certos problemas não rotineiros em problemas de rotina. A aprendizagem da matemática dessa maneira pode ser vista como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como uma instância do conceito ou da técnica matemática) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos) (Schroeder; Lester Junior, 1989, p. 33, tradução nossa).

Dentre as abordagens da Resolução de Problemas, Schroeder e Lester Junior (1989) destacam que o ensino de Matemática como ponto de partida é a mais adequada e que deve ser testada e analisada. Nesta pesquisa damos ênfase à concepção defendida pelo autor. Schroeder e Lester Junior (1989, p. 34) complementam indicando que essa abordagem "merece ser considerada, desenvolvida, tentada e avaliada". Nessa lógica, sua utilização vem ganhando espaço no meio acadêmico propiciando discussões frutíferas alinhadas aos resultados que essa abordagem apresenta.

Convergindo com esta ideia, Proença (2018) propõe assim o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas, apresentando ações para se trabalhar desta forma. À vista disto, esta proposta está em acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) que nortearam muitas práticas escolares até serem substituídos pela Base Nacional Comum Curricular, enquanto documento normatizador. Neste sentido, compreendemos a importância de se trabalhar nesta perspectiva.

Neste delineamento, ao se tratar da Resolução de Problemas, primeiramente, faz-se necessário definir o que compreendemos sobre o termo problema, pois Schoenfeld (1985) destaca ser esta uma palavra polissêmica. Desta forma, condescendemos com o pensamento de Chi e Glaser (1992, p. 251) ao comentarem que “um problema é uma situação na qual você está tentando alcançar algum objetivo e deve encontrar um meio de chegar lá”. Nesta pesquisa compactuamos com a compreensão de Proença (2018) quando destaca que:

> [...] no caso da Matemática, entendemos que uma situação de matemática se torna um problema quando a pessoa precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente para chegar a uma resposta. Não se trata, assim, do uso direto de uma fórmula ou regras conhecidas – quando isso ocorre, a situação tende a se configurar como um exercício (Proença, 2018, p. 18).

Outrossim, quando a situação de Matemática não é um problema, ela é considerada como um exercício. Silva (2016, p. 2) ressalta que “[...] o exercício é uma atividade de treinamento (adestramento) no uso de alguma habilidade ou conhecimento matemático adquirido anteriormente pelo aluno, por exemplo, a aplicação de uma fórmula ou um algoritmo”. Assim, ajuda no processo de ensino, mas mais no sentido de reforçar a aprendizagem, exercitar e não de construir o conhecimento.

Tendo a compreensão sobre problema e exercício, é possível discutir mais a fundo sobre como trabalhar com o problema como ponto de partida. Como destacado na introdução, temos duas correntes metodológicas, o EAMvRP e o EAAMARP. Quanto a forma de ensinar a Matemática via Resolução de Problemas, Proença (2018, p. 46) destaca uma sequência de cinco ações de ensino para execução desta abordagem, a saber: escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

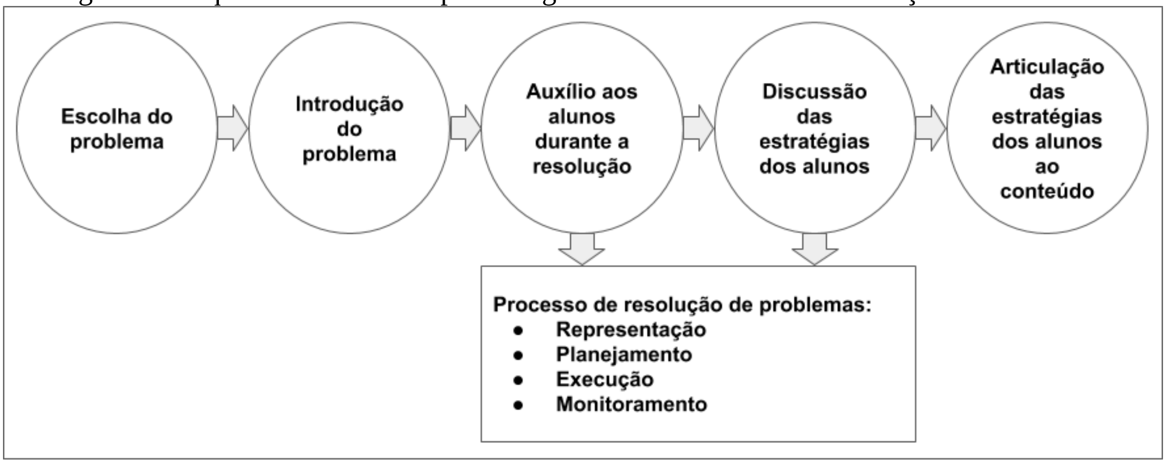
A primeira consiste segundo o autor em três aspectos:

> [...] utilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente [...] levá-los a construir o conteúdo/conceito/assunto a ser introduzido [...] que os alunos estabeleçam relações entre os conhecimentos matemáticos utilizados e entre estes e o novo conhecimento (Proença, 2018, p. 46).

Considera-se esta primeira ação de fundamental importância, pois a partir dela, se desenvolve todo o processo. A segunda é composta pela introdução do problema em sala de aula, em que os alunos divididos em grupos devem resolver o problema proposto, da forma que quiserem. O papel do professor segundo Proença (2018, p. 51) “é o de observador, incentivador e direcionador da aprendizagem, apoiando os alunos a desenvolver autonomia frente ao processo de resolução” depreendendo a terceira etapa, a de auxílio aos alunos durante a resolução.

A quarta ação consiste na discussão das estratégias dos alunos, em que se evidencia na turma todas as estratégias desenvolvidas nos grupos, sendo apresentadas na lousa, e debatidas como foram feitas numa relação professor-alunos e alunos-alunos. Para Proença (2018, p. 52) nesta fase “deve-se levar os alunos a perceber a necessidade de se avaliar a racionalidade da resposta encontrada, ou seja, se a resposta está de acordo com a natureza do contexto do problema”. Por fim, a última ação está relacionada à articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo, em que o professor propicia que seja evidenciado os conceitos do conteúdo que se quer ensinar. A figura 1 apresenta um esquema sobre este processo.

Figura 1 - Esquema do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas

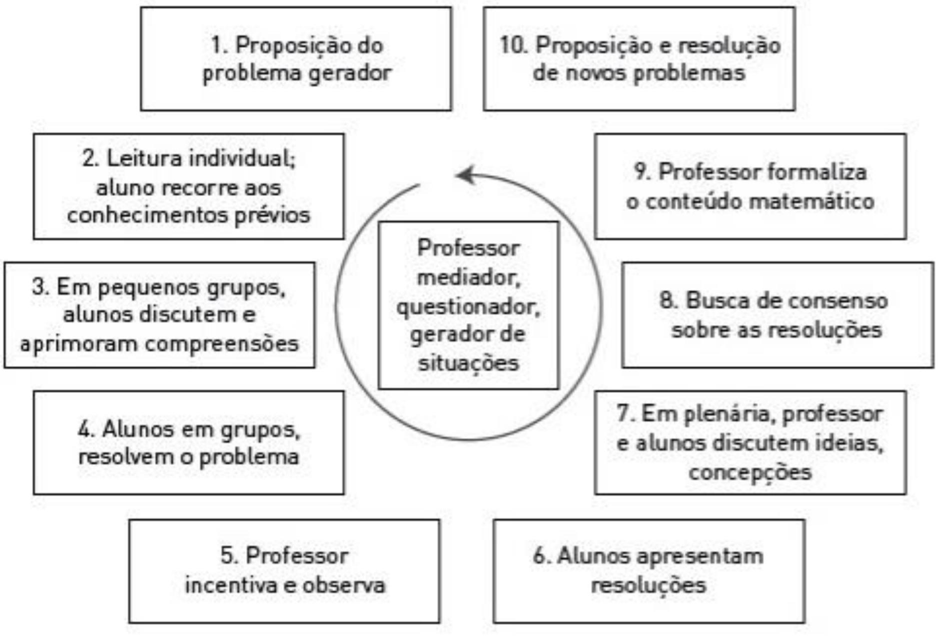


Fonte: Proença (2018, p. 46).

A outra corrente refere-se ao Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, defendido por Allevato e Onuchic (2021). Esta é uma metodologia que vem sendo aperfeiçoada há décadas, de forma a aumentar ou aprimorar as etapas. No primeiro momento, a situação de Matemática é entregue aos estudantes sendo proposto o problema gerador. Os alunos devem primeiro, fazer uma leitura individual para que possam entender o possível problema à sua maneira. Posteriormente, o professor pede que os estudantes se agrupem em pequenos grupos, sendo então relido o problema entre cada grupo.

Assim, podem iniciar a resolução de forma que o professor tenha um papel de incentivar e observar os estudantes sobre como estão resolvendo. Quando os estudantes tiverem finalizado suas discussões, eles devem então apresentar na lousa. Esse processo é chamado por Allevato e Onuchic (2021) de plenária, sendo discutido as resoluções e concepções. Para tanto, todos devem chegar a um consenso sobre a resolução do problema, para que então o professor possa formalizar o conteúdo. Por último, novos problemas são propostos e discutidos. A Figura 2 apresenta um esquema sobre esse processo.

Figura 2 - Esquema do Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51).

Assim, com base nas Figuras 1 e 2, temos a base de como trabalhar o problema como ponto de partida. Contudo, ainda há a necessidade de se discutir sobre como encontrar essa situação de Matemática que poderá ser um possível problema. Compreendemos que o livro didático é um ótimo material e um bom caminho para conduzir a prática docente.

Sobre o livro didático, Okeeffe (2012, p. 2) destaca que “os livros didáticos são a coisa mais próxima que os alunos têm do currículo e o objetivo deste livro é ajudar no aprendizado do aluno”. A autora ressalta também que não há estudos que apontem se os alunos realmente utilizam o livro didático como material de apoio aos estudos. Valverde e Schimitd (1998) apontam que a falha do livro didático está no momento em que os professores tentam abranger todos seus aspectos, muitas vezes não utilizando metodologias adequadas de ensino e aprendizagem. Uma vez que o papel do livro didático é uma forma de auxílio ao aluno, é necessário que os livros didáticos sejam interessantes e que propiciem curiosidade nos alunos. Nesse sentido, a necessidade desse estudo está na busca de situações de Matemática, presentes nos livros didáticos, que podem favorecer o despertar da curiosidade e interesse do aluno pelo assunto e, principalmente, pela própria Matemática.

Nesse sentido, a motivação para desenvolver esse estudo vem do fato de que, muitas vezes, não é fácil encontrar situações de Matemática que venham a ser problemas adequados, quando trabalhados com as abordagens da Resolução de Problemas de Proença (2018) e Allevato e Onuchic (2021). Compreendemos que essa dificuldade em encontrar situações de Matemática, pode favorecer o ensino por meio de exercícios. Porém, como apontado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN de Matemática (Brasil, 1997), esses exercícios acabam por ser utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

O presente estudo se enquadra como qualitativo, pois “se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada” (Lüdke; André, 1986, p. 18). Em específico, este estudo se classifica como uma pesquisa documental, pois se trata de análise de livros didáticos. Segundo Gil (2008, p. 45), “a pesquisa documental vale-se de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa”.

Assim, neste trabalho serão analisadas as situações de Matemática presentes nos livros didáticos do Novo Ensino Médio – NEM. O processo de escolha destes livros didáticos ocorreu de forma que cumprissem os seguintes critérios:

- A coleção deve estar na lista de livros divulgados pelo Plano Nacional do Livro Didático;
- O livro deve estar alinhado ao que regulamenta o Novo Ensino Médio[1].
- O livro deve abordar em um tópico específico o conteúdo de Progressão Aritmética.
- O livro deve ter um exemplar livre e gratuito disponibilizado pela editora de forma online.

Após este processo de seleção, chegamos à escolha de dois livros didáticos que cumpriam todos os requisitos. Nesse sentido, cabe ressaltar que as duas coleções escolhidas para análise possuem 6 volumes e, como pretendemos analisar o conteúdo Progressão Aritmética, selecionamos um único volume de cada uma das coleções, sendo estes aqueles que continham a unidade que falava sobre este determinado conteúdo. Ademais, estas coleções

[1] Apesar de compreendermos e concordarmos com a necessidade de alteração do Novo Ensino Médio, até o momento da pesquisa o Novo Ensino Médio estava como legislação vigente.

estavam disponíveis para a escolha no PNLD de 2021, dado que foi neste ano em que houve a escolha para os livros didáticos do Novo Ensino Médio.

Posto isto, o primeiro livro selecionado é da coleção Prisma Matemática e é nomeado **Funções e progressões**, da editora FTD, e o chamaremos de LD(1). É importante destacar que este livro foi a coleção mais distribuída em território nacional. Já o segundo livro selecionado é da coleção Interação Matemática e é intitulado **Tratamento da informação e a resolução de problemas por meio da função do 1º grau**, da Editora do Brasil, o qual chamaremos de LD(2). Entretanto, como o foco está no conteúdo Progressão Aritmética, no LD(1), a unidade analisada foi a unidade 4 e no LD(2), foi analisada no capítulo 2 da unidade 2.

Para a análise destas situações, procedemos por um processo descritivo verificando os seguintes itens:

- O livro aborda o conteúdo com uma situação de Matemática que pode vir a se tornar problema?
- Qual o motivo que a situação de Matemática pode ou não ser um problema?
- Quais os conhecimentos prévios necessários para resolver o possível problema?
- Quais estratégias de resolução os alunos podem utilizar para resolvê-lo?
- Qual o nível de dificuldade?
- O possível problema apresenta uma contextualização? Explique.
- Quais as possíveis dificuldades que os estudantes podem encontrar ao resolver o possível problema?

Desta forma, estes itens são apresentados de forma descritiva na próxima seção.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após a análise de cada unidade dos livros didáticos, selecionamos quatro situações de Matemática, sendo elas duas situações do LD(1) e duas situações do LD(2). Desta forma, a seguir apresentaremos a análise de cada uma dessas situações.

3.1 SITUAÇÕES DE MATEMÁTICA DO LD(1)

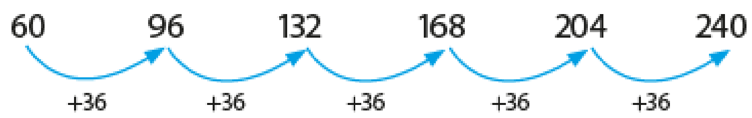
A primeira situação do LD(1) a ser analisada é apresentada no Quadro 1.

Quadro 1 - Situação 1 do LD(1)

Mariana replantou uma muda de árvore que estava com 60 m de altura. Para estudar seu crescimento, ela mediu e anotou a altura da planta nos cinco meses seguintes. Veja as medidas obtidas:

Mês	1º	2º	3º	4º	5º	6º
Altura (cm)	60	96	132	168	204	240

Observando as alturas registradas, Mariana percebeu que a planta cresceu cerca de 36 centímetros por mês.



Fonte: Bonjorno (2020, p. 123).

Esta situação é apresentada logo após o título Progressão Aritmética na unidade 4 do LD(1), o que implica que ela poderia ser utilizada para introduzir o conteúdo. Entretanto, a mesma não propõe nenhum tipo de questionamento aos alunos, ou seja, após apresentar os dados da tabela, o autor apresenta o que está acontecendo com aquela sequência em específico. De acordo com Chi e Glaser (1992), a situação tende a ser um problema quando o aluno está tentando alcançar um objetivo. Contudo, esta situação estaria mais para exemplificação do conteúdo, não constituindo-se como um problema. Com base em Schroeder e Lester Junior (1989), a utilização desta situação estaria mais no ensino para a Resolução de Problemas, quando pretende-se aplicar a situação a algo do cotidiano. Nesse sentido, concluímos que a situação 1 não pode ser considerada um problema.

A segunda situação do LD(1) é apresentada no Quadro 2.

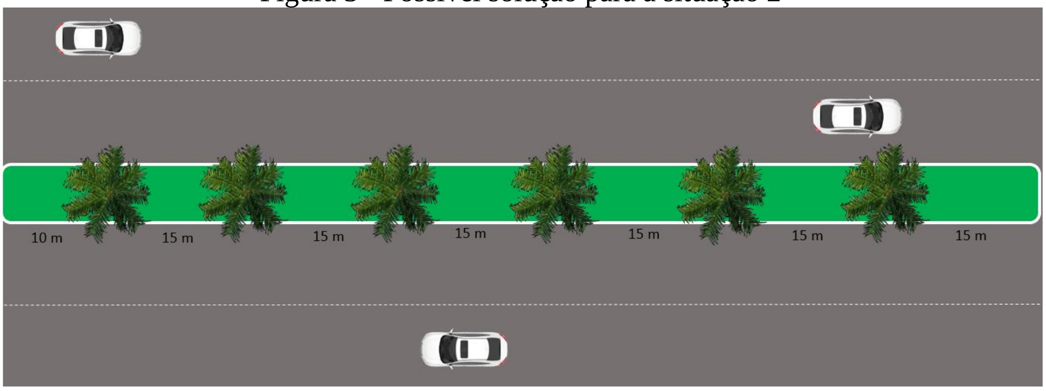
Quadro 2 - Situação 2 do LD(1)

Uma avenida tem 4000 m de extensão e vai receber em seu canteiro central o plantio de palmeiras imperiais. A distância entre as mudas deve ser de 15 m, e a primeira planta vai ficar a 10 m do início da avenida. Quantas palmeiras devem ser plantadas?

Fonte: Bonjorno (2020, p. 129).

A situação em específico situa-se nas ‘Atividades resolvidas’ da unidade 4 do LD(1), ou seja, ela apresenta uma solução. No entanto, consideramos que ela pode ser um possível problema se houver a orientação do professor para que os alunos a resolvam sem que olhem no livro didático. Desta forma, o professor poderia se apropriar da abordagem de Proença (2018) ou de Allevato e Onuchic (2021) e proceder com o ensino tendo este problema como ponto de partida. Neste processo é importante que o professor considere as possíveis resoluções que os estudantes podem utilizar, mesmo sem ainda saber sobre o conceito de Progressão Aritmética. Uma das soluções possíveis para a situação seria desenhar o canteiro e simplesmente fazer a contagem de quantas palmeiras seriam plantadas.

Figura 3 - Possível solução para a situação 2



Fonte: Autores (2023).

Porém, fazer este desenho nem sempre é a solução mais prática e viável, principalmente pela questão do tempo e pelo fato de que teríamos que usufruir de muito papel para representar toda a avenida, mesmo que utilizássemos uma proporção. Então, outra solução poderia ser desenvolvida, como por exemplo a resolução utilizando o Raciocínio Lógico apresentado no Quadro 3.

Quadro 3 - Possível solução da situação 1

O primeiro passo seria observar a posição das palmeiras, ou seja, a primeira palmeira se encontra a 10 m do início da avenida. A segunda palmeira se encontra a 10 m + 15 m do início da avenida. Já a terceira palmeira se encontra a 10 m + 15 m + 15 m do início da avenida, e podemos repetir o mesmo

Vitruvian Cogitationes, Maringá, v. 4, n. 2, p. 132-148, 2023 | ISSN 2675-9616

processo até o final da avenida.
Assim, é possível observar que a soma do termo 15 repetidas vezes representa uma multiplicação e desta forma podemos expressar essa soma pela seguinte equação

$$10 + 15n = 4000 \quad (1)$$

onde, n representa o número de espaçamentos a partir da primeira palmeira que se encontra a 10 m do início da avenida, ou seja, nesta equação não estamos incluindo a primeira palmeira. Logo, resolvendo a equação (1), obtemos um valor para n, que é 266 espaçamentos.
Entretanto, como o problema nos pede a quantidade de palmeiras, devemos somar a primeira palmeira no resultado obtido, ou seja, 266 + 1, que resulta que 267 palmeiras deverão ser plantadas no canteiro.

Fonte: Autores (2023).

Nesse sentido, concluímos que a situação 2 possui mais de uma estratégia de resolução. Proença (2018) destaca a importância de que um possível problema possua mais de uma estratégia, pois favorece os múltiplos pensamentos que os estudantes podem ter sobre como resolver. Outrossim, para resolvê-la seria necessário ter algum conhecimento prévio sobre sequências numéricas e equações de primeiro grau. Destacamos também que o problema não traz nenhum termo matemático desconhecido ou complexo para os alunos. A única palavra que talvez ficariam em dúvida seria ‘imperial’, a qual se refere ao tipo de palmeira que será plantada. Isso colabora no processo da leitura e interpretação do problema defendido por Allevato e Onuchic (2021).

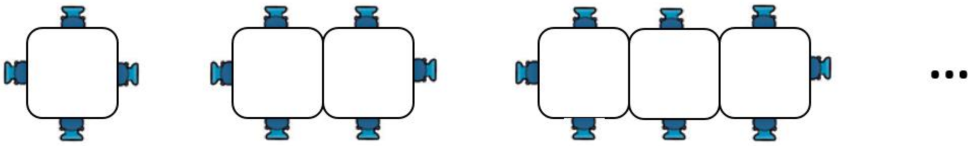
Consideramos que este problema é contextualizado, já que envolve o plantio de árvores, que é uma ocorrência pertinente a vários locais, cidades, etc. Mendes (2023) destaca que um caminho mais fácil para os professores é a escolha de problemas contextualizados, o que nossa pesquisa confirma esse entendimento. Por fim, como possíveis dificuldades, podemos ressaltar que seria necessário enxergar um padrão envolvendo algumas operações matemáticas, que se refere ao conteúdo a ser introduzido o qual, para esta situação seria a fórmula do termo geral de uma PA. Ademais, o nível de dificuldade dessa situação pode ser considerado médio pois, se não houver o conhecimento prévio necessário, talvez mais dificuldades possam surgir. Desta forma, estes resultados vêm a corroborar com o estudo de Mendes e Proença (2020) no sentido que os livros didáticos podem conter um material rico (possíveis problemas) para se trabalhar a Resolução de Problemas.

3.2 SITUAÇÕES DE MATEMÁTICA DO LD(2)

A primeira situação do LD(2) a ser analisada é apresentada no Quadro 4.

Quadro 4 - Situação 1 do LD(2)

Considere que uma mesa quadrada acomoda quatro pessoas. Ao se juntarem duas mesas, três mesas, e assim por diante, observe o que acontece com a quantidade de lugares para acomodar as pessoas.



Pergunta-se:

1. Duas mesas separadas acomodam 8 pessoas. Ao se juntarem 2 mesas, quantos lugares se perdem? E ao se juntarem 3 mesas?
2. Quantas pessoas ao todo podem ser acomodadas juntando-se 4 mesas?
3. Quantas mesas são necessárias para que 30 pessoas fiquem acomodadas?

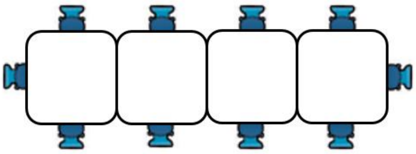
4. Qual é a sequência formada pela quantidade de pessoas que podem ser acomodadas em 1 mesa, 2 mesas juntas, 3 mesas juntas, 4 mesas juntas e assim sucessivamente. Explique como formar esse padrão numérico.

Fonte: Longen (2020, p. 52).

Esta situação está presente logo após o título ‘Progressão Aritmética’ da unidade 2 do LD(2). Consideramos que esta situação é um problema que pode introduzir o conteúdo, em específico a questão 3, a qual pode apresentar mais de uma estratégia de resolução. Percebe-se que nesta situação o aluno deverá mobilizar conceitos e princípios apreendidos anteriormente, ou seja, seus conhecimentos prévios, como aponta Proença (2018) para chegar à solução sem, necessariamente, ainda saber sobre PA. Para resolver a questão 1, deveríamos apenas observar o desenho do enunciado e contar quantos lugares perderam ao juntar 2 e 3, respectivamente. Na questão 2 poderíamos realizar o desenho, já que a quantidade de mesas é pequena. O Quadro 5 apresenta este processo.

Quadro 5 - Resolução da questão 2 da situação 1 do LD(2)

Fazendo o desenho para a questão 2, temos:



Assim, pode-se observar que 10 pessoas são acomodadas com 4 mesas juntas.

Fonte: Autores (2023).

Para a questão 3, poderíamos construir uma tabela ou encontrar um padrão, ou até mesmo o desenho. O Quadro 6 apresenta a estratégia da tabela como uma das possibilidades de estratégias de resolução descritas por Posamentier e Krulik (2009).

Quadro 6 - Utilização da estratégia da tabela para resolver a questão 3 da situação 1

Nº de mesas	Nº de pessoas
1	4
2	6
3	8
4	10
5	12
6	14
7	16
8	18
9	20
10	22

11	24
12	26
13	28
14	30

Fonte: Autores (2023).

Outra solução seria observar que essa tabela pode valer para um modelo geral. O Quadro 7 destaca essa possibilidade de resolução.

Quadro 7 - Utilização da estratégia do Raciocínio Lógico e do Desenho para resolver a questão 3 da situação 1 do LD(2)

Primeiro, observe que podemos modelar a tabela feita anteriormente para um caso geral.

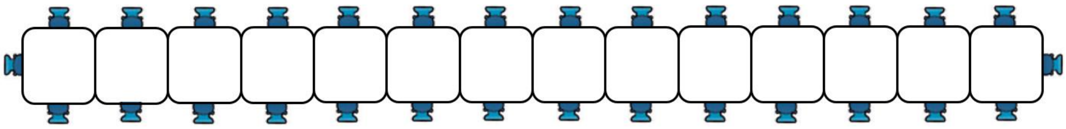
Nº de mesas	Nº de pessoas
1	4
2	6
3	8
4	10
⋮	⋮
n	p

Assim, é possível observar que para cada mesa acrescentada, dois lugares são acrescentados, ou seja, podemos representar isso como:

$$4 = 1 . 2 + 2$$
$$6 = 2 . 2 + 2$$
$$8 = 3 . 2 + 2$$
$$...$$
$$p = 2n + 2 \quad \text{ou } p = 2(n+1))$$

Neste caso, temos p = 30 e, portanto, necessitaríamos de 14 mesas para acomodar 30 pessoas.

Ademais, poderíamos fazer o desenho para este caso:



Fonte: Autores (2023).

Para resolver a questão 4, deveríamos observar que para cada mesa acrescentada, aumenta-se 2 lugares. Assim, concluímos que, de fato, a situação 1 do LD(2) pode ser um problema. Neste caso, com as questões o estudante procura alcançar um objetivo, conforme apontam Chi e Glaser (1992). Nesse sentido, para resolvê-la, os conhecimentos prévios necessários seriam sequências numéricas e equação do primeiro grau. Ademais, o problema pode ser considerado contextualizado, pois é recorrente quando precisamos planejar um evento e acomodar pessoas à mesa (Mendes, 2023). Por fim, como possível dificuldade, podemos citar, assim como na situação 2 do LD(1), a busca por um padrão, porém, consideramos que esta situação é uma questão mais fácil do que a situação 2 do LD(1).

A segunda situação do LD(2) é apresentada no Quadro 8.

Quadro 8 - Situação 2 do LD(2)

Roberta representou, no quadro abaixo, uma Progressão Aritmética escrevendo os cinco primeiros termos. Indicou nele o 44º e o 99º termos para determinar.

4	12	20	28	36	…	a_{44}	…	a_{99}	…

Como você faria para determinar esses dois termos?

Fonte: Longen (2020, p. 53).

Consideramos que a situação acima não se caracteriza como problema dado que a mesma traz no enunciado o conteúdo que será trabalhado. Nesse sentido, ela vai ao encontro do que Proença (2018) explica sobre o que é um exercício, quando os alunos poderiam utilizar as fórmulas de Progressão Aritmética para resolvê-la, visto que a situação indica qual conteúdo se trata. Na Resolução de Problemas, o intuito é conduzir os alunos ao conteúdo que será introduzido e não o apresentar no enunciado do possível problema (Mendes, 2023).

Posto isto, expomos a seguir, uma síntese do processo de análise no Quadro 9.

Quadro 9 - Síntese do processo de análise

Livro	LD 1		LD 2	
Situação	1	2	1	2
Problema	Não	Sim	Sim	Não
Motivo	Não apresenta nenhum tipo de questionamento ao aluno	Apresenta questionamento ao aluno e pode auxiliar na introdução de um conceito (fórmula do termo geral de uma Progressão Aritmética)	Apresenta questionamento ao aluno e pode auxiliar na introdução de um conceito (definir uma Progressão Aritmética)	Traz no enunciado o conteúdo a ser introduzido
Conhecimento Prévio	-	Sequências numéricas e equações de primeiro grau	Sequências numéricas e equações de primeiro grau	-
Estratégias de Resolução	-	Ou por meio de desenho, ou equação de	Ou por meio de desenho, ou equação de	-

		primeiro grau, ou buscar um padrão para chegar na fórmula	primeiro grau, ou buscar um padrão para chegar na fórmula	
Nível de Dificuldade	-	Médio	Fácil	-
Contextualização	-	Sim, pois o plantio de árvores é comum.	Sim, pois envolve algo comum, como planejar eventos e acomodar pessoas a mesa	-
Possíveis Dificuldades	-	A busca de um padrão.	A busca de um padrão.	-

Fonte: Autores (2023).

Por fim, cabe ressaltar que a situação 1 do LD(1) e a situação 2 do LD(2) poderiam ser reformuladas, como sugere Proença (2018), a fim de se tornarem um possível problema. Por exemplo, na situação 1 do LD(1), após os dados das alturas serem apresentados na tabela, o seguinte questionamento poderia ser feito, 'Você consegue encontrar um padrão nesta sequência?'. Já a situação 2 do LD(2), poderia ser reescrita da seguinte forma:

Quadro 9 - Reformulando a situação 2 do LD(2)

Roberta escreveu uma sequência de cinco números, apresentada abaixo, e observou um padrão entre eles. Após um tempo, ficou curiosa para descobrir o 44º e o 99º termo desta sequência, entretanto, Roberta não sabia como fazer isso. Ajude Roberta a descobrir o valor desses termos.

4	12	20	28	36	…	a_{44}	…	a_{99}	…

Fonte: Adaptado de Longen (2020).

A necessidade de adaptar as situações também foi evidenciada no estudo de Vargas e Noguti (2020), que também trabalharam o conteúdo de Progressão Aritmética tendo o problema como ponto de partida.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste estudo consistiu em analisar se os livros didáticos do Ensino Médio possibilitam trabalhar o conteúdo de Progressão Aritmética como problema como ponto de partida. Por meio de uma pesquisa documental foram selecionados dois livros didáticos, sendo evidenciados neles 4 situações matemáticas. Em resposta a nossa primeira questão de pesquisa: As situações de Matemática, encontradas em livros didáticos atuais, podem ser utilizadas como possíveis problemas para se trabalhar o conteúdo de Progressão Aritmética? Destacamos que sim, poderiam ser utilizadas como possíveis problemas. Em uma análise mais crítica, evidenciamos que apenas duas poderiam ser possíveis problemas, mas, as outras duas, se reescritas, poderiam também ser pertinentes.

Já a respeito da segunda questão de pesquisa: Ainda, estas situações de Matemática apresentam a possibilidade para serem trabalhadas por meio da resolução de problemas nas perspectivas de Proença (2018) e Allevato e Onuchic (2021)? Através das análises das situações selecionadas dos livros LD(1) e LD(2), podemos apresentar alguns resultados. A respeito das quatro situações analisadas, apenas duas delas poderiam ser utilizadas como possíveis problemas para se trabalhar com Progressão Aritmética. Em específico, consideramos que a situação 1 do LD(2) é a mais adequada para se introduzir o conteúdo de Progressão Aritmética. Com a análise, destacamos que as duas situações de Matemática, possíveis problemas, podem ser trabalhadas por meio da Resolução de Problemas tanto na perspectiva de Proença (2018) e Allevato e Onuchic (2021). Entretanto, cabe ressaltar que o papel do professor consiste em conhecer sua turma e analisar qual das perspectivas melhor se adequa para a sua sala de aula.

Além disso, nossos resultados também revelam que seriam necessários conhecimentos prévios sobre sequência numéricas e equações do primeiro grau para o trabalho por meio da Resolução de Problemas para ensinar Progressão Aritmética. Nesse sentido, os estudantes poderiam adotar estratégias como a utilização de um desenho, uma tabela ou por meio do raciocínio lógico, que implicaria mais na utilização dos conhecimentos prévios. Além disso, uma característica dos possíveis problemas refere-se a que eles são contextualizados, o que auxilia o entendimento do aluno em imaginar o contexto da situação.

Por fim, consideramos que este estudo é útil para pesquisadores do tema, futuros professores e principalmente, professores que atuam em sala de aula e utilizam o livro didático como material de apoio. Ponderamos que, para favorecer o uso da Resolução de Problemas em sala de aula, é necessário a busca constante por situações de Matemática em livros didáticos que sirvam para ser trabalhadas como ponto de partida de um conteúdo. Como sugestão para um trabalho futuro, sugerimos analisar mais coleções didáticas.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? *In:* ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Org.). **Resolução de Problemas:** teoria e prática. 2 ed. Jundiaí: Paco, 2021, p. 40-62.

BONJORNO, J. R.; GIOVANI JÚNIOR, J. R.; SOUSA P. R. C. **Matemática –** Ensino Médio: funções e progressões. Coleção Prisma Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemátic**a. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CHI, M. T. H.; GLASER, R. A capacidade para a solução de problemas. *In*: STENBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas**: uma abordagem em processamento de informações. Tradução de Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 3. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HALMOS, P. R. **The Heart of Mathematics.** The American Mathematical Monthly, [*S. l.*], v. 87, n. 7, p. 519-524, ago. 1980.

LIMA, P. V. P. de; MOREIRA, G. E.; VIEIRA, L. B.; ORTIGÃO, M. I. R. Brasil no Pisa (2003-2018): reflexões no campo da Matemática. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, [*S. l.*], v. 3, n. 2, p. 03–26, 2020.

LONGEN, A.; BLANCO, R. M. **Interação matemática:** o tratamento da informação e a resolução de problemas por meio da função do 1ª grau. 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2020.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MENDES, L. O. R. **O Processo Formativo para o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas: análise da compreensão de futuros professores**. 223f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2023.

MENDES, L. O. R.; PROENÇA, M. C. de. O Ensino de Matemática via Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores. **Revista de Educação Matemática**, [*S. l.*], v. 17, p. 1-24, 2020.

MENDES, L. O. R. **A Gamificação como estratégia de ensino: a percepção de professores de matemática.** 2019. 188f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2019.

OKEEFFE, L. **Uma estrutura para análise de livros didáticos,** Editora Scipione, São Paulo, 2012.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Curitiba, 2008.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo enfoque do método matemático. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POSAMENTIER, A. S.; KRULIK, S. **Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions, grades 6-12**: a resource for the mathematics teacher. New York: Corwin press, 2009.

PROENÇA, M. C. **Resolução de problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

SANTOS, G. R. F. Ensino de matemática: concepções sobre o conhecimento matemático e a ressignificação do método de ensino em tempos de pandemia. **Culturas & Fronteiras**, v. 2, n. 2, p. 40-57, 2020.

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical problem solving**. Elsevier, 1985, 409p.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JÚNIOR, F. K. **Developing understanding in mathematics via problem solving**. *In*: TRAFTON, P.R; SHULTE, A. P. (Ed.). New directions for elementary school mathematics. Reston: NCTM, 1989.

SILVA, V. F. A resolução de problemas: concepções evidenciadas na prática e no discurso de professores de Matemática do ensino fundamental. *In*: X Simpósio Linguagens e Identidades Da/Na Amazônia Sul-Ocidental, 2016, Rio Branco. **Anais do X SLIASO**, Rio Branco: UFAC, 2016, p. 1-15.

VALVERDE, G.; SCHMIDT, W. **Reorientando o ensino de matemática e ciências nos EUA**. Questões em Ciência e Tecnologia, v. 14, n. 2, 1998.

VARGAS, C. V.; NOGUTI, F. C. H. Progressão aritmética: uma proposta de ensino e aprendizagem através da Resolução de Problemas. **Revista de Educação Matemática**, n. 17, v. 1, p. 1-21, 2020.

Submetido em: 02/10/23
Aprovado em: 03/10/23
Publicado em: 04/10/23